

11 сентября

# ДОКЛАДЫ

## АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. С. А. Векшинский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. А. Л. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин (зам. главного редактора)

25-й ГОД ИЗДАНИЯ

1957

ТОМ 116, № 2

### СОДЕРЖАНИЕ

#### МАТЕМАТИКА

Cmp.

М. Б. Капилевич. К задаче аналитического продолжения главных решений уравнения гиперболического типа с особыми коэффициентами . . . . .	167
А. А. Козманова. Потенциально-гармонические функции и некоторые их приложения . . . . .	171
М. М. Лаврентьев. О принципе максимума для решений сильно эллиптических систем второго порядка . . . . .	175
А. Д. Мышкин и А. Я. Лепин. Об определении обобщенных функций . . . . .	177
И. И. Пятецкий-Шапиро. Некоторые вопросы гармонического анализа в однородных конусах . . . . .	181

#### МЕХАНИКА

В. В. Румянцев. К задаче о движении тяжелого твердого тела с одной неподвижной точкой . . . . .	185
---	-----

#### ГИДРОМЕХАНИКА

В. П. Коробейников и Н. С. Мельникова. О точных решениях линеаризованной задачи о точечном взрыве с противодавлением . . . . .	189
А. А. Никольский. О «второй» форме движения идеальной жидкости около обтекаемого тела (исследование отрывных вихревых потоков) . . . . .	193

#### АСТРОНОМИЯ

В. И. Красовский и И. С. Шкловский. Возможное влияние вспышек Сверхновых на эволюцию жизни на Земле . . . . .	197
К. Ф. Огородников. Уравнение гидростатического равновесия для сферических звездных систем . . . . .	200

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Б. З. Каценеленбаум. К общей теории нерегулярных волноводов . . . . .	203
---	-----

<b>М. В. Волькенштейн.</b> Стеклование флюктуаций и рассеяние света . . . . .	207
<b>Г. В. Горшков и В. И. Матвиенко.</b> Выход нейтронов из источников $Rn + B$ , $Rn + C$ , $Rn + CaF_2$ , $Rn + Mg$ , $Rn + Al$ , $Rn + Si$ , $Rn + SiO_2$ , $Rn +$ + гранит . . . . .	211
<b>Хр. Я. Христов.</b> О диффузии заряженных частиц в однородном электромагнит- ном поле . . . . .	213

## ГЕОФИЗИКА

<b>А. И. Фельзенбаум.</b> О сжатиях и разрежениях льдов в Арктическом бассейне . . . . .	217
--	-----

## ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

<b>Э. К. Келер и Е. И. Козловская.</b> Об упругих свойствах стекла . . . . .	221
<b>Л. С. Присс.</b> О причинах расхождений между кинетической теорией высококо- эластичности и опытом . . . . .	225

## ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

<b>И. Г. Гутовский.</b> К теории фотоэлектрического флюксметра . . . . .	229
--	-----

## ХИМИЯ

<b>В. П. Глушкова и К. А. Кочешков.</b> Новый метод синтеза таллийорганических соединений класса $AgTlX_2$ . . . . .	233
<b>Л. И. Захаркин и О. Ю. Охлобыстин.</b> Использование алюминийтриалкилов для синтеза элементоорганических соединений . . . . .	236
<b>Т. И. Орлова и Н. И. Гаврилов.</b> О некоторых продуктах электровосстановления грамицидина С . . . . .	239
<b>А. И. Разумов и Н. Н. Банковская.</b> Получение и некоторые свойства проме- жуточных продуктов арбузовской перегруппировки . . . . .	241
<b>И. Б. Рапопорт, Р. М. Флайд и К. Лис.</b> О реакции полимеризации и циклизации изобутилена . . . . .	244
<b>А. В. Топчиян, Н. С. Наметкин и Ф. Ф. Мачус.</b> Некоторые кремнийуглеводороды ряда дисиланметана и дисиланэтана . . . . .	248

## ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

<b>М. Г. Каганер.</b> Метод распределения удельной поверхности по адсорбции газов в мономолекулярной области . . . . .	251
<b>П. С. Шантарович.</b> Кинетика распада диазометана в струе азота . . . . .	255

## ГЕОХИМИЯ

<b>О. В. Шишкина.</b> Хлоридно-натрий-кальциевые воды в четвертичных отложе- ниях Черного моря . . . . .	259
---	-----

## БИОХИМИЯ

<b>С. Д. Балаховский и Е. Е. Проволович.</b> Об антигистаминной активности вита- мина А и $\beta$ -ионона . . . . .	263
<b>Ежи Медуски и М. С. Волкова.</b> Радиационное определение молекулярного веса фосфолипазы-С Clostridium perfringens Welchii . . . . .	266
<b>А. И. Опарин, Г. А. Деборин и В. З. Баранова.</b> Влияние дезоксирибонуклеи- новой кислоты на расщепление белков трипсином . . . . .	270
<b>А. А. Прокофьев и Г. В. Новицкая.</b> Активность липазы и накопление жира в семенах льна и мака . . . . .	273
<b>Б. А. Рубин и Л. М. Хандобина.</b> Действие фтористого натрия на дыхание здо- ровой и пораженной фомозом моркови . . . . .	277

## ГЕОЛОГИЯ

<b>Н. А. Айбулатов.</b> Определение мощности потоков взвешенных песчаных нано- сов у морских берегов . . . . .	281
<b>Б. П. Епифанов.</b> О геологических отношениях липецкого и тульского железо- рудных горизонтов . . . . .	284
<b>И. В. Луцицкий.</b> О девонской вулканогенно-красноцветной формации Минусин- ского межгорного прогиба . . . . .	287
<b>В. Л. Масайтис.</b> Кристаллизационная дифференциация в одной из интрузий сибирских траппов . . . . .	290

## ПЕТРОГРАФИЯ

Стр.

А. Г. Коссовская, Н. В. Логвиненко и В. Д. Шутов. О стадиях формирования и изменения терригенных пород . . . . . 293

## ПОЧВОВЕДЕНИЕ

А. Н. Тюрюканов. О происхождении зернистой и тонкослоистой структуры пойменных почв . . . . . 297

## ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

Л. А. Козяр. Споро-пыльцевые комплексы хадумской свиты р. Кубани 301  
 В. А. Сысоев. К морфологии, систематическому положению и систематике хиолитов . . . . . 304  
 Т. А. Якубовская. Новые находки третичной флоры в Томском Приобье . . . . . 308

## ГИСТОЛОГИЯ

Л. П. Черемных. Кислые мукополисахариды хориона животных с примитивной плацентацией . . . . . 312

## БОТАНИКА

Н. Н. Полунина. К биологии цветения и эмбриологии *Callistemon lanceolatus* D. C. . . . . 315

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

М. Ключарева. Роль дополнительных пыльцевых трубок в оплодотворении пшеницы . . . . . 319

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Р. А. Борсук. О чувствительности регенерирующего хрусталика у взрослого тритона к действию гамма-лучей . . . . . 323

## ФИЗИОЛОГИЯ

Я. А. Винников и Л. К. Титова. Прижизненные исследования над изолированным кортиевым органом в обычных условиях и при звуковом воздействии . . . . . 327  
 В. Б. Малкин и Л. И. Фогельсон. О возможности использования электрического стимула для восстановления нормальной деятельности сердца при мерцании предсердий . . . . . 331  
 Б. И. Паковиц. О минимальном времени предшествования звуковых раздражителей болевому, необходимом для образования оборонительно-двигательных условных рефлексов у собак . . . . . 335

## ЭМБРИОЛОГИЯ

Т. Б. Айзенштадт. О кроветворении в желточном мешке зародыша каракульской овцы . . . . . 337  
 Т. А. Детлаф. Кортикальные гранулы и вещества, выделяющиеся из animalной части яйца в период активации у осетровых рыб . . . . . 341

## CONTENTS

## MATHEMATICS

Pages

M. B. Kapilevich. On the problem of analytic continuation of the fundamental solutions of an hyperbolic type of equation with singular coefficients . . . . . 167  
 A. A. Kozmanova. Potential harmonic functions and some of their applications . . . . . 171  
 M. M. Lavrentiev. The maximum principle in the solutions of strongly elliptical second order systems . . . . . 175  
 A. D. Myshkis and A. J. Lepin. On the definition of generalized functions . . . . . 177  
 I. Piatetsky-Shapiro. Some problems of harmonic analysis in homogeneous cones . . . . . 181

## MECHANICS

V. V. Rumiantsev. On the problem of motion of a heavy solid having a fixed point . . . . . 185  
 163

V. P. Korobeinikov and N. S. Melnikova. On exact solutions of linearized problem on point explosion with counterpressure . . . . .	189
A. A. Nikolsky. The «second» form of motion of an ideal fluid past a solid (an investigation of discontinuous vortical flows) . . . . .	193

## ASTRONOMY

V. I. Krassovsky and I. S. Shklovsky. The possible influence of Supernovae outbursts on the evolution of life on the Earth . . . . .	197
K. F. Ogorodnikov. The equation of hydrostatic equilibrium for spherical stellar systems . . . . .	200

## MATHEMATICAL PHYSICS

B. Z. Katzenelenbaum. A contribution to the general theory of non-regular wave guides . . . . .	203
---	-----

## PHYSICS

M. V. Wolkenstein. The classification of fluctuations and the scattering of light . . . . .	207
G. V. Gorshkov and V. I. Matvienko. Yield of neutrons by various radon sources, viz. Rn + B, Rn + C, Rn + CaF <sub>2</sub> , Rn + Mg, Rn + Al, Rn + Si, Rn + SiO <sub>2</sub> , and Rn + granite . . . . .	211
Chr. J. Christov. Diffusion of charged particles in a homogeneous electromagnetic field . . . . .	213

## GEOPHYSICS

A. I. Felsenbaum. On the tightening and loosening of ice fields in the Arctic basin . . . . .	217
---	-----

## TECHNICAL PHYSICS

E. K. Keller and E. I. Kozlovskaia. Elastic properties of glass . . . . .	221
L. S. Priss. The causes responsible for the divergence between the kinetic theory of high elasticity and experience . . . . .	225

## ELECTRICAL ENGINEERING

I. G. Gutovsky. On the theory of the photoelectric fluxmeter . . . . .	229
--	-----

## CHEMISTRY

V. P. Glushkova and K. A. Kocheshkov. A new synthetic method for organothalium compounds of the ArTlX <sub>2</sub> type . . . . .	233
L. I. Zacharkin and O. Yu. Okhlobystin. The application of aluminium trialkyls in the synthesis of organo-element compounds . . . . .	236
T. I. Orlova and N. I. Gavrilov. Certain products from electroreduction of gramicidin C . . . . .	239
A. I. Razumov and N. N. Bankovskaia. Production and certain properties of intermediate products in Arbuzov regrouping . . . . .	241
I. B. Rapoport, R. M. Flid and K. Lis. The polymerization and cyclization of isobutylene . . . . .	244
A. V. Topchiev, N. S. Nametkin and F. F. Machus. Some silicon hydrocarbons of the disilane methane and disilane ethane series . . . . .	248

## PHYSICAL CHEMISTRY

M. G. Kaganer. A method for determining the specific surface from the adsorption of gases in the monomolecular region . . . . .	251
P. S. Shantarovich. Kinetics of diazomethane breakdown in a nitrogen stream . . . . .	255

## GEOCHEMISTRY

O. V. Shishkina. On chloride-sodium-calcium waters of Quaternary deposits of the Black sea . . . . .	259
--	-----

## BIOCHEMISTRY

S. D. Balakhovsky and E. E. Provolovich. On the anti-histamine activity of vitamin A and $\beta$ -ionon . . . . .	263
Jerzy Medusky and M. S. Volkova. Determination of the molecular weight of the phospholipases C from Clostridium perfringens Welchii by radiation method . . . . .	266

	Pages
<b>A. I. Oparin, G. A. Deboring and V. Z. Baranova.</b> The influence of deoxyribonucleic acid on the digestion of proteins by trypsin . . . . .	270
<b>A. A. Prokofiev and G. V. Novitskaya.</b> Lipase activity and fat accumulation in flax and poppy seed . . . . .	273
<b>B. A. Rubin and L. M. Handobina.</b> The effect of sodium fluoride upon the respiration in intact carrots and carrots infected with <i>Phoma Rostrupii</i> . . . . .	277
<b>GEOLOGY</b>	
<b>N. A. Aybulatov.</b> A method for determining the thickness of streams of suspended sand alluvium along the sea-shore . . . . .	281
<b>B. P. Epifanov.</b> On the geological relations existing between the Lipetsk and the Tula iron deposit horizons . . . . .	284
<b>I. V. Luchitsky.</b> On the Devonian volcanogenic red bed formation of the Minusinskian intermountain downwarping . . . . .	287
<b>V. L. Masaytis.</b> Crystallization differentiation in one of the intrusions of Siberian traps . . . . .	290
<b>PETROGRAPHY</b>	
<b>A. G. Kossovskaya, N. V. Logvinenko and V. D. Shutov.</b> On various stages of formation and alteration of terrigenous rocks . . . . .	293
<b>SOIL SCIENCE</b>	
<b>A. N. Turukanov.</b> On the origin of the granular and fine-schistose structure of flood-plain soils . . . . .	297
<b>PALAEONTOLOGY</b>	
<b>L. A. Koziar.</b> The spore- and pollen complexes of the Khadum series on the Kuban river . . . . .	301
<b>V. A. Sysoev.</b> On the morphology, taxonomic position and taxonomy of chiolites . . . . .	304
<b>T. A. Jakubovskaya.</b> New finds of tertiary flora in the Tomsk Near-Ob region . . . . .	308
<b>HISTOLOGY</b>	
<b>L. P. Cheremnykh.</b> Acid mucopolysaccharides of the chorion of animals displaying primitive placentation . . . . .	312
<b>BOTANY</b>	
<b>N. N. Polunina.</b> On the biology of flowering and embryology of <i>Callistemon lanuginosus</i> D. C. . . . .	315
<b>PLANT PHYSIOLOGY</b>	
<b>M. Kluchareva.</b> The rôle played by supplementary pollen tubes in the fertilization of wheat . . . . .	319
<b>EXPERIMENTAL MORPHOLOGY</b>	
<b>R. A. Borsyk.</b> On the susceptibility of a regenerating eye-lens in adult triton to the action of gamma-rays . . . . .	323
<b>PHYSIOLOGY</b>	
<b>J. A. Vinnikov and L. K. Titova.</b> In vivo observations on an isolated organ of Cort under usual conditions and under application of sound stimuli . . . . .	327
<b>V. B. Malkin and L. I. Fogelson.</b> On the possibility to utilize an electrical stimulus in order to restore normal activity of the heart in the case of flickering of auricles . . . . .	331
<b>B. I. Pakovich.</b> The minimum time interval between sound stimuli and pain stimulus, necessary to form protective motor conditioned reflexes in dogs . . . . .	335
<b>EMBRYOLOGY</b>	
<b>T. B. Aisenstadt.</b> On haemopoiesis in the yolk-sac of the embryo of Karakul sheep . . . . .	337
<b>T. A. Dettlaff.</b> Cortical granules and substances secreted from the animal portion of the egg at the period of activation in <i>Acipenseridae</i> . . . . .	341
	165

Т-08820 Подписано к печати 22. X.1957 г. Тираж 5900 экз. Зак. 1899  
Формат бумаги 70×108<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бум. л. 61/4 Печ. л. + 4 вкл. Уч.-изд. л. 15,4  
2-я типография Издательства Академии наук СССР. Москва, Шубинский пер., 10  
166

М. Б. ҚАПИЛЕВИЧ

К ЗАДАЧЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ ГЛАВНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ОСОБЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 4 IV 1957)

Рассмотрим в полуплоскости  $y > x$  уравнение

$$(y - x)z_{xy} + \beta(z_x - z_y) + c(x, y)z = 0, \quad c(x, y) \geq 0, \quad 0 < \beta < 1/2, \quad (1)$$

полагая, что  $c(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} c_{2k} (y - x)^{1+2k}$ ;  $c_{2k} = \text{const}$ . Пусть  $\bar{D}$  — замкнутая область, ограниченная отрезком  $MN$  линии  $y = x$  и характеристиками  $MP$  и  $NP$  уравнения (1), исходящими из точек  $M(x_1, x_1)$  и  $N(x_2, x_2)$ . Будем называть задачей  $K$  для уравнения (1) сингулярную задачу Коши

$$z(x, x) = \tau(x), \quad z_{\zeta}(x, x) = \nu(x); \quad \zeta = -\left(\frac{y-x}{2-2a}\right)^{1-a}, \quad a = 2\beta, \quad (2)$$

а задачами  $T_1$  и  $T_2$  — задачи Трикоми

$$z(x_1, y) = 0, \quad z_{\zeta}(x_1, x) = \nu(x); \quad z(x_1, y) = 0, \quad z(x, x) = \tau(x), \quad \tau(x_1) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\tau(x)$  и  $\nu(x)$  — дважды непрерывно дифференцируемые функции на отрезке  $x_1 \leq x \leq x_2$ . Используя в качестве мажорант главные решения, построенные ранее (1,2) в явном виде для случая  $4c(x, y) = b^2(y - x)$ ,  $b = \text{const}$ , можно доказать следующие теоремы.

Теорема 1. Существуют единственые решения задач  $K$ ,  $T_1$  и  $T_2$ , дважды непрерывно дифференцируемые в области  $D$ . Эти решения непрерывно зависят от начальных функций  $\tau(x)$  и  $\nu(x)$ , причем для каждой из задач  $K$ ,  $T_1$  и  $T_2$  имеет место корректность нулевого порядка (3).

Теорема 2. Решение  $z_0$  задачи  $K$  может быть представлено в форме

$$z_0 = \gamma_1 (y - x)^{1-a} \int_x^y \tau(x') [(x' - x)(y - x')]^{\beta-1} R_{\beta-1}(x' - x, y - x') dx' - \gamma_2 \int_x^y \nu(x') [(x' - x)(y - x')]^{-\beta} R_{-\beta}(x' - x, y - x') dx', \quad (4)$$

задачи же  $T_1$  и  $T_2$  имеют решения  $z_1$  и  $z_2$  вида

$$z_1 = \gamma \int_{x_1}^x \nu(x') [(x - x')(y - x')]^{-\beta} \bar{R}_{-\beta}(x - x', y - x') dx', \quad (5a)$$

$$z_2 = k (y - x)^{1-a} \int_{x_1}^x \tau(x') [(x - x')(y - x')]^{\beta-1} \bar{R}_{\beta-1}(x - x', y - x') dx'. \quad (5b)$$

Здесь  $\gamma_1 = \Gamma(a)/\Gamma^2(\beta)$ ;  $\gamma_2 = \Gamma(2-a)/\Gamma^2(1-\beta)$ ;  $k = \Gamma(1-\beta)/\Gamma(\beta)\Gamma(1-a)$ ;  $\gamma = k\gamma_2/\gamma_1$ ;  $R_\nu$  и  $\bar{R}_\nu$  — кратные степенные ряды, обладающие бесконечно большими радиусами сходимости и равные единице при  $x' = x$  и  $x' = y$ . При этом, если

$$R_{-\beta}(x' - x, y - x') = \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} a_{\nu s} (x' - x)^\nu (y - x')^s \quad (a_{\nu s} = \text{const}, a_{00} = 1), \quad (6)$$

то  $R_{\beta-1}(x' - x, y - x')$  получается из ряда (6) заменой  $\beta$  на  $1-\beta$ .

Функции  $R_{-\beta}$  и  $R_{\beta-1}$ , строго положительные в полуплоскости  $y > x$ , удовлетворяют неравенствам

$$R_{-\beta}(P) \leq \bar{I}_{-\beta}(br), \quad R_{\beta-1}(P) \leq \bar{I}_{\beta-1}(br), \quad (7)$$

$$r = \sqrt{(x' - x)(y - x')}, \quad P = P(x' - x, y - x'), \quad b = 2\sqrt{\sup_{y > x} (c/(y - x))}.$$

Аналогично слушаю  $c = (1/2)b^2(y - x)$ , где  $(2) \bar{P} = \bar{P}(x - x', y - x')$ ,

$$\bar{R}_{-\beta}(\bar{P}) = \bar{J}_{-\beta}(br_1), \quad \bar{R}_{\beta-1}(\bar{P}) = \bar{J}_{\beta-1}(br_1), \quad r_1 = \sqrt{(x - x')(y - x')}, \quad (8)$$

ряды  $\bar{R}_{-\beta}$  и  $\bar{R}_{\beta-1}$  дают колеблющиеся функции, обладающие бесконечным числом нулевых линий при  $y > x$ . Из теорем 1 и 2 следует:

1. Обозначим через  $u_1(x, y, x_0, y_0)$  функцию Римана уравнения (1), а через  $H(x, y, x_0, y_0)$  и  $\bar{H}(x, y, x_0, y_0)$  — функции Адамара соответственно задач  $T_1$  и  $T_2$ . Фиксируем в полуплоскости  $y > x$  точку  $C(x_0, y_0)$  (точка наблюдения) и проведем через нее две характеристики  $CA$  и  $CB$  (падающие характеристики). В точках  $A(x_0, x_0)$  и  $B(y_0, y_0)$  (точки отражения) построим прямые  $y = x_0$  и  $x = y_0$  (отраженные характеристики). Тогда получим шесть областей: 1 ( $x_0 < y_0 < x < y$ ), 2 ( $x < x_0 < y_0 < y$ ), 3 ( $x < y < x_0 < y_0$ ), 4 ( $x_0 < x < y_0 < y$ ), 5 ( $x < x_0 < y < y_0$ ) и 6 ( $x_0 < x < y < y_0$ ). Своими начальными значениями на падающих характеристиках функция  $u_1$  определена в областях 2, 4, 5 и 6. С другой стороны, известные начальные данные на отраженной характеристике и линии  $y = x$ , связанные с  $H$  и  $\bar{H}$  (4), определяют эти функции в области 1 (или 3).

Как показывают формулы (4) и (5), начальные значения  $u_1|_{y=x}$ ,  $u_{1\zeta}|_{y=x}$ ,  $H|_{y=x}$ ,  $\bar{H}_\zeta|_{y=x}$  по удалении мультипликативных степенных особенностей в точках отражения становятся целыми голоморфными функциями. Решая с их помощью задачу (1), (2), мы получим интегральные представления для функций  $u_1$ ,  $H$  и  $\bar{H}$  в областях 2, 6, 1 (или 3). Так, например, в области 6

$$u_1 = m(y - x)^{1-a} (y_0 - x_0)^a \int_x^y r^{a-2} r_0^{-a} R_{-\beta}(P_0) R_{\beta-1}(P) dx' - \\ - m(y_0 - x_0) \int_x^y r^{-a} r_0^{a-2} R_{-\beta}(P) R_{\beta-1}(P_0) dx' = u_{36} - u_{46}; \quad (9)$$

в области 3

$$H = n(y - x)^{1-a} (y_0 - x_0)^a \int_x^y r^{a-2} r_{10}^{-a} R_{\beta-1}(P) \bar{R}_{-\beta}(\bar{P}_0) dx', \quad (10a)$$

$$\bar{H} = n(y_0 - x_0) \int_x^y r^{-a} r_{10}^{a-2} R_{-\beta}(P) \bar{R}_{\beta-1}(\bar{P}_0) dx'. \quad (10b)$$

$$\text{При этом } P_0 = P_0(x' - x_0, y_0 - x'), \quad \bar{P}_0 = \bar{P}_0(x_0 - x', y_0 - x'), \\ r_0 = \sqrt{(x' - x_0)(y_0 - x')}, \quad r_{10} = \sqrt{(x_0 - x')(y_0 - x')}, \quad m = \operatorname{tg} \beta \pi / 2\pi.$$

Сингулярная природа выражений (9) и (10), пригодных только в окрестности особой линии  $y=x$ , с необходимостью приводит к задаче их аналитического продолжения в окрестность падающих и отраженных характеристик. Для этого, наряду с решениями  $u_1, H, \bar{H}$ , необходимо ввести новые вспомогательные главные решения, число которых и условия, служащие для их однозначного построения, целиком определяются числом особых линий и характером особенности на этих линиях функций  $u_1, u_3, u_4, H, \bar{H}$ . Так, например, интегралы  $u_1, H$  и  $\bar{H}$  обладают логарифмическими особенностями на отраженных характеристиках, вблизи которых эти функции имеют вид

$$u = P \ln \Lambda + Q; \quad \Lambda = (y_0 - x)(y - x_0)/(x_0 - x)(y - y_0). \quad (11a)$$

Поэтому задача аналитического продолжения функций Римана и Адамара в окрестность отраженных характеристик требует введения главных решений  $u_5$  и  $u_6$ , первое из которых служит коэффициентом при  $\ln \Lambda$  в формуле (11a), а второе несет в себе указанную логарифмическую особенность функций  $u_1, H, \bar{H}$ , но обладает регулярной частью  $Q_6(x, y, x_0, y_0)$ , обращающейся в нуль на отраженных характеристиках.

Функции  $u_{5k}$  ( $k=1, 3, 4, 5, 6$ ) однозначно определяются своими значениями на отраженных характеристиках, аналогичными известным начальным данным функции Римана на падающих характеристиках. Эти функции, обладающие логарифмическими особенностями на падающих характеристиках, дают в областях 4 и 5 фундаментальные решения уравнения (1), ограниченные на отраженных характеристиках. Аналогично этому для исследования фундаментальных решений  $u_{3k}$  и  $u_{4k}$  ( $k=2, 6$ ) в окрестности падающих характеристик, где

$$u_{ik} = P_{ik}(x, y, x_0, y_0) \ln \Lambda^{-1} + Q_{ik}(x, y, x_0, y_0) \quad (i=3, 4; k=2, 6), \quad (11b)$$

необходимо построить ветви  $u_{1k}$  ( $k=2, 4, 5, 6$ ) функции Римана, принадлежащие падающим характеристикам в областях 2, 4, 5, 6, и совпадающие (с точностью до постоянного множителя) с коэффициентом при  $\ln \Lambda^{-1}$  в формулах (11b), а также ввести фундаментальные решения  $u_{2k}$  ( $k=2, 4, 5, 6$ ), несущие логарифмическую особенность функций  $u_{ik}$  ( $i=3, 4, 5, 6$ ) на падающих характеристиках, но обладающие там нулевыми регулярными частями  $Q_{2k}$ . Фундаментальные решения  $u_{5k}$ , так же как и  $u_{3k}$ ,  $u_{4k}$ , строятся путем комбинирования особенностей начальных функций в задачах  $K$ ,  $T_1$  и  $T_2$  со степенными особенностями ядер в решениях этих задач. В результате для функций  $u_{1k}$ ,  $u_{5k}$  получаются интегральные выражения, аналогичные тем, которые указаны ранее (2) для  $c = (1/2)b)^2(y-x)$ . Однако произведения функций Бесселя под знаками интегралов таких выражений заменяются в случае (1) произведениями степенных рядов вида  $R_v$  или  $\bar{R}_v$ .

Получив ветви  $u_{1k}$ ,  $u_{5k}$ , ограниченные соответственно на падающих и отраженных характеристиках, мы можем с их помощью построить ветви  $u_{2k}$ ,  $u_{6k}$ , обладающие логарифмическими особенностями одновременно и на падающих, и на отраженных характеристиках. С этой целью, рассматривая неоднородные дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют регулярные части  $Q_{2k}$  и  $Q_{6k}$  интегралов  $u_{2k}$  и  $u_{6k}$ , решаем для функций  $Q_{2k}$  и  $Q_{6k}$  задачу Гурса с нулевыми данными соответственно на падающих и отраженных характеристиках. Линейные соотношения, связывающие каждые три из четырех ветвей  $u_{ik}$ , принадлежащих областям 1—6, аналитически продолжают эти ветви из окрестности одной особой линии в окрестность другой особой линии функций  $u_{ik}$ . Той же

цели регулярного продолжения из окрестности одной в окрестность другой характеристики служат и двучленные линейные соотношения (соотношения симметрии) для решений  $u_{ik}$ . Например, аналитическое продолжение функции  $u_5$  из окрестности отраженной характеристики  $y_0 = x$  области I в окрестность линии перехода  $y_0 = x_0$  дает равенство

$$\begin{aligned} n(y-x)^{1-a} \int_{y_0}^x r_{10}^{-a} r_1^{a-2} \bar{R}_{-\beta}(\bar{P}_0) \bar{R}_{\beta-1}(\bar{P}) dx' = \\ = m(y_0-x_0)^{1-a} \int_{x_0}^{y_0} r_1^{-a} r_0^{a-2} \bar{R}_{-\beta}(\bar{P}) R_{\beta-1}(P_0) dx' - \\ - m(y-x)^{1-a} \int_{x_0}^{y_0} r_1^{a-2} r_0^{-a} \bar{R}_{\beta-1}(\bar{P}) R_{-\beta}(P_0) dx'. \end{aligned} \quad (12)$$

2. Функции  $R_v$  и  $\bar{R}_v$ , равные единице соответственно на падающих и отраженных характеристиках, могут быть построены по этим начальным данным Гурса обычными методами итераций или степенных рядов. Их эффективное вычисление дает возможность получить разложения главных решений  $u_{ik}$  уравнения (1) в равномерно и абсолютно сходящиеся ряды по гипергеометрическим функциям Аппеля  $F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma; X, Y)$  (5).

3. В рассматриваемом случае  $0 < a < 1$  логарифмические особенности фундаментальных решений (11b) исчезают, когда полюс этих решений попадает на линию перехода. Это показывает, что при  $0 < a < 1$  не существует решений уравнения (1) с логарифмическими особенностями в точках линии перехода. Такие решения появляются только при  $a = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ , когда  $y = x$  становится линией ветвления логарифмического характера. Так, например, если  $a = 1$ , то для получения общего интеграла вида (4), а также для построения главных решений  $u_{ik}$  уравнения (1) необходимо воспользоваться решениями уравнения (1)

$$z_1(a, x, y) = [(x' - x)(y - x')]^{-a/2} R_{-a/2}(x' - x, y - x'),$$

$$z_2 = \lim_{a \rightarrow 1} \frac{z_1(a, x, y) - (y - x)^{1-a} z_1(2 - a, x, y)}{1 - a}.$$

4. Полученные результаты могут быть перенесены на линейные уравнения высших порядков и системы таких уравнений с одной или несколькими регулярными особыми линиями. Заслуживает внимания уравнение

$$(\zeta - a) z_{\theta\theta} + (\zeta - b) z_{\zeta\zeta} = 0 \quad (a < b),$$

которое является прототипом известных уравнений Чаплыгина (6, 7). Характер разветвления главных решений такого уравнения усложняется из-за многократного отражения падающих характеристик от двух линий параболичности и эффекта интерференции особых линий.

Московский вечерний металлургический  
институт

Поступило  
5 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. Б. Капилевич, ДАН, 81, № 1 (1951). <sup>2</sup> М. Б. Капилевич, ДАН, 91, № 4 (1953). <sup>3</sup> Ф. И. Франкл, Изв. АН СССР, сер. матем., 8, № 5 (1944). <sup>4</sup> Ж. Надамар, Bull. Soc. Math. de France, 31, 208 (1903). <sup>5</sup> Р. Арене, Ж. Кампреде Фэгет, Fonctions hypergéométriques et hypersphériques, Polynômes d'Hermite, Paris, 1926. <sup>6</sup> С. А. Чаплыгин, О газовых струях, Собр. соч., 2, гл. V, Изд. АН СССР, 1933. <sup>7</sup> В. В. Соколовский, Прикладн. матем. и мех., 13, в. 2 (1949).

А. А. КОЗМАНОВА

ПОТЕНЦИАЛЬНО-ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ  
И НЕКОТОРЫЕ ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

(Представлено академиком М. А. Лаврентьевым 5 IV 1957)

Понятие функции, потенциально-гармонической в некоторой области, было дано в работе А. В. Бицадзе <sup>(1)</sup>. В этой же работе А. В. Бицадзе дал аналог формулы Коши для потенциально-гармонических функций в пространстве трех измерений. В настоящей работе на основании результатов В. К. Иванова <sup>(2)</sup> получен аналог формулы Коши для потенциально-гармонических функций в пространстве  $n$  измерений. На основании этой формулы получена теорема о связи между опорной функцией выпуклой оболочки особенностей регулярной на бесконечности гармонической функции в  $n$ -мерном пространстве и индикаторной роста ассоциированной с ней функции. Эта теорема позволяет дать метод суммирования рядов из шаровых функций. Случай  $n = 3$  рассмотрен в <sup>(3)</sup>.

1°. Векторная функция  $\mathbf{f}(x_1, \dots, x_n) = f_1(x_1, \dots, x_n) \mathbf{i}_1 + \dots + f_n(x_1, \dots, x_n) \mathbf{i}_n$  называется потенциально-гармонической в области  $T$ , если в этой области выполняются условия: 1)  $\operatorname{div} \mathbf{f} = 0$ ; 2)  $\frac{\partial f_k}{\partial x_j} = \frac{\partial f_j}{\partial x_k}$  при  $k = 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, n$ . Тройное произведение  $[\mathbf{abc}]$  векторов в  $n$ -мерном пространстве определяется следующим образом:

$$[\mathbf{abc}] = -(\mathbf{bc}) \mathbf{a} + (\mathbf{ca}) \mathbf{b} - (\mathbf{ab}) \mathbf{c}.$$

Теорема 1. Если  $\mathbf{f}(x_1, \dots, x_n)$ ,  $\mathbf{g}(x_1, \dots, x_n)$  — потенциально-гармонические функции в области, содержащей  $T + \sigma$ , где  $\sigma$  — кусочно-гладкая граница области  $T$ , то

$$\int [\mathbf{f} \mathbf{g} \mathbf{n}] d\sigma = 0,$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор внешней нормали к  $\sigma$ . Если  $\rho$  — расстояние между точками  $M_1(x_1, \dots, x_n)$  и  $M(\xi_1, \dots, \xi_n)$ ,  $\omega_n$  — величина поверхности единичной сферы, то

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega_n} \int_{\sigma} \left[ \operatorname{grad} \frac{1}{\rho^{n-2}(\xi_1, \dots, \xi_n, x_1, \dots, x_n)} \mathbf{n}(\xi_1, \dots, \xi_n) \mathbf{f}(\xi_1, \dots, \xi_n) \right] d\sigma = \\ = \begin{cases} f(x_1, \dots, x_n), & M_1(x_1, \dots, x_n) \in T, \\ 0 & M_1(x_1, \dots, x_n) \in T', \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $T'$  — область, дополняющая  $T + \sigma$  до всего пространства.

2°. Вектор  $\mathbf{p}(p_1, \dots, p_n)$ , где  $p_1^2 + \dots + p_n^2 = 0$ , называется изотропным. Представим его следующим образом <sup>(2)</sup>:  $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + i\mathbf{p}''$ , где  $\mathbf{p}'$  и  $\mathbf{p}''$  — вещественные векторы,  $i = \sqrt{-1}$ . Имеем  $\mathbf{p}' \perp \mathbf{p}''$ ,  $|\mathbf{p}'| = |\mathbf{p}''| = \rho$ . Будем считать, что вектор  $\mathbf{p}'$  выходит из начала координат  $O$ , тогда он будет определен, если известна его длина  $\rho$  и направление, которое можно

охарактеризовать при помощи  $\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}$  — углов сферической системы координат. Будем считать, что вектор  $\mathbf{p}''$  тоже выходит из начала координат  $O$ . Он должен лежать в  $(n-1)$ -мерном пространстве  $V_{n-1}^{(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})}$ , ортогональном вектору  $\mathbf{p}'(\rho, \varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})$ , и будет вполне определен углами  $\psi_1, \dots, \psi_{n-2}$  сферической системы координат в  $V_{n-1}^{(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})}$ . Таким образом, вектор  $\mathbf{p}$  однозначно определяется заданием величин  $\rho, \varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}, \psi_1, \dots, \psi_{n-2}$ .

Пусть функция  $u(x_1, \dots, x_n)$  регулярная гармоническая вне некоторой области  $D$ , содержащей начало координат;  $\sigma$  — кусочно-гладкая поверхность, охватывающая все особенности  $u(x_1, \dots, x_n)$ .

Рассмотрим функцию  $F(\mathbf{p})$ , определенную следующим образом:

$$\mathbf{p}F(\mathbf{p}) = \frac{1}{\omega_n} \int_{\sigma} [\operatorname{grad} u(x_1, \dots, x_n) \mathbf{n}(x_1, \dots, x_n) \mathbf{p} e^{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})}] d\sigma, \quad (2)$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор внешней нормали к  $\sigma$ ;  $\mathbf{p} = p_1 \mathbf{i}_1 + \dots + p_n \mathbf{i}_n$  — изотропный вектор;  $\mathbf{r} = x_1 \mathbf{i}_1 + \dots + x_n \mathbf{i}_n$ .

Функции  $u(x_1, \dots, x_n)$  и  $F(\mathbf{p})$  назовем ассоциированными. Функция  $F(\mathbf{p})$  является функцией экспоненциального типа; определим ее индикаторису роста следующим образом:

$$h(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}, \psi_1, \dots, \psi_{n-2}) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\ln |F(\mathbf{p})|}{\rho}, \text{ где } \rho = |\mathbf{p}'| = |\mathbf{p}''|.$$

Опорной функцией области  $D$  является функция

$$K(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}) = \max_{(x_1, \dots, x_n) \in D} \{x_1 \cos \varphi_1 + x_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \dots + x_n \sin \varphi_1 \dots \sin \varphi_n\},$$

где  $0 \leq \varphi_j \leq \pi$  при  $j = 1, \dots, n-2$ ;  $0 \leq \varphi_{n-1} \leq 2\pi$ .

Теорема 2. Опорная функция выпуклой оболочки особенностей гармонической регулярной на бесконечности функции  $u(x_1, \dots, x_n)$  связана с индикаторисой роста ассоциированной с ней функции  $F(\mathbf{p})$  соотношением:

$$K(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}) = \sup_{\psi_1, \dots, \psi_{n-2}} h(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}, \psi_1, \dots, \psi_{n-2}).$$

Действительно, функция  $u(x_1, \dots, x_{n-1})$  вне гиперсферы с центром в начале координат радиуса  $R$ , лежащей целиком в области ее регулярности, может быть представлена абсолютно и равномерно сходящимся рядом из сферических функций  $r^{-p} H(m_k, +; \xi) + r^{-p} H(m_k, -; \xi)$  (4)

$$u(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{(n-2)\omega_n} \frac{1}{r^{n-2}} \sum_{p=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^p \sum [c_{m_0, \dots, m_{n-2}} H(m_k, +; \xi) + \bar{c}_{m_0, \dots, m_{n-2}} H(m_k, -; \xi)], \quad (3)$$

где внутренняя сумма берется по всем целым  $m_k$  таким, что  $p = m_0 \geq m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_{n-2} \geq 0$ .

Разложение (3) может быть заменено разложением

$$u(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{(n-2)\omega_n} \sum_{p=0}^{\infty} \left( \sum_{i_1+ \dots + i_{n-1}=p} b_{i_1, \dots, i_{n-1}, 0} \frac{\partial^p}{\partial^{i_1} x_1 \dots \partial^{i_{n-1}} x_{n-1}} \frac{1}{r^{n-2}} + \sum_{i_1+ \dots + i_{n-1}=p-1} b'_{i_1, \dots, i_{n-1}, 1} \frac{\partial^p}{\partial^{i_1} x_1 \dots \partial^{i_{n-1}} x_{n-1} \partial x_n} \frac{1}{r^{n-2}} \right), \quad r^2 = x_1^2 + \dots + x_n^2, \quad (3')$$

коэффициенты которого однозначно определяются разложением (3).

Тогда из (1), (2) получим следующее представление для функции  $F(\mathbf{p})$ :

$$F(\mathbf{p}) = \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \left( \sum_{i_1+ \dots + i_{n-1}=p} b_{i_1, \dots, i_{n-1}, 0} p_1^{i_1} \dots p_{n-1}^{i_{n-1}} + \sum_{i_1+ \dots + i_{n-1}=p-1} b'_{i_1, \dots, i_{n-1}, 1} p_1^{i_1} \dots p_{n-1}^{i_{n-1}} p_n \right). \quad (4)$$

Докажем, что справедливо соотношение

$$u(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{2^{n-2} \pi^{\frac{n-2}{2}} \Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)} \int_{V_{n-1}^{(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})}} F(\mathbf{p}) e^{-(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} \frac{dV}{\rho}, \quad (5)$$

где  $V_{n-1}^{(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})}$  —  $(n-1)$ -мерное пространство, ортогональное вектору  $\mathbf{p}'(\rho, \varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})$ ;  $\rho = |\mathbf{p}'| = |\mathbf{p}''|$ ,  $\mathbf{r} = x_1 \mathbf{i}_1 + \dots + x_n \mathbf{i}_n$ . Если вектор  $\mathbf{p}'$  имеет составляющие  $\mathbf{p}' = \{0, 0, \dots, 0, \rho\}$ , то пространство  $V_{n-1}^{(0, \dots, 0)}$  совпадает с пространством  $OX_1 \dots X_{n-1}$  и вектор  $\mathbf{p}''$  имеет составляющие  $\mathbf{p}'' = \{x'_1, \dots, x'_{n-1}, 0\}$ , где  $(x'_1)^2 + \dots + (x'_{n-1})^2 = \rho^2$ . На основании (5) и (6)

$$\int_{V_{n-1}^{(0, \dots, 0)}} e^{-(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} \frac{dV}{\rho} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\rho} e^{-\rho x_n} e^{-i(x'_1 x_1 + \dots + x'_{n-1} x_{n-1})} dx'_1 \dots dx'_{n-1} = \\ = \frac{2^{n-2} \pi^{\frac{n-2}{2}} \Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)}{r^{n-2}}, \quad n \geq 3.$$

Совершая вращение, получим, что в общем случае

$$\int_{V_{n-1}^{(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})}} e^{-(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})} \frac{dV}{\rho} = \frac{2^{n-2} \pi^{\frac{n-2}{2}} \Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)}{r^{n-2}}, \quad n \geq 3. \quad (6)$$

Используя (3), (4), (6), получим (5).

Из формул (2) и (5) сформулированная теорема вытекает рассуждениями, аналогичными тем, какие проводятся при доказательстве теоремы Поля из теории целых функций<sup>(5)</sup>.

Следствие. Предположим, что все особенности регулярной на бесконечности гармонической функции  $u(x_1, \dots, x_n)$  лежат в пространстве  $x_n < a$  ( $a > 0$ ). Обозначим через  $H$  расстояние от плоскости  $x_n = a$  до выпуклой оболочки множества этих особенностей. Имеет место равенство

$$H = a - \sup_{\varphi_1, \dots, \varphi_{n-2}} h(0, \dots, 0, \varphi_1, \dots, \varphi_{n-2}),$$

$h$  — индикаторика роста ассоциированной с  $u(x_1, \dots, x_n)$  функции  $F(\mathbf{p})$ .

З°. Произведя в формуле (5) преобразование обратных радиусов-векторов, получим:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{r^{n-2}} u\left(\frac{x_1}{r^2}, \frac{x_2}{r^2}, \dots, \frac{x_n}{r^2}\right) = \\ = \sum_{p=0}^{\infty} r^p \sum_{p=m_0 \geq m_1 \geq \dots \geq m_{n-2} \geq 0} [a_{m_0, \dots, m_{n-2}} H(m_k, +; \xi) + \bar{a}_{m_0, \dots, m_{n-2}} H(m_k, -; \xi)] = \\ = \frac{1}{2^{n-2} \pi^{\frac{n-2}{2}} \Gamma\left(\frac{n-2}{2}\right)} \frac{1}{r^{n-2}} \int_{V_{n-1}^{(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})}} F(\mathbf{p}) e^{-\left(\frac{p}{r^2}\right)} \frac{dV}{\rho}, \quad r^2 = x_1^2 + \dots + x_n^2. \quad (7)$$

Функция  $f(x_1, \dots, x_n)$  регулярная, гармоническая в окрестности начала координат, ряд в (7) сходится внутри гиперсферы с центром в на-

чале координат  $O$ , проходящей через ближайшую к  $O$  особую точку функции  $f(x_1, \dots, x_n)$ .

Назовем точку  $M(r, \varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})$  точкой суммируемости ряда в (7) методом  $(J')$ , если интеграл в (7) сходится в этой точке. Область суммируемости  $T$  ряда в (7) методом  $(J')$  может быть построена аналогично тому, как строится внутренняя область многоугольника Бореля при суммировании методом Бореля  $(B')$  рядов для функций одной комплексной переменной. Именно, пусть  $\mathfrak{M}$  — совокупность всех особых точек  $P$  функции  $f(x_1, \dots, x_n)$ . Тогда область суммируемости  $T$  является совокупностью всех точек  $M$ , лежащих по одну и ту же сторону (с началом координат  $O$ ) от каждой гиперплоскости  $Q_P$ , проходящей через  $P$  перпендикулярно лучу  $OP$ .

Если граница области  $T$  есть  $\sigma$  и  $T'$  — область, дополняющая  $T + \sigma$  до всего пространства, то справедливо следующее положение: ряд (7) не суммируем методом  $(J')$  ни в одной точке области  $T'$ .

Изложенное следует из того, что область  $T$  получается из области  $T^*$ , ограниченной поверхностью с уравнением  $r = K(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})$ , где  $K(\varphi_1, \dots, \varphi_{n-1})$  — опорная функция выпуклой оболочки особенностей функции  $u(x_1, \dots, x_n)$ , применением к последней преобразования обратных радиусов-векторов. Область же  $T^*$  можно рассматривать как теоретико-множественную сумму гиперсфер, построенных следующим образом: каждая особая точка  $M$  функции  $u(x_1, \dots, x_n)$  соединяется с началом координат  $O$  и строится гиперсфера с диаметром  $OM$ .

На основании (2) и (3) для  $n = 3$  можно (7) преобразовать к виду

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \sum_{n=0}^{\infty} r^n \sum_{m=-n}^n a_{nm} P^{|m|}(\cos \theta) e^{im\varphi} = \\ &= -\frac{1}{2\pi\psi} \int_0^{\infty} e^{-t} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} t^n r^n \sum_{m=0}^n \frac{(-1)^m}{(n-m)!} (\cos \theta + i \sin \theta \sin \psi)^{n-m} \times \right. \\ &\quad \times [a_{nm} e^{im(\pi/2+\varphi)} (i \cos \psi - i \sin \theta - \cos \theta \sin \psi)^m + \\ &\quad \left. + \bar{a}_{nm} e^{im(\pi/2+\varphi)} (i \cos \psi + i \sin \theta + \cos \theta \sin \psi)^m] d\psi \right\} dt; \quad a_{n(-m)} = \bar{a}_{nm}. \quad (8) \end{aligned}$$

4°. Исходя из формулы (1), легко перенести на пространство  $n$  измерений все основные положения, развитые в работе А. В. Бицадзе <sup>(1)</sup>, на основании чего, как это делает А. В. Бицадзе, можно, например, получить решение интегрального уравнения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta}{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2} = f(x, y, z).$$

Искомая функция  $p(x, y, z)$  есть

$$p(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta f}{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}, \quad \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2}.$$

При этом считаем, что функции  $p(x, y, z)$  и  $f(x, y, z)$  таковы, что несобственные интегралы существуют.

Уральский государственный университет  
им. А. М. Горького

Поступило  
4 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. В. Бицадзе, Изв. АН СССР, сер. матем., **17**, 525 (1953). <sup>2</sup> В. К. Иванов, Усп. матем. наук, **11**, в. 5 (71) (1956). <sup>3</sup> А. А. Козманова, ДАН, **113**, № 6 (1957).  
<sup>4</sup> А. Егделуй (ed.), Higher Transcendental Functions, 2, N. Y., 1953, p. 240 — 241, 243. <sup>5</sup> С. В. Бочнер, Vorlesungen über Fouriersche Integrale, Leipzig, 1932. <sup>6</sup> Г. Н. Ватсон, Теория бесселевых функций, ч. II, ИЛ, 1949, стр. 422.

М. М. ЛАВРЕНТЬЕВ

О ПРИНЦИПЕ МАКСИМУМА РЕШЕНИЙ  
СИЛЬНО ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ВТОРОГО ПОРЯДКА

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 9 IV 1957)

Принцип максимума играет большую роль в изучении решений эллиптических уравнений второго порядка. Решения же эллиптических уравнений высших порядков, так же как и решения эллиптических систем, как известно, не удовлетворяют обычному принципу максимума. Однако, как будет показано ниже, решения сильно эллиптических систем второго порядка удовлетворяют некоторому интегральному принципу максимума.

Итак, пусть  $k$ -мерный вектор  $u(x, t)$  удовлетворяет сильно эллиптической системе

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^n A_{0i} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial t} + \sum_{i,j=1}^n A_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} = 0. \quad (1)$$

Вектор  $u$  определен в цилиндре  $x \in \Omega$ ,  $0 \leq t \leq l$  и обращается в нуль на границе  $\Omega$ ;  $A_{ij}$  — постоянные симметричные матрицы;  $x$  —  $n$ -мерный вектор.

Покажем, что интеграл  $\int_{\Omega} u^2(x, t) dx$  достигает максимума только на границе отрезка  $[0, l]$ .

Пусть  $\int_{\Omega} u^2(x, t) dx = f(t)$ . Дифференцируя функцию  $f(t)$ , получим

$$f''(t) = 2 \int_{\Omega} u_t^2 dx + 2 \int_{\Omega} u u_{tt} dx. \quad (2)$$

В силу (1)

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} u u_{tt} dx &= - \int_{\Omega} \left( u, \sum_{i=1}^n A_{0i} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial t} + \sum_{i,j=1}^n A_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \right) dx = \\ &= \int_{\Omega} \left[ \sum_{i=1}^n \left( A_{0i} \frac{\partial u}{\partial t}; \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) + \sum_{i,j=1}^n \left( A_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_i}, \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) \right] dx, \end{aligned}$$

и, значит,

$$f''(t) = 2 \int_{\Omega} \left[ u_t^2 + \sum_{i=1}^n (A_{0i} u_t, u_{x_i}) + \sum_{i,j=1}^n (A_{ij} u_{x_i}, u_{x_j}) \right] dx. \quad (3)$$

Из определения сильной эллиптичности следует, что подынтегральное выражение в правой части равенства (3) неотрицательно, и, следовательно,

$$f''(t) \geq 0. \quad (4)$$

Из неравенства (4) следует, что на отрезке  $[0, l]$  функция  $f(t)$  удовлетворяет неравенству

$$f(t) \leq f(0) + f(l)t,$$

откуда и получаем сформулированный принцип максимума.

В случае сильно эллиптической системы второго порядка более общего вида и с переменными коэффициентами имеет место обобщенный принцип максимума. Именно, имеет место следующая теорема:

**Теорема.** Пусть  $k$ -мерный вектор  $u(x, t)$  удовлетворяет системе

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^n A_{i0} \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x_i} + \sum_{i,j=1}^n A_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + B_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \sum_{i=1}^n B_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + cu = 0 \quad (5)$$

в цилиндре  $x \in \Omega$ ,  $0 \leq t \leq l$  и обращается в нуль на границе  $\Omega$ .

Относительно матриц  $A$ ,  $B$ ,  $C$  предполагаем, что:

1) матрицы  $A$  симметричны и удовлетворяют условию Липшица, так что во всем замкнутом цилиндре имеет место неравенство

$$|A(x', t') - A(x'', t'')| \leq \lambda_1 [|x' - x''| + |t' - t''|];$$

2) матрицы  $B$ ,  $C$  суммируемы по всем  $k$ -мерным многообразиям и ограничены, так что во всем замкнутом цилиндре

$$\|B\| \leq \lambda_2, \quad \|C\| \leq \lambda_3;$$

3) система (5) сильно эллиптична, т. е. для любых действительных  $k$ -мерных векторов  $\xi$ ,  $\eta_1, \dots, \eta_n$  во всем замкнутом цилиндре

$$\xi^2 + \sum_{i=1}^n (A_{i0} \xi, \eta_i) + \sum_{i,j=1}^n (A_{ij} \eta_i, \eta_j) \geq \alpha \left[ |\xi|^2 + \sum_{i=1}^n |\eta_i|^2 \right]$$

( $\lambda$  и  $\alpha$  — постоянные).

Тогда существует такое  $h$ , зависящее только от постоянных  $\lambda$ ,  $\alpha$  и чисел  $k$ ,  $n$ , что при любом  $t_0$ ,  $0 \leq t_0 \leq l - h$ , и любом  $t$ ,  $t_0 \leq t \leq t_0 + h$ , имеет место неравенство

$$\int_{\Omega} u^2(x, t) dx \leq 2 \max \left[ \int_{\Omega} u^2(x, t_0) dx, \int_{\Omega} u^2(x, t_0 + h) dx \right].$$

Из сформулированной теоремы сразу следует единственность решения задачи Дирихле для системы (5) в достаточно малых областях.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
14 III 1957

А. Д. МЫШКИС и А. Я. ЛЕПИН

## ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 31 V 1957)

Понятие обобщенной функции было впервые введено С. Л. Соболевым <sup>(1,2)</sup> как линейного функционала в пространстве «основных функций».

В настоящее время имеется ряд подходов к определению обобщенной функции (см., например, <sup>(3-9)</sup>). Цель этой заметки — исходя из определения Микусинского — Коревара <sup>(5)</sup>, дать общее определение различных классов обобщенных функций.

Классом оценок  $\mathfrak{M}$  будем называть любую совокупность неотрицательных функций (все рассматриваемые функции считаются вещественными и непрерывными на оси  $-\infty < x < \infty$ ), обладающую следующими свойствами:

- 1) если  $0 \leq m(x) \leq m_1(x) \in \mathfrak{M}$ , то  $m(x) \in \mathfrak{M}$ ;
- 2) если  $m_1(x) \in \mathfrak{M}$  и  $m_2(x) \in \mathfrak{M}$ , то  $m_1(x) + m_2(x) \in \mathfrak{M}$ ;
- 3)  $1 \in \mathfrak{M}$ ;
- 4) если  $m(x) \in \mathfrak{M}$ , то  $\max_{0 \leq t \leq 1} m(tx) \in \mathfrak{M}$ ;
- 5) если  $m(x) \in \mathfrak{M}$ , то  $|x| m(x) \in \mathfrak{M}$ .

Пусть задан класс оценок  $\mathfrak{M}$ . Будем говорить, что последовательность функций  $F_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ )  $\mathfrak{M}$ -почти равномерно сходится к функции  $F(x)$ , и писать  $F_n(x) \rightarrow F(x)$ , если эта последовательность сходится к  $F(x)$  равномерно на каждом конечном интервале и притом  $\sup_n |F_n(x)| \in \mathfrak{M}$ .

Последовательность  $f$  функций  $f = \{f_n(x)\}$  называется  $\mathfrak{M}$ -фундаментальной, если существует целое  $k \geq 0$  и  $\mathfrak{M}$ -почти равно сходящаяся последовательность  $k$  раз непрерывно дифференцируемых функций  $F = \{F_n(x)\}$ , для которых  $F_n^{(k)}(x) = f_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) (или, в более краткой записи,  $F^{(k)} = f$ ).

Будем говорить, что две  $\mathfrak{M}$ -фундаментальные последовательности  $f = \{f_n(x)\}$  и  $\varphi = \{\varphi_n(x)\}$   $\mathfrak{M}$ -эквивалентны, если существует целое  $k \geq 0$  и последовательности  $F = \{F_n(x)\}$  и  $\Phi = \{\Phi_n(x)\}$ , для которых  $F^{(k)} = f$ ,  $\Phi^{(k)} = \varphi$ ,  $F_n(x) - \Phi_n(x) \rightarrow 0$ .

Введенное понятие  $\mathfrak{M}$ -эквивалентности симметрично, рефлексивно и транзитивно; значит, совокупность всех  $\mathfrak{M}$ -фундаментальных последовательностей распадается на классы  $\mathfrak{M}$ -эквивалентности, каждый из которых и представляет собой, по определению,  $\mathfrak{M}$ -обобщенную функцию в смысле Микусинского — Коревара. Множество этих обобщенных функций (символ  $\mathfrak{M}$  мы будем опускать) обозначим через  $M_{\mathfrak{M}}$ . Это определение переходит в определение Микусинского — Коревара, если  $\mathfrak{M}$  представляет собой совокупность всех неотрицательных функций.

Если  $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$ ,  $\bar{\varphi} \in M_{\mathfrak{M}}$ , то под  $\bar{\alpha}f + \bar{\beta}\varphi$ , по определению, понимается обобщенная функция, содержащая  $\alpha f + \beta \varphi$  ( $f \in \bar{f}$ ,  $\varphi \in \bar{\varphi}$ ). Таким образом, множество  $M_{\mathfrak{M}}$  превращается в линейное пространство.

Любая обобщенная функция  $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$  содержит последовательность  $\omega$ , состоящую из бесконечно дифференцируемых функций; по определению, под производной  $\bar{f}^{(l)}$  ( $l = 1, 2, \dots$ ) понимается обобщенная функция, содержащая  $\omega^{(l)}$ .

Если  $f(x)$  — функция, для которой последовательность  $\{f(x), f'(x), \dots\}$  фундаментальна (так будет в том и только том случае, если существует целое  $k \geq 0$  и  $k$  раз непрерывно дифференцируемая функция  $F(x)$ , для которой  $|F(x)| \in \mathfrak{M}$ ,  $F^{(k)}(x) = f(x)$ ), то под  $\bar{f}$  понимается обобщенная функция, содержащая эту последовательность. Тем самым определяется взаимно-однозначное отображение линейного пространства  $\hat{C}_{\mathfrak{M}}$  таких функций  $f(x)$  на подпространство  $\hat{C}_{\mathfrak{M}}$  пространства  $M_{\mathfrak{M}}$ .

Отметим некоторые свойства обобщенных функций.  $\hat{f}^{(l)} = \hat{\varphi}$  в том и только том случае, если функция  $f(x)$   $l$  раз непрерывно дифференцируема и  $f^{(l)}(x) = \varphi(x)$ . Если  $\bar{f}' = \hat{F}$ , то

$$\bar{f} = \overbrace{\int_0^x}^{\hat{x}} F(t) dt + \hat{C},$$

где  $C$  — некоторая постоянная.

Любая обобщенная функция представима в виде производной некоторого порядка от обобщенной функции из  $\hat{C}_{\mathfrak{M}}$  («теорема Шварца»).

Определение сходимости (сильной) в пространстве  $M_{\mathfrak{M}}$  введем так же, следуя Микусинскому. Если  $\bar{f}_n \in M_{\mathfrak{M}}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и  $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$ , то будем писать, что  $\bar{f}_n \rightarrow \bar{f}$ , если для некоторого целого  $k \geq 0$  существуют функции  $F_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) и  $F(x)$ , для которых  $F_n(x) \rightarrow F(x)$ ,  $\hat{F}_n^{(k)} = \bar{f}_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ),  $\hat{F}^{(k)} = \bar{f}$ . Если  $\bar{f}_n \rightarrow \bar{f}$ , то  $\bar{f}'_n \rightarrow \bar{f}'$ . Подпространство  $\hat{C}_{\mathfrak{M}}$  всюду плотно в  $M_{\mathfrak{M}}$ .

Введем теперь совокупность  $O_{\mathfrak{M}}$  « $\mathfrak{M}$ -основных функций»  $s(x)$ , бесконечно дифференцируемых и таких, что  $s^{(k)}(x) m(x) \xrightarrow{|x| \rightarrow \infty} 0$  ( $k = 0, 1, \dots$ ) при любом  $m(x) \in \mathfrak{M}$ . Очевидно, что  $O_{\mathfrak{M}}$  представляет собой линейное пространство (относительно обычных действий).

Если  $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$ ,  $\bar{f} = \hat{F}^{(k)}$ ,  $|F(x)| \in \mathfrak{M}$  и  $s(x) \in O_{\mathfrak{M}}$ , то интеграл

$$(s, \bar{f}) = (-1)^k \int_{-\infty}^{\infty} s^{(k)}(x) F(x) dx$$

сходится и зависит только от  $\bar{f}$  и  $s(x)$ , а если  $\bar{f}_n \rightarrow \bar{f}$ , то  $(s, \bar{f}_n) \rightarrow (s, \bar{f})$ .

Определим сходимость в пространстве  $O_{\mathfrak{M}}$ , считая, что  $s_n(x) \rightarrow s(x)$  ( $s_n(x) \in O_{\mathfrak{M}}$ ;  $n = 1, 2, \dots$ ;  $s(x) \in O_{\mathfrak{M}}$ ), если для любого  $k = 0, 1, \dots$  последовательность  $s_n^{(k)}(x)$  сходится к  $s^{(k)}(x)$  равномерно и если  $\sup_n |s_n^{(k)}(x)| \xrightarrow{|x| \rightarrow \infty} 0$  для любой оценки  $m(x) \in \mathfrak{M}$ . (В случае, когда  $\mathfrak{M}$  состоит из всех неотрицательных функций, пространство  $O_{\mathfrak{M}}$  совпадает с пространством финитных функций по Шварцу; Шварц <sup>(3)</sup> и И. М. Гельфанд и Г. Е. Шилов <sup>(4)</sup> рассматривали также некоторые другие конкретные пространства основных функций.)

Введенное понятие сходимости представляет собой слабую сходимость относительно скалярного произведения  $(s, f)$ , о чем говорит следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть  $s_n(x) \in O_{\mathfrak{M}}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ),  $s(x) \in O_{\mathfrak{M}}$ . Для того чтобы для любой обобщенной функции  $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$

$$(s_n, \bar{f}) \rightarrow (s, \bar{f}),$$

необходимо и достаточно, чтобы  $s_n(x) \xrightarrow{\mathfrak{M}} s(x)$ .

Скалярное произведение  $(s, f)$  дает возможность ввести в пространство  $M_{\mathfrak{M}}$  наряду с сильной сходимостью также и слабую: именно, при  $\bar{f}_n \in M_{\mathfrak{M}}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ),  $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$  мы будем считать, что  $\bar{f}_n \xrightarrow{\text{сл}} \bar{f}$ , если  $(s, \bar{f}_n) \rightarrow (s, \bar{f})$  для любой функции  $s(x) \in O_{\mathfrak{M}}$ . Если  $\bar{f}_n \xrightarrow{\text{сл}} \bar{f}$ , то  $\bar{f}'_n \xrightarrow{\text{сл}} \bar{f}'$ . Отметим, что слабый предел единственен.

Скалярное произведение  $(s, \bar{f})$  представляет собой линейный непрерывный функционал. Оказывается, что других линейных непрерывных функционалов в пространстве  $M_{\mathfrak{M}}$  нет.

**Теорема 2.** Любой линейный непрерывный относительно сильной сходимости функционал  $k(\bar{f})$  ( $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$ ) представим в виде  $(s, \bar{f})$  для некоторой функции  $s(x) \in O_{\mathfrak{M}}$ , которая определяется однозначно по формуле

$$s(a) = \widehat{1/2 k((x-a) + |x-a|'')} \quad (-\infty < a < \infty).$$

Эта теорема устанавливает естественное взаимно-однозначное соответствие между пространством линейных непрерывных функционалов в пространстве  $M_{\mathfrak{M}}$  и пространством основных функций  $O_{\mathfrak{M}}$ . Оно представляет собой изоморфизм относительно линейных операций, а если производную от функционала  $k(\bar{f})$  определить по формуле  $k'(\bar{f}) = -k(\bar{f}')$ , то и относительно дифференцирования. Если в пространство линейных непрерывных функционалов в  $M_{\mathfrak{M}}$  ввести слабую сходимость, то указанное соответствие будет сохранять сходимость.

Под пространством Шварца  $S_{\mathfrak{M}}$  будем понимать совокупность линейных непрерывных функционалов в пространстве  $O_{\mathfrak{M}}$ , причем эта совокупность снабжена обычными линейными действиями, дифференцированием по формуле  $T'(s) = -T(s')$  ( $s(x) \in O_{\mathfrak{M}}$ ) и слабой сходимостью.

Теорема 1 показывает, что при фиксированном  $\bar{f} \in M_{\mathfrak{M}}$  скалярное произведение  $(s, \bar{f})$  представляет собой линейный непрерывный функционал в пространстве  $O_{\mathfrak{M}}$ , т. е. элемент пространства  $S_{\mathfrak{M}}$ , который мы обозначим через  $\bar{f}^*$ , так что  $\bar{f}^*(s) = (s, \bar{f})$ . Это соотношение определяет естественное отображение пространства  $M_{\mathfrak{M}}$  на подпространство  $M_{\mathfrak{M}}^*$  пространства  $S_{\mathfrak{M}}$ . Это отображение взаимно-однозначно и представляет собой изоморфизм относительно линейных действий и операции дифференцирования. Кроме того, это отображение непрерывно, так как сходимость  $\bar{f}_n \xrightarrow{\text{сл}} \bar{f}^*$  равносильна сходимости  $\bar{f}_n \xrightarrow{\text{сл}} \bar{f}$ . Пространство  $M_{\mathfrak{M}}^*$  состоит из всех функционалов конечного порядка, т. е. функционалов вида  $T^{(k)}(s)$  ( $k = 0, 1, \dots$ ), где

$$T(s) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x) s(x) dx \quad (|F(x)| \in \mathfrak{M}).$$

Будем говорить, что класс оценок  $\mathfrak{M}$  имеет счетный базис, если существует последовательность  $m_i(x) \in \mathfrak{M}$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), для которой любая оценка  $m(x) \in \mathfrak{M}$  не превосходит  $m_i(x)$  для всех  $x \in (-\infty, \infty)$  при некотором  $i = 1, 2, \dots$

Теорема 3. Если  $\mathfrak{M}$  имеет счетный базис, то  $M_{\mathfrak{M}}^* = S_{\mathfrak{M}}$ .

Таким образом, при наличии в классе оценок счетного базиса каждое из пространств  $M_{\mathfrak{M}}$  и  $S_{\mathfrak{M}}$  изоморфно пространству линейных непрерывных функционалов в другом.

В случае наличия счетного базиса, вводя норму, можно превратить пространство  $S_{\mathfrak{M}}$  в счетно-нормированное линейное пространство. (В этом случае пространства  $S_{\mathfrak{M}}$  и  $M_{\mathfrak{M}}$  становятся частным случаем более широкого класса пространств, изучавшегося И. М. Гельфандом и Г. Е. Шиловым (не опубликовано).) Пользуясь теоремой 3, можно было бы получить теоремы 1 и 2 при помощи общей теории счетно-нормированных линейных пространств.

Харьковский  
авиационный институт

Поступило  
27 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> С. Л. Соболев, ДАН, 3, 291 (1935). <sup>2</sup> С. Л. Соболев, Матем. сборн., 1 (43), 39 (1936). <sup>3</sup> L. Schwartz, Théorie des distributions, 1, 2, 1950 — 1951. <sup>4</sup> И. М. Гельфанд, Г. Е. Шилов, Усп. матем. наук, 8, 6 (58), 3 (1953). <sup>5</sup> Я. Микусинский, Бюлл. Польск. Акад. наук, отд. 3, 3, № 11, 587 (1955). <sup>6</sup> J. G. Mikusinski, Fund. Math., 35, 235 (1948). <sup>7</sup> G. Temple, J. London Math. Soc., 28, 2 (110), 134 (1953). <sup>8</sup> G. Temple, Proc. Roy. Soc., (A), 228 (1173), 175 (1955). <sup>9</sup> J. Korevaar, Nederl. Akad. Wetensch. Proc., (A), 58, 368 — 378, 379 — 389, 483 — 493, 494 — 503, 663 — 674 (1955).

И. И. ПЯТЕЦКИЙ-ШАПИРО

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
В ОДНОРОДНЫХ КОНУСАХ

(Представлено академиком М. А. Лаврентьевым 8 IV 1957)

Настоящая работа посвящена обобщению и уточнению одной формулы Зигеля — Мааса — Селберга, имеющей важное значение в теории рядов Дирихле.

Условимся каждой вещественной симметрической матрице  $Y = (y_{ks})$  порядка  $p$  ставить в соответствие точку  $n = \frac{p(p+1)}{2}$ -мерного евклидова пространства с координатами  $y_{ks}$ ,  $k \leq s$ . Совокупность положительных матриц, т. е. матриц с положительными собственными значениями, образует некоторый выпуклый однородный \* конус  $V$ .

Зигель установил формулу (1)

$$\int_V e^{-\sigma(YT)} |Y|^{s-(p+1)/2} dY = \pi^{p(p-1)/4} \Gamma(s) \dots \Gamma\left(s - \frac{p-1}{2}\right) |T|^{-s},$$
$$dY = \prod_{k \leq s} dy_{ks} \quad (1)$$

( $\sigma(A)$  — след матрицы  $A$ ;  $|A|$  — определитель матрицы  $A$ ).

Маас нашел обобщение формулы Зигеля (2)

$$\int_V e^{-\sigma(YT)} u(Y) |Y|^{s-(p+1)/2} dY =$$
$$= \pi^{p(p-1)/4} \Gamma(s - \gamma_1) \dots \Gamma(s - \gamma_p) u(T^{-1}) (T)^{-s}, \quad (2)$$

где  $u(Y)$  — ограниченное решение введенной Селбергом (2, 4) системы уравнений в частных производных

$$\left( \sigma \left( Y \frac{\partial}{\partial Y} \right)^k + \lambda_k \right) u(Y) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (3)$$

где

$$\partial/\partial Y = (e_{\mu\nu} \partial/\partial y_{\mu\nu}); \quad e_{\mu\mu} = 1; \quad e_{\mu\nu} = 1/2 \quad (\mu \neq \nu).$$

Метод Мааса основан на довольно сложных вычислениях и не дает возможности найти связь между  $\gamma_1, \dots, \gamma_p$  и  $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ .

В настоящей заметке дается простое доказательство формулы (2) и некоторых ее обобщений, позволяющее эффективно найти  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_p$ .

Дифференциальные операторы  $\sigma(Y \partial/\partial Y)^k$  перестановочны с операторами движения  $T_R f(Y) = f(R' Y R)$ ; следуя терминологии, предложенной И. М. Гельфандом (6), мы будем их называть гармоническими операторами. Совокупность всех функций, удовлетворяющих системе уравнений (3) с фиксированными  $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ , образует пространство, в котором действует некоторое представление группы всех невырожден-

\* Конус называется однородным, если группа аффинных преобразований, переводящих его в себя, транзитивна на нем.

ных вещественных матриц порядка  $p$ . Это представление, вообще говоря, неприводимо. Пользуясь этим фактом и одной теоремой Боннера, легко вывести (2).

Интегральный оператор

$$Kf = \int_V e^{-\sigma(YT^{-1})} f(Y) |Y|^{-(p+1)/2} dY \quad (4)$$

перестановочен с операторами  $T_R$ , и, следовательно, любая функция из неприводимого представления является собственной функцией для него. Легко проверить, что вместе с  $u(Y)$  функция  $u(Y)|Y|^s$  также является собственной функцией интегрального оператора (4) с собственным значением, зависящим от  $s$ . Поэтому

$$\int_V e^{-\sigma(YT)} u(Y) |Y|^{s-(p+1)/2} dY = G(s) u(T^{-1}) |T|^{-s}. \quad (5)$$

Из теоремы Боннера (3) вытекает, что  $G(s) = A^s \prod_{k=1}^p \Gamma(s - \gamma_k)$ .

Вывод формулы (2), позволяющий установить связь между  $\gamma_0, \dots, \gamma_p$  и  $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ . Известно, что среди решений (3) всегда имеется функция вида

$$e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Y) = \Delta_1^{\alpha_1} \Delta_2^{\alpha_2} \dots \Delta_p^{\alpha_p}, \quad (6)$$

где  $\Delta_1 = y_{11}$ ,  $\Delta_2 = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix}, \dots$ , — последовательность главных миноров матрицы  $Y$ . Собственные значения  $\lambda_1, \dots, \lambda_p$  являются симметрическими функциями от  $\beta_1 = \alpha_1 + \dots + \alpha_p$ ,  $\beta_2 = \alpha_2 + \dots + \alpha_p - 1/2, \dots, \beta_p = \alpha_p - (p-1)/2$  (5-7).

Пользуясь этим обстоятельством и формулой (14) из работы Мааса (2), можно выписать явное выражение  $\lambda_1, \dots, \lambda_p$  через  $\beta_1, \dots, \beta_p$ . Мы не приводим его, так как считаем, что наиболее естественные параметры, задающие представление, суть  $\beta_1, \dots, \beta_p$ .

Мы докажем, что имеет место формула

$$\int_V e^{-\sigma(YT)} e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Y) |Y|^{-(p+1)/2} dY = G_{\alpha_1, \dots, \alpha_p} e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(T^{-1}),$$

$$G_{\alpha_1, \dots, \alpha_p} = \pi^{p(p-1)/4} \Gamma(\beta_1) \dots \Gamma(\beta_p). \quad (7)$$

Обозначим через  $K$  группу всех матриц  $Q$ , все элементы которых ниже главной диагонали равны нулю, а элементы, стоящие на главной диагонали, положительны. Ясно, что

$$e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Q'YQ) = q^{\alpha_1 + \dots + \alpha_p} q_2^{\alpha_2 + \dots + \alpha_p} \dots q_p^{\alpha_p} e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Y),$$

где  $q_1, q_2, \dots, q_p$  — диагональные элементы  $Q$ .

Как известно, любую положительно-определенную матрицу  $T$  можно представить в виде  $Q^{-1}Q'^{-1}$ ,  $Q \in K$ . Делая замену  $Y = Q'YQ$ , где  $Q^{-1}Q'^{-1} = T$ , мы получаем, что достаточно доказать формулу (7) для  $T = E$ . Представим матрицу  $Y$  в виде

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 & q \\ q' & y \end{pmatrix},$$

где  $Y_1$  — матрица  $(p-1)$ -го порядка;  $q$  —  $(p-1)$ -мерный вектор. Тогда

$$|Y| = |Y_1| (y - q'Y_1^{-1}q), \quad \sigma(Y) = \sigma(Y_1) + y.$$

Значит,  $Y > 0$  тогда и только тогда, когда  $Y_1 > 0$  и  $y - q'Y_1^{-1}q > 0$ . Легко вывести рекуррентную формулу

$$\int_V e^{-\sigma(Y)} f(Y_1) |Y_1|^{s-(p+1)/2} dY = \pi^{(p-1)/2} \Gamma\left(s - \frac{p-1}{2}\right) \int_{V_1} e^{-\sigma(Y_1)} f(Y_1) |Y_1|^{s-p/2} dY_1; \quad (8)$$

$f(Y_1)$  — любая функция, для которой интеграл, стоящий в правой части, абсолютно сходится.

Формула (7) легко следует из (8) с помощью индукции.

В заметке (8) перечислены четыре серии однородных выпуклых конусов в евклидовом пространстве. Одна из этих серий — конусы положительных симметрических матриц, для каждой из оставшихся трех серий существуют формулы, аналогичные (7).

I. Рассмотрим совокупность  $V$  всех положительных эрмитовых матриц  $Y = (y_{ks})$  порядка  $p$ . Очевидно,  $V$  — конус в  $p^2$ -мерном евклидовом пространстве. Элемент инвариантного объема определяется формулой

$$dv = |Y|^{-p} \prod_{k \leq s} du_{ks} \prod_{k \leq s} dv_{ks},$$

где  $u_{ks} = \operatorname{Re} y_{ks}$ ,  $v_{ks} = \operatorname{Im} y_{ks}$ . Положим  $e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Y) = \Delta_1^{\alpha_1} \dots \Delta_p^{\alpha_p}$ , где  $\Delta_1, \Delta_2, \dots$  — последовательность главных миноров матрицы  $Y$ . Имеет место формула

$$\int_V e^{-\sigma(TY)} e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Y) dv = G_{\alpha_1, \dots, \alpha_p} e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(T^{-1}), \quad (9)$$

$$G_{\alpha_1, \dots, \alpha_p} = \pi^{p(p-1)/2} \Gamma(\alpha_1 + \dots + \alpha_p) \Gamma(\alpha_2 + \dots + \alpha_p - 1) \dots \Gamma(\alpha_p - p + 1).$$

II.  $V$  — совокупность всех эрмитовых матриц  $Y$  порядка  $2p$ , для которых выполняется соотношение

$$YJ = J\bar{Y}, \quad J = \begin{pmatrix} j & 0 \\ \ddots & \ddots \\ 0 & j \end{pmatrix}, \quad i = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Легко проверить, что  $V$  — совокупность всех положительно-определеных матриц алгебры кватернионов.

Положим  $Y = (y_{ks})$ ,  $k, s = 1, 2, \dots, p$ , где  $y_{ks}$  — матрицы второго порядка. Соотношение (10) можно переписать следующим образом:

$$y'_{ks} = \bar{y}_{sk}, \quad y_{ks}j = j\bar{y}_{ks}.$$

Значит,

$$y_{kk} = \begin{pmatrix} u_{kk} & 0 \\ 0 & u_{kk} \end{pmatrix}, \quad u_{kk} > 0;$$

$$y_{ks} = \begin{pmatrix} u_{ks} & v_{ks} \\ -v_{ks} & u_{ks} \end{pmatrix} \quad (k < s), \quad u_{ks} = a_{ks} + ib_{ks}, \quad v_{ks} = c_{ks} + id_{ks},$$

где  $u_{kk}$ ,  $a_{ks}$ ,  $b_{ks}$ ,  $c_{ks}$ ,  $d_{ks}$  — вещественные числа.

Инвариантный объем определяется формулой

$$dv = |Y|^{1/2-p} \prod_{k=1}^p du_{kk} \prod_{k < s} da_{ks} \prod_{k < s} db_{ks} \prod_{k < s} dc_{ks} \prod_{k < s} dd_{ks}.$$

$$\text{Положим } e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Y) = \Delta_1^{\alpha_1/2} \dots \Delta_p^{\alpha_p/2}, \text{ где } \Delta_1 = |y_{11}|, \Delta_2 = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix}, \dots$$

Имеет место формула

$$\int_V e^{-\sigma(TY)} e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(Y) dv = G_{\alpha_1, \dots, \alpha_p} e_{\alpha_1, \dots, \alpha_p}(T^{-1}), \quad (11)$$

$$G_{\alpha_1, \dots, \alpha_p} = \pi^{p(p-1)} \Gamma(\alpha_1 + \dots + \alpha_p) \Gamma(\alpha_2 + \dots + \alpha_p - 2) \dots \Gamma(\alpha_p - 2p + 2).$$

III.  $V$  — совокупность всех точек  $y = (y_1, \dots, y_n)$   $n$ -мерного пространства, для которых  $y_1 y_2 - y_3^2 - \dots - y_n^2 > 0$ ,  $y_1 > 0$ . Инвариантный объем определяется формулой  $dv = (\lambda(y))^{-n/2} dy_1 \dots dy_n$ ,  $\lambda(y) = y_1 y_2 - y_3^2 - \dots - y_n^2$ . Положим  $e_{\alpha, \beta}(y) = y_1^\alpha (\lambda(y))^\beta$ .

Имеет место формула

$$\int_V e^{-(y, t)} e_{\alpha, \beta}(y) dv = G_{\alpha, \beta} e_{\alpha, \beta}(t^{-1}), \quad G_{\alpha, \beta} = \pi^{n/2-1} \Gamma(\alpha + \beta) \Gamma\left(\beta - \frac{n}{2} + 1\right), \quad (12)$$

$$t^{-1} = \left( \frac{t_2}{\lambda(t)}, \frac{t_1}{\lambda(t)}, -\frac{t_3}{\lambda(t)}, \dots, -\frac{t_n}{\lambda(t)} \right), \quad (y, t) = y_1 t_1 + y_2 t_2 + 2 \sum_3^n y_k t_k.$$

Укажем одно применение выведенных формул. Пусть  $V$  — конус в евклидовом пространстве  $E_n$ , являющийся произведением перечисленных выше конусов;  $(y, t)$  — скалярное произведение. Взаимным конусом условимся называть совокупность всех векторов  $t \in E_n$ , для которых  $(y, t) > 0$  для всех  $y \in V$ . Легко видеть, что при соответствующем выборе скалярного произведения, взаимный конус совпадает с  $V$ . Пусть  $y \rightarrow y^\varphi$  — отображение  $V$  на себя, обладающее следующими свойствами: для любых двух векторов  $y, t \in V$  и любого аффинного преобразования  $L$  конуса  $V$  в себя  $(y, t^\varphi) = (Ly, Lt)^\varphi$ . Обозначим через  $H$  совокупность всех точек  $n$ -мерного комплексного пространства вида  $y + ix$ ,  $y \in V$ ,  $x$  любое. Отображение  $y \rightarrow y^\varphi$  продолжается в аналитический автоморфизм  $H$  на себя. Пусть  $\lambda(y)$  — такой многочлен от  $y$ , что  $\lambda(Ly) = |L| \lambda(y)$  для любого линейного преобразования  $L$  конуса  $V$  в себя.

Собственную функцию всех гармонических операторов на  $V$  условимся называть гармонической функцией. Пусть  $u(y)$  — гармоническая функция, для которой

$$\int_V e^{-(y, t)} |u(y)| \lambda^{-1}(y) dy < \infty \text{ для всех } t \in V. \quad (13)$$

Из формул (7), (9), (11) и (12) вытекает, что

$$Gu(t^\varphi) = \int_V e^{-(y, t)} u(y) \lambda^{-1}(y) dy.$$

Легко видеть, что функция  $v(t) = u(t^\varphi)$  аналитически продолжается на  $H$ .  $\Gamma$  — решетка в  $n$ -мерном пространстве,  $\Gamma'$  — взаимная решетка. С помощью формулы Пуассона легко получается тождество

$$\sum_{t \in \Gamma} v(t + 2\pi ir) = \frac{1}{G|\Gamma|} \sum_{\rho \in \Gamma'} u(\rho) e^{-(\rho, t)} \lambda^{-1}(\rho); \quad (14)$$

$|\Gamma|$  — объем основного параллелепипеда решетки  $\Gamma$ . Формула (14) имеет место при предположениях, обеспечивающих сходимость левой и правой частей.

В частном случае, когда  $V$  — совокупность всех положительно-определеных симметрических матриц  $Y$ ,  $u(Y) = |Y|^\varphi$  эта формула была доказана Зигелем<sup>(1)</sup>.

В заключение выражаю глубокую благодарность А. О. Гельфонду за внимание к настоящей работе.

Калужский государственный  
педагогический институт

Поступило  
7 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> C. Siegel, Ann. Math., **36**, 527 (1935). <sup>2</sup> H. Maass, J. Ind. Math. Soc., **19**, № 1, 1 (1955). <sup>3</sup> S. Bochner, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **42**, № 2, 86 (1956). <sup>4</sup> A. Selberg, Intern. Coll. on Zeta-Functions, 1956. <sup>5</sup> И. М. Гельфанд, А. М. Наймарк, Тр. Матем. инст. АН СССР им. В. А. Стеклова, **26** (1950). <sup>6</sup> И. М. Гельфанд, ДАН, **70**, № 1 (1950). <sup>7</sup> Ф. А. Бerezin, ДАН, **107**, № 1 (1956). <sup>8</sup> И. И. Пятницкий-Шапиро, ДАН, **113**, № 5 (1957).

В. В. РУМЯНЦЕВ

К ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ТЯЖЕЛОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА  
С ОДНОЙ НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКОЙ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 8 IV 1957)

1. Пусть  $O\xi\eta\zeta$  — неподвижная система осей координат с осью  $Oz$ , направленной вертикально вверх;  $Oxyz$  — подвижная система осей координат, направленных по главным осям инерции тела для его неподвижной точки  $O$ . Предположим, что среди главных моментов инерции тела  $A, B, C$  нет равных и центр тяжести тела расположен (для простоты) на одной из главных осей инерции; пусть координаты центра тяжести  $x_0 > 0, y_0 = z_0 = 0$ . Положение твердого тела в пространстве  $O\xi\eta\zeta$  можно определить тремя углами Эйлера  $q_1 = \theta, q_2 = \varphi, q_3 = \psi$ . Угол прецессии  $\psi$  является циклической координатой, которой отвечает первый интеграл уравнений движения тяжелого твердого тела с одной неподвижной точкой в форме Лагранжа

$$\frac{\partial L}{\partial \psi} \equiv [(A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi) \sin^2 \theta + C \cos^2 \theta] \psi' + \\ + (A - B) \theta' \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi + C \varphi' \cos \theta = n, \quad (1)$$

где  $L = T + U$  — функция Лагранжа;  $n$  — произвольная постоянная; вес тела обозначим через  $P$ .

Если положить  $R = L - n\psi'$  и исключить из правой части этого равенства  $\psi'$  с помощью интеграла (1), то получим выражение для функции Раяса

$$R(q_1, q_2, q'_1, q'_2, n) = \frac{1}{2[(A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi) \sin^2 \theta + C \cos^2 \theta]} \{ [AB \sin^2 \theta + \\ + (A \cos^2 \varphi + B \sin^2 \varphi) C \cos^2 \theta] \theta'^2 - 2(A - B) C \theta' \varphi' \sin \theta \cos \theta \sin \varphi \cos \varphi + \\ + (A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi) C \sin^2 \theta \varphi'^2 + \\ + 2(A - B) n \theta' \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi + 2Cn \varphi' \cos \theta \} - Px_0 \sin \theta \sin \varphi - \\ - \frac{1}{2} \frac{n^2}{(A \sin^2 \varphi + B \cos^2 \varphi) \sin^2 \theta + C \cos^2 \theta}. \quad (2)$$

При этом уравнения Лагранжа для нециклических координат примут вид

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial R}{\partial q'_i} \right) - \frac{\partial R}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, 2); \quad (3)$$

после интегрирования координата  $\psi$  определится квадратурой

$$\psi = - \int \frac{\partial R}{\partial n} dt. \quad (4)$$

Поскольку функция  $R$  не зависит явно от времени  $t$ , уравнения (3) имеют первый интеграл

$$H \equiv \sum_{i=1}^2 \frac{\partial R}{\partial q'_i} q'_i - R = h, \quad (5)$$

соответствующий интегралу энергии.

2. Легко видеть, что уравнения (3) при некоторых значениях  $n_0$  постоянной  $n$  допускают частное решение  $q_i = q_{i0}$  ( $i = 1, 2$ ), описывающее стационарное движение тела.

Постоянные  $q_{i0}$  ( $i = 1, 2$ ) определяются системой уравнений

$$\frac{\partial R}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, 2),$$

которую можно записать в виде

$$\begin{aligned} [Px_0\gamma - (A - C)\alpha\gamma\omega^2]\alpha - (B - C)\beta^2\gamma\omega^2 &= 0, \\ Px_0\beta - (A - B)\alpha\beta\omega^2 &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где введены обозначения

$$\alpha = \sin\theta_0 \sin\varphi_0, \quad \beta = \sin\theta_0 \cos\varphi_0, \quad \gamma = \cos\theta_0, \quad \omega = \frac{n_0}{A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2}.$$

Очевидно, уравнения (6) удовлетворяются, если постоянные удовлетворяют условиям

$$\alpha \neq 0, \quad \beta \neq 0, \quad \gamma = 0, \quad \omega^2 = \frac{Px_0}{(A - B)\alpha},$$

или

$$\alpha \neq 0, \quad \beta = 0, \quad \gamma \neq 0, \quad \omega^2 = \frac{Px_0}{(A - C)\alpha}.$$

Частные решения (7) описывают перманентные вращения с постоянными угловыми скоростями  $\omega$  тяжелого твердого тела вокруг направленных вертикально вверх осей, проходящих через точку  $O$  в плоскостях  $Oxy$  ( $\gamma = 0$ ) или  $Oxz$  ( $\beta = 0$ ).

Так как для действительного движения  $\omega^2 > 0$ , то допустимыми (1) осями в указанных плоскостях будут полупрямые, для которых  $\alpha > 0$  в случаях  $A > B$ ,  $A > C$  или  $\alpha < 0$  в случаях  $B > A$ ,  $C > A$ .

Исследование устойчивости перманентных вращений имеет большое значение для задачи о движении твердого тела с одной неподвижной точкой. Необходимые условия устойчивости этих вращений для общего случая  $x_0 \neq 0$ ,  $y_0 \neq 0$ ,  $z_0 \neq 0$  получены Граммелем (2); с помощью этих условий Боттема (3) пытался рассмотреть случай  $x_0 \neq 0$ ,  $y_0 = z_0 = 0$ , однако допустил погрешность в вычислениях. Достаточные условия устойчивости вращения вокруг главной оси инерции в случае Лагранжа получены Н. Г. Четаевым (4), а для общего и ряда частных случаев — в работе (5).

Примем вращение вокруг какой-нибудь перманентной оси, расположенной, например, в плоскости  $Oxy$  и отличной от главной оси инерции ( $\alpha, \beta \neq 0$  или  $1, \gamma = 0$ ), за невозмущенное, полагая в возмущенном движении

$$\theta = \frac{\pi}{2} + x_1, \quad \varphi = \varphi_0 + x_2, \quad n = n_0.$$

Подставляя эти значения для переменных в функцию (2) и записывая уравнения (3) с учетом (6), легко видеть, что уравнения в вариациях для возмущенного движения примут вид

$$\begin{aligned} Dx_1'' + C\omega kx_2' - ax_1 &= 0; \\ Cx_2'' - C\omega kx_1' - bx_2 &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где для постоянных коэффициентов введены обозначения

$$\begin{aligned} a &= (C - B)\omega^2, \quad b = \frac{(A - B)\beta^2}{A\alpha^2 + B\beta^2} [3(B - A)\alpha^2 + B]\omega^2, \\ D &= \frac{AB}{A\alpha^2 + B\beta^2}, \quad k = 1 + \frac{A - B}{C} \frac{B\beta^2 - A\alpha^2}{A\alpha^2 + B\beta^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнения (8) имеют первый интеграл

$$H - H_0 = \frac{1}{2} (Dx_1'^2 + Cx_2'^2 - ax_1^2 - bx_2^2) = \text{const}, \quad (10)$$

представляющий собою первое приближение интеграла вида (5) для полных уравнений возмущенного движения.

В случае, когда  $a < 0, b < 0$ , функция  $H - H_0$  является знакоопределенной, и, согласно теореме Раяса (4), рассматриваемое невозмущенное движение устойчиво по отношению к переменным  $q_i, q'_i$  ( $i = 1, 2$ ) при условии, если значения постоянной  $n$  не возмущаются. Однако последнее условие несущественно и может быть опущено. Таким образом, перманентные вращения вокруг осей в плоскости  $Oxy$  устойчивы по отношению к переменным  $\theta, \varphi, \theta', \varphi', \psi'$  (5) для всех допустимых осей в случае  $B > C, B > A$ , а также для тех осей в случае  $A > B > C$ , для которых

$$\alpha^2 > \frac{B}{3(A - B)} = \alpha_1^2. \quad (11)$$

На основании уравнения (4) очевидна неустойчивость перманентных вращений по отношению к углу прецессии  $\psi$ .

В случае, когда  $a > 0, b < 0$  или  $a < 0, b > 0$ , отсутствие максимума измененной силовой функции обнаруживается уже членами второго порядка в ее разложении в ряд Тейлора, и, согласно обращению теоремы Лагранжа, данному А. М. Ляпуновым (6), невозмущенное движение неустойчиво под действием потенциальных сил; при этом, по теореме Кельвина (4), оно не может быть стабилизировано гироскопическими членами, так как степень неустойчивости равна единице.

На этом основании делаем заключение о неустойчивости перманентных вращений вокруг осей, расположенных в плоскости  $Oxy$ , в случае  $C > B > A$  для всех допустимых осей, в случае  $A > B, C > B$  при  $\alpha^2 > \alpha_1^2$  и в случае  $A > B > C$  при  $\alpha^2 < \alpha_1^2$ .

В случае  $a > 0, b > 0$ , соответствующем перманентным вращениям вокруг осей, для которых  $\alpha^2 < \alpha_1^2$  при  $A > B, C > B$ , степень неустойчивости равна двум и возможна гироскопическая стабилизация.

Если невозмущенное движение устойчиво, то, согласно фундаментальной теореме Н. Г. Четаева (4), уравнения в вариациях имеют знакоопределенный квадратичный интеграл.

Этот интеграл для случая  $a > 0, b > 0$  можно найти в связке первых интегралов уравнений (8). В самом деле, легко видеть, что уравнения (8) допускают также первый интеграл

$$\begin{aligned} \Gamma = & 2(Dbx_1'x_2 - Cax_1x_2') + C\omega k(ax_1^2 + bx_2^2) + \\ & + \frac{Db - Ca}{2C\omega k}(Dx_1'^2 - Cx_2'^2 + bx_2^2 - ax_1^2) = \text{const}, \end{aligned} \quad (12)$$

аналогичный интегралу Н. Г. Четаева (7).

Рассмотрим функцию

$$\begin{aligned} V = & C\omega k(H - H_0) + \Gamma = \frac{(C\omega k)^2 + Db - Ca}{2C\omega k} Dx_1'^2 + 2Dbx_1'x_2 + \\ & + \frac{(C\omega k)^2 + Db - Ca}{2C\omega k} bx_2^2 + \frac{(C\omega k^2) - Db + Ca}{2C\omega k} Cx_2'^2 - 2Cax_1x_2' + \\ & + \frac{(C\omega k)^2 - Db + Ca}{2C\omega k} ax_1^2. \end{aligned} \quad (13)$$

При  $a > 0, b > 0$  условия знакопределенности функции (13) сводятся к одному неравенству

$$(C\omega k)^2 - Db - Ca - 2\sqrt{CDab} > 0, \quad (14)$$

которое выполняется.

Отметим, что неравенство (14) при  $a > 0, b > 0$  является также условием чистой мнимости всех корней характеристического уравнения

$$CD\sigma^4 - (Ca + Db - (C\omega k)^2)\sigma^2 + ab = 0. \quad (15)$$

Таким образом, при  $a > 0, b > 0$  выполняются условия гироскопической устойчивости перманентных вращений.

Будет ли в действительности таковая иметь место, зависит от продолжаемости интеграла (12) уравнений в вариациях в интеграл для полных уравнений возмущенного движения. Решение этого вопроса, пока открытого, имеет существенное значение для задачи о движении тяжелого твердого тела с одной неподвижной точкой.

Для перманентных вращений вокруг осей, расположенных в плоскости  $Oxz$  ( $\beta = 0$ ), результаты будут совпадать с полученными, если в последних заменить  $B$  на  $C$  и  $C$  на  $B$ .

Институт механики  
Академии наук СССР

Поступило  
8 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> O. St and e, J. f. reine u. angew. Math., 113, 318 (1894). <sup>2</sup> Р. Граммель, Гироскоп, его теория и применения, 1, ИЛ, 1952. <sup>3</sup> О. Воттема, Proc. Kon. Nederl. Akad. van Wetensch., 48, 316, dec. (1945). <sup>4</sup> Н. Г. Четаев, Устойчивость движения, Изд. 2-е, 1955. <sup>5</sup> В. В. Румянцев, Прикладн. матем. и мех., 20, в. 1, 51 (1956). <sup>6</sup> А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, Собр. соч., 2, 1956. <sup>7</sup> Н. Г. Четаев, Прикладн. матем. и мех., 20, в. 3, 309 (1956).

ГИДРОМЕХАНИКА

В. П. КОРОБЕЙНИКОВ и Н. С. МЕЛЬНИКОВА

О ТОЧНЫХ РЕШЕНИЯХ ЛИНЕАРИЗИРОВАННОЙ  
ЗАДАЧИ О ТОЧЕЧНОМ ВЗРЫВЕ С ПРОТИВОДАВЛЕНИЕМ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 5 IV 1957)

Рассмотрим задачу о точечном взрыве в совершенном газе в постановке Л. И. Седова (2), когда начальное давление  $p_1$  постоянно, а плотность невозмущенной среды меняется по закону  $\rho_1 = A/r^\omega$ , где  $A$  и  $\omega$  — постоянные.

Автомодельная задача с нулевым противодавлением для адиабатических движений газа была решена в замкнутой конечной форме (2) при любых  $\gamma$  и  $\omega$  для случаев сферической, цилиндрической и плоской симметрии. Решение получается особенно простым (2), если  $\omega$  и  $\gamma$  связаны соотношением

$$\omega = \frac{7 - \gamma}{\gamma + 1}. \quad (1)$$

Для дальнейшего введем систему безразмерных переменных

$$\begin{aligned} \frac{v}{c} &= f(\lambda, q), \quad \frac{\rho}{\rho_2} = g(\lambda, q), \quad \frac{p}{p_2} = h(\lambda, q), \\ \lambda &= \frac{r}{r_2}, \quad q = \frac{\gamma p_1}{\rho_1 c^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $v$  — скорость;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $c$  — скорость ударной волны;  $r_2$  — радиус ударной волны;  $\rho_2$  и  $p_2$  — плотность и давление непосредственно за фронтом ударной волны. Если противодавлением не пренебрегаем, то параметр  $q$  существенен, и задача не является автомодельной. В безразмерных переменных (2) система уравнений одномерных неустановившихся движений газа при сферической симметрии может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} (f - \lambda) \frac{\partial f}{\partial \lambda} + \frac{[2\gamma - (\gamma - 1)q][\gamma - 1 + 2q]}{\gamma(\gamma + 1)^2 g} \frac{\partial h}{\partial \lambda} + r_2 \frac{dq}{dr_2} \frac{\partial f}{\partial q} - \frac{r_2}{2q} \frac{dq}{dr_2} f &= 0; \\ (f - \lambda) \frac{\partial g}{\partial \lambda} + g \frac{\partial f}{\partial \lambda} + r_2 \frac{dq}{dr_2} \frac{\partial g}{\partial q} + \left[ \frac{2f}{\lambda} - \omega - \frac{2r_2}{\gamma - 1 + 2q} \frac{dq}{dr_2} \right] g &= 0; \\ (f - \lambda) \frac{\partial g}{\partial \lambda} + \gamma h \frac{\partial f}{\partial \lambda} + r_2 \frac{dq}{dr_2} \frac{\partial h}{\partial q} + \left[ \frac{2f}{\lambda} - \frac{2r_2 \frac{dq}{dr_2}}{q(2\gamma - (\gamma - 1)q)} \right] \gamma h &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

В системе (3) первое уравнение получено из уравнения импульсов, второе — из уравнения неразрывности и третье уравнение есть следствие уравнения неразрывности и условия адиабатичности течения за фронтом ударной волны. Система уравнений, аналогичная (3), была впервые использована Н. С. Мельниковой-Бурновой (2, 3) и А. Сакураи (4) при решении линеаризированной задачи о взрыве в среде с постоянной плотностью.

Граничные условия на фронте ударной волны имеют вид

$$f(1, q) = \frac{2}{\gamma + 1}(1 - q), \quad g(1, q) = 1, \quad h(1, q) = 1. \quad (4)$$

В центре взрыва имеем условие

$$f(0, q) = 0. \quad (5)$$

Кроме того, используя известное решение (2) автомодельной задачи, имеем начальные условия при  $q = 0$ :

$$f_0 = f(\lambda, 0) = \frac{2}{\gamma+1} \lambda, \quad g_0 = g(\lambda, 0) = \lambda, \quad h_0 = h(\lambda, 0) = \lambda^3. \quad (6)$$

Для определения функций  $f(\lambda, q)$ ,  $g(\lambda, q)$ ,  $h(\lambda, q)$ ,  $r_2(q)$  требуется найти решение системы (3) с условиями (4), (5), (6).

При **малых** значениях  $q$ , т. е. для моментов времени, когда взрыв еще достаточно сильный, можно искать решение поставленной выше задачи в виде

$$\begin{aligned} f(\lambda, q) &= f_0(\lambda) + qf_1(\lambda) + \dots; \quad g(\lambda, q) = g_0(\lambda) + qg_1(\lambda) + \dots; \quad (7) \\ h(\lambda, q) &= h_0(\lambda) + qh_1(\lambda) + \dots; \quad \frac{r_2}{q} \frac{dq}{dr_2} = 3(1 + a_1 q + \dots). \end{aligned}$$

Мы будем рассматривать линеаризованную задачу, т. е. членами порядка  $q^2$  и выше пренебрегаем. Проведя линеаризацию уравнений (3), для определения  $f_1(\lambda)$ ,  $g_1(\lambda)$ ,  $h_1(\lambda)$  и постоянной  $a_1$  будем иметь систему линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} g_0(f_0 - \lambda) f_1' + \frac{2(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} h_1' + g_0 \left( f_0' + \frac{3}{2} \right) f_1 + \left[ -\frac{3}{2} f_0 + (f_0 - \lambda) f_0' \right] g_1 - \\ - \frac{3a_1}{2} f_0 g_0 + \frac{4\gamma - (\gamma-1)^2}{\gamma(\gamma+1)^2} h_0' = 0; \end{aligned}$$

$$g_0 f_1' + (f_0 - \lambda) g_1' + \left( g_0' + \frac{2g_0}{\lambda} \right) f_1 + \left[ f_0' + \frac{2f_0}{\lambda} + 3 - \omega \right] g_1 - \frac{6}{\gamma-1} g_0 = 0; \quad (8)$$

$$\gamma h_0 f_1' + (f_0 - \lambda) h_1' + \left( h_0' + \frac{2\gamma h_0}{\lambda} \right) f_1 + \gamma \left[ f_0' + \frac{2f_0}{\lambda} \right] h_1 - 3 \left( a_1 + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right) h_0 = 0.$$

Штрихи в уравнениях (8) обозначают производную по  $\lambda$ . Учитывая (6) и (7), из граничных условий (4) и (5) имеем:

$$f_1(1) = -\frac{2}{\gamma+1}, \quad g_1(1) = h_1(1) = 0, \quad f_1(0) = 0. \quad (9)$$

Таким образом, для нахождения функций  $f_1$ ,  $g_1$ ,  $h_1$  и постоянной  $a_1$  нужно решить систему (8) с условиями (9). Общее решение системы (8) имеет вид

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1-\gamma}{\gamma+1} (\alpha_1 \lambda + c_2 \lambda^{r_2+1} + c_3 \lambda^{r_3+1}); \\ g_1 &= \alpha_2 \lambda + c_1 \lambda^{r_1+1} - \frac{(r_2+4)(1-\gamma)}{(r_2+3)(1-\gamma) + 6\gamma} c_2 \lambda^{r_2+1} + k_1 c_3 \lambda^{r_3+1}; \\ h_1 &= \alpha_3 \lambda^3 + \frac{5\gamma+1}{(2r_1+6)(\gamma-1)} c_1 \lambda^{r_1+3} - \frac{(\gamma r_2+3+3\gamma)(1-\gamma)}{(r_2+3)(1-\gamma) + 6\gamma} c_2 \lambda^{r_2+3} + k_2 c_3 \lambda^{r_3+3}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  — произвольные постоянные;  $k_1$ ,  $k_2$  — некоторые известные постоянные. Постоянны  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  выражаются через  $a_1$  по формулам

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{36 \left( a_1 + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right) - \frac{12(5\gamma+1)}{(\gamma-1)^2} \frac{18[4\gamma - (\gamma-1)^2] - 18a_1\gamma(\gamma+1)}{7\gamma+71}}{7\gamma+71}; \\ \alpha_2 &= \frac{4}{3} \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \alpha_1 + \frac{2}{\gamma-1}; \quad \alpha_3 = (\gamma-1) \alpha_1 + \left( a_1 + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Постоянные  $r_1, r_2, r_3$  являются функциями параметра  $\gamma$  и определяются формулами

$$r_1 = \frac{3(\gamma+1)}{\gamma-1}, \quad r_{2,3} = \frac{-\delta \mp \sqrt{\delta_1^2 - 8(\gamma^2-1)\delta_2}}{4(\gamma^2-1)},$$

где

$$\delta_1 = 31\gamma^2 - 14\gamma - 29, \quad \delta_2 = 33\gamma^2 - 70\gamma - 71.$$

Так как  $r_3$  при любых  $\gamma$  — отрицательная величина, по модулю большая 1, то для удовлетворения граничному условию в центре  $f(0) = 0$  следует положить  $c_3 = 0$ .

Для нахождения постоянных  $c_1$  и  $c_2$  и постоянной  $a_1$ , входящей в определение зависимости  $r_2(q)$ , воспользуемся условиями на ударной волне (9). Полагая  $c_3 = 0$  и  $\lambda = 1$  в решении (10) и учитывая (9), для отыскания  $c_1, c_2, a_1$  получаем систему неоднородных линейных уравнений, коэффициенты которой зависят от  $\gamma$ :

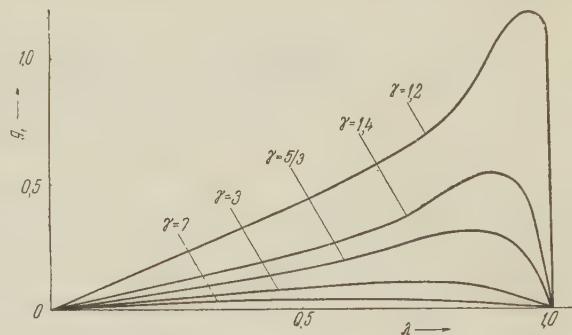


Рис. 1

$$c_2 + \alpha_1 - \frac{2}{\gamma-1} = 0;$$

$$c_1 + \frac{4}{3} \frac{(\gamma-1)}{\gamma+1} \alpha_1 - \frac{(r_2+4)(1-\gamma) \left( \frac{2}{\gamma-1} - \alpha_1 \right)}{(r_2+3)(1-\gamma) + 6\gamma} + \frac{2}{\gamma-1} = 0;$$

$$\frac{5\gamma+1}{(2r_1+6)(\gamma-1)} c_1 + (\gamma-1) \alpha_1 + a_1 -$$

$$- \frac{(\gamma r_2 + 3 + 3\gamma)(1-\gamma)}{(r_2+3)(1-\gamma) + 6\gamma} \left( \frac{2}{\gamma-1} - \alpha_1 \right) + \frac{\gamma-1}{2\gamma} = 0,$$
(12)

причем нужно учесть связь между  $\alpha_1$  и  $a_1$ , которая известна согласно (11).

Решая системы (11), (12), можно найти зависимость  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, c_1, c_2, a_1$ , от  $\gamma$ . Результаты расчетов \* для некоторых значений  $\gamma$ , а следовательно и  $\omega$ , приведены в табл. 1.

Таблица 1

$\gamma$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$c_1$	$c_2$	$a_1$
1,2	-9,767	8,816	-7,824	-23,44	19,77	-5,954
1,4	-2,678	4,405	-3,756	-9,578	7,678	-2,828
5/3	-0,909	2,697	-2,318	-5,229	3,909	-1,912
3,0	-0,130	0,913	-1,465	-1,643	1,130	-1,538
7,0	-0,122	0,212	-1,521	-0,514	0,455	-1,218

После вычисления указанных констант задача о нахождении функций  $f_2(\lambda), g_1(\lambda), h_1(\lambda)$  решена полностью. Графики  $g_1(\lambda), \bar{f}_1(\lambda) = -\frac{\gamma+1}{2} f_1(\lambda)$  для различных  $\gamma$  даны на рис. 1 и 2.

\* В расчетах принимала участие Р. И. Бормотова.

Отметим, что в случае плоской и цилиндрической ударных волн также существуют точные решения типа (6) для автомодельной задачи. При этом

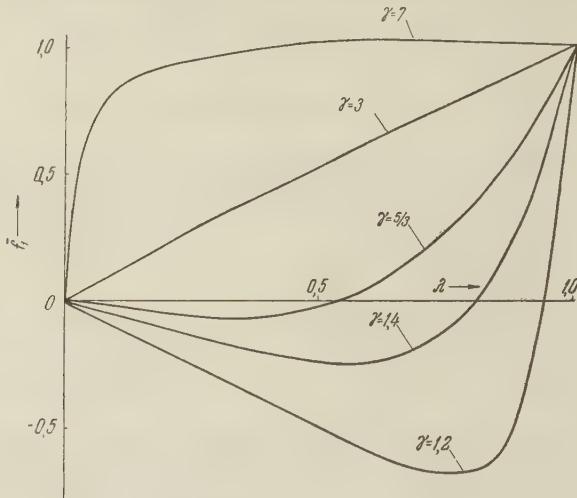


Рис. 2

величины  $\omega$  равны:  $\omega=1$  (плоский случай),  $\omega = \frac{4}{\gamma+1}$  (цилиндрический случай). Для этих значений  $\omega$ , подобно изложенному выше, можно также получить точное решение линеаризованной задачи с учетом противодавления.

Математический институт им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
28 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Л. И. Седов, ДАН, 52, № 1 (1946). <sup>2</sup> Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, 3-е изд., М., 1954. <sup>3</sup> Н. С. Бурнова, Исследование задачи о точечном взрыве, Диссертация, М., 1953. <sup>4</sup> Akira Sakurai, J. Phys. Soc. Japan, 8, № 5 (1953); 9, № 2 (1954).

ГИДРОМЕХАНИКА

А. А. НИКОЛЬСКИЙ

О «ВТОРОЙ» ФОРМЕ ДВИЖЕНИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ  
ОКОЛО ОБТЕКАЕМОГО ТЕЛА (ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРЫВНЫХ  
ВИХРЕВЫХ ПОТОКОВ)

(Представлено академиком А. А. Дородниченко 23 IV 1957)

В работе <sup>(1)</sup> Л. Прандтлем выдвинута идея о целесообразности рассмотрения второй возможности обтекания острых углов тела идеальной жидкостью — образования отрывного течения (в частности, автомодельного течения около клина) с зарождением и развитием около тела вихревой спиральной поверхности. Теория этой особой формы движения, которую в дальнейшем автор настоящей работы называет «второй» формой движения, еще не получила достаточного развития.

При реализации второй формы движения в области пониженного давления фиксированной массы жидкости происходит захват окружающих частиц жидкости и их постепенное накопление между витками расширяющейся спиральной поверхности  $\gamma$ , состоящей из фиксированных частиц (рис. 1).

Образование второй формы движения при обтекании тел идеальной жидкостью сводится к появлению внутри жидкости поверхностей  $\gamma$  тангенциального разрыва скорости. Каждому такому течению  $E$  с вектором скорости  $\mathbf{V}(x, y, z, t)$  можно однозначно сопоставить основное непрерывное (без поверхностей разрыва скорости) потенциальное течение  $E_1$  с вектором скорости  $\mathbf{V}_1(x, y, z, t)$ , удовлетворяющее тем же краевым условиям и условиям на бесконечности, что и поле  $E$ . Поле скорости течения  $E$  при любом  $t$  является суммой двух полей: поля  $E_1$  и дополнительного поля  $E_2$  с вектором скорости  $\mathbf{V}_2(x, y, z, t) = \mathbf{V} - \mathbf{V}_1$ . Поле  $E_2$  всюду вне  $\gamma$  потенциально и удовлетворяет условиям: равенства нулю нормальной компоненты скорости на поверхности  $S$  тела; ограниченности потенциала скорости на бесконечности и наличия в нем поверхностей  $\gamma$ , имеющих ту же конфигурацию и то же распределение циркуляции, как и при общем течении  $E$ .

Рассмотрим несколько случаев плоских обтеканий простейших тел идеальной жидкостью с образованием второй формы движения. Будем обозначать:  $w$  — комплексный потенциал;  $w_1$  — комплексный потенциал основного течения  $E_1$ ;  $\gamma$  — вихревая пелена;  $\Gamma$  — общая циркуляция (против часовой стрелки) куска  $\gamma$ , отсекаемого рассматриваемой ее точкой;  $x, y$  — прямоугольная система координат;  $z = x + iy$ ;  $t$  — время;  $\rho$  — плотность;  $L$  — размерность длины;  $T$  — размерность времени;  $a$  — величина, комплексно-сопряженная с  $a$ ;  $|a|$  — модуль  $a$ ;  $[a]$  — размерность  $a$ . Течения рассматриваются при  $t > 0$ , причем при  $t = 0$   $w = w_1$ . Накладывается условие отсутствия силового воздействия на элементы  $\gamma$ . Интегралы вдоль  $\gamma$  понимаются в смысле Коши. Используются принципы теории подобия

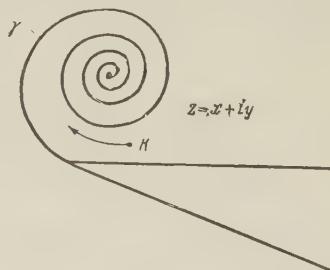


Рис. 1

(см., например, <sup>(2)</sup>).  $\gamma$  в общем случае может состоять из отдельных кусков  $\gamma_q$  ( $q=1, \dots, N$ ). Пусть  $z=z_q(\Gamma, t)$  — уравнение  $q$ -го куска  $\gamma$ .

I.  $w_1=f_1(t)z^n+f_2(t)z^{2n}$ ;  $n$  — действительная константа  $1/2 \leq n < 1$ ;  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  — действительные функции.  $w_1$  дает обтекание клина с раствором  $\frac{2n-1}{n}\pi$ . Функции  $z_q(\Gamma, t)$  должны удовлетворять системе уравнений

$$|\zeta_p(\Gamma_0, t)|^{2(1-n)/n} \frac{\partial \overline{\zeta_p(\Gamma_0, t)}}{\partial t} = n^2 \left\{ f_1(t) + 2f_2(t) \zeta_p(\Gamma_0, t) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\pi i} \sum_{q=1}^N \int_{\gamma_q} \frac{d\Gamma}{\zeta_p(\Gamma_0, t) - \zeta_q(\Gamma, t)} + \frac{1}{2\pi i} \sum_{q=1}^N \int_{\gamma_q} \frac{d\Gamma}{\zeta_p(\Gamma_0, t) - \zeta_q(\Gamma, t)} \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $\zeta(\Gamma, t) = \{z(\Gamma, t)\}^n$ ;  $\Gamma_0$  — величина  $\Gamma$  в произвольной точке кривой  $\gamma$ ; интегрирование ведется от точек, лежащих на стенке.

а)  $f_1(t) = k_1 t^m$ ;  $f_2(t) = k_2 t^{[2(1-n)m-n]/(2-n)}$ ,  $k_1 = \text{const}$ ,  $k_2 = \text{const}$ ,  $m$  — действительная константа. Течение может иметь физический смысл при  $m > -1$ , когда интеграл пути частиц при  $t \rightarrow 0$  сходится.  $[k_1] = = L^{2-n} T^{-(m+1)} [k_2] = L^{2(1-n)} T^{2(m+1)(n-1)/(2-n)}$ . Течение можно предположить автомодельным. Система уравнений (1) в предположении, что  $\gamma$  состоит из одного куска, сводится к уравнению в безразмерных величинах:

$$|\mu(G_0)|^{2(1-n)/n} \left\{ n(m+1) \overline{\mu(G_0)} - (2m+n) G_0 \frac{d\overline{\mu(G_0)}}{dG_0} \right\} = \\ = n^2(2-n) \left\{ 1 + 2\beta \mu(G_0) - \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{dG}{\mu(G_0) - \mu(G)} + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{dG}{\mu(G_0) - \overline{\mu(G)}} \right\}. \quad (2)$$

В работе всюду положено:

$$\mu = Re^{i\vartheta} = r^n e^{in\theta} = k_1^{n(n-2)} t^{n(m+1)/(n-2)} \xi = k_1^{n(n-2)} z^n, \quad \nu = \xi + i\eta = \mu^{1/n}, \\ G = k_1^{2/(n-2)} t^{(2m+n)/(n-2)} \Gamma; \quad \beta = k_1^{2(n-1)/(2-n)} k_2; \quad (3)$$

$\beta$  — константа. Формулы (3) дают закон расширения  $\gamma$  и изменения ее циркуляции во времени.  $\Gamma$  в точках подобия со временем при  $2m+n > 0$  возрастает, при  $2m+n < 0$  падает, при  $2m+n=0$  остается неизменной.

б) Подслучай пункта а), когда  $2m+n=0$ . Анализ уравнения (2) показывает, что при  $2m+n \rightarrow 0$   $dG_0/d\mu(G_0) \rightarrow 0$  на всех витках  $\gamma$ . Постепенно все большее число внешних витков  $\gamma$  освобождается от вихрей, а циркуляция вихрей сосредоточивается на внутренних витках  $\gamma$ ; при  $2m+n=0$  вся  $\gamma$  свободна от вихрей, а в ее центре располагается дискретный вихрь. Здесь общая циркуляция не меняется со временем, и, действительно, можно задаваться решением, когда вся система вихрей сводится к дискретному вихрю в точке  $z=z_1(t)$  неизменной во времени циркуляции —  $\Gamma_1$ . Положим  $\mu_1 = k_1^{n(n-2)} t^{-n/2} z_1^n$ ,  $G_1 = k_1^{2/(n-2)} \Gamma_1$ ;  $\mu_1$  — комплексная константа;  $G_1$  — действительная константа. Условие отсутствия действия внешней силы при  $z=z_1(t)$  дает уравнение

$$\frac{1}{2} |\mu_1|^{2/n} = n\mu_1 + 2n\beta\mu_1^2 - \frac{G_1}{2\pi i} \left( \frac{n-1}{2} - n \frac{\mu_1}{\mu_1 - \overline{\mu_1}} \right). \quad (4)$$

Полагая  $\mu_1 = R_1 e^{i\vartheta_1}$ , получим

$$\frac{1}{2} R_1^{2/n} = nR_1 \cos \vartheta_1 + 2n\beta R_1^2 \cos 2\vartheta_1 - \frac{G_1}{4\pi} n \operatorname{ctg} \vartheta_1; \\ nR_1 \sin \vartheta_1 + 2n\beta R_1^2 \sin 2\vartheta_1 = \frac{1}{4\pi} G_1. \quad (5)$$

Эти два уравнения связывают три величины  $R_1$ ,  $\vartheta_1$ ,  $G_1$ , и пока задача имеет бесчисленное множество решений. Потребуем конечности скорости в точке  $z = 0$ . Это условие дает уравнение

$$\pi R_1 = G_1 \sin \vartheta_1. \quad (6)$$

Условия конечности скорости в вершине углов мы будем требовать далее во всех случаях.

Полагая, что вся циркуляция  $\gamma$  при  $2m+n=0$  собирается в одной точке, получим для произвольной точки  $\mu = \mu_0$  спиралы  $\gamma \int_{\gamma} \frac{dG}{\mu_0 - \mu(G)} = \frac{G_1}{\mu_0 - \mu_1}$ , где  $\mu_1$  и  $G_1$  — те же, что и в формулах (4), (5), (6). Исключая из уравнения (2) и ему сопряженного величину  $dG_0/G_0$  и учитя приведенные выше предельные равенства для интегралов, получим дифференциальное уравнение для  $\gamma$

$$\frac{d \ln \bar{\mu}}{d \ln \mu} = \frac{\frac{m+1}{2-n} - n\mu |\mu|^{-2/n} \left(1 + 2\beta\mu - \frac{1}{2\pi i} \frac{G_1}{\mu - \mu_1} + \frac{1}{2\pi i} \frac{G_1}{\bar{\mu} - \bar{\mu}_1}\right)}{\frac{m+1}{2-n} - n\bar{\mu} |\mu|^{-2/n} \left(1 + 2\beta\bar{\mu} + \frac{1}{2\pi i} \frac{G_1}{\bar{\mu} - \bar{\mu}_1} - \frac{1}{2\pi i} \frac{G_1}{\mu - \mu_1}\right)}. \quad (7)$$

В плоскостях  $\mu$  и  $\bar{\mu}$  образ движущейся в плоскости  $z$  фиксированной частицы движется по «траектории» автомодельного движения. Дифференциальное уравнение траекторий имеет вид

$$\frac{d \ln \bar{\mu}}{d \ln \mu} = \frac{\frac{m+1}{2-n} - n\mu |\mu|^{-2/n} \frac{dW}{d\mu}}{\frac{m+1}{2-n} - n\bar{\mu} |\bar{\mu}|^{-2/n} \frac{d\bar{W}}{d\bar{\mu}}} \quad (W = k_1^{1/(n-2)} t^{(2m+n)/(n-2)} \omega). \quad (8)$$

Уравнения траекторий не зависят от  $t$ . Кривые плоскости  $z$ , соответствующие траекториям, при любом  $t$  состоят из одних и тех же частиц. При автомодельном движении  $\gamma$  удовлетворяет уравнению (8) при подходе к ней с обеих сторон, являясь линией прилегания двух разных траекторий. Уравнение (7) является частной формой уравнения (8) для вырожденного решения. Для определения  $\gamma$  в этом случае необходимо найти интегральную кривую уравнения (7), отходящую от тела и наматывающуюся на точку вихря.

При  $\beta=0$  система уравнений дает

$$R_1 = \{(1-n) \sqrt{n} \sqrt{4n-1}\}^{n/(2-n)}; \quad G_1 = 2\pi \sqrt{n} R_1; \quad \sin \vartheta_1 = \frac{1}{2\sqrt{n}}. \quad (9)$$

II.  $\omega_1 = f_1(t) \sqrt{z} + f_2(t) z$ . Этот подслучай пункта I соответствует развитию второй формы движения около полупластины  $y=0$ ,  $x \geq 0$ . При течении с потенциалом  $\omega_1$  в точке  $z=0$  к жидкости приложена сосредоточенная (подсасывающая) сила  $X = \frac{\pi}{4} \rho f_1(t)^2$ . Применение теоремы о количестве движения в проекции на ось  $x$  (при условии конечности скорости при  $z=0$ ) показывает, что отсутствие силы  $X$  компенсируется приращением количества движения вдоль оси  $x$  дополнительного поля  $E_2$ . Справедлива интегральная теорема

$$\frac{d}{dt} \int_{\gamma} y \, d\Gamma = \frac{\pi}{4} f_1(t)^2. \quad (10)$$

Интегрирование ведется по всем частям  $\gamma$ , начиная от точек на стенке.

а)  $f_1(t) = k_1 t^m$ ,  $f_2(t) = k_2 t^{(2m-1)/3}$ . Это подслучай пункта Ia) ( $n = 1/2$ ). Теорема (10) в безразмерных величинах имеет вид

$$(2m+1) \int_{\gamma} R^2 \sin 2\vartheta \, dG = (2m+1) \int_{\gamma} r \sin \theta \, dG = \frac{\pi}{4} \quad (m > -1/2). \quad (11)$$

б)  $f_1(t) = k_1 t^{-1/2}$ ,  $f_2(t) = k_2 t^{-1/2}$ . Это подслучай пункта Iб) ( $n = 1/2$ ). Решение системы уравнений (5), (6) дает

$$R_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{4 \cos \vartheta_1}}; \quad G_1 = \frac{\pi}{\sqrt[3]{4 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_1}}; \quad \beta = \frac{\cos 2\vartheta_1 \sqrt[3]{4 \cos \vartheta_1}}{4 \sin \vartheta_1 \cos 2\vartheta_1}. \quad (12)$$

Соотношение (11) вырождается в равенство  $R_1^2 \sin 2\vartheta_1 G_1 = \pi/2$ , кото-  
рому решение (12) удовлетворяет. Точка  $z = 0$  является точкой развет-

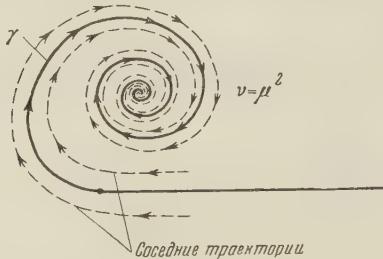


Рис. 2

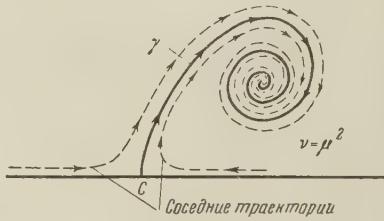


Рис. 3

вления потока. Знак  $d\omega/dz$  в точке  $z = 0$  совпадает со знаком величины  $\beta R_1 - \cos \vartheta_1$ . Обозначим через  $\beta_{kp}$  величину  $\beta$ , когда  $\beta R_1 = \cos \vartheta_1$ . При  $\beta < \beta_{kp}$  в точке  $z = 0$   $d\omega/dz < 0$ . Точка  $z = 0$  является точкой «отрыва»

потока, т. е. точкой отхода траектории  $\gamma$  от тела (рис. 2). При  $\beta > \beta_{kp}$  в точке  $z = 0$   $d\omega/dz > 0$ , и она не является точкой отхода  $\gamma$  от тела. Точка  $C$  отрыва потока находится при  $x > 0$  (рис. 3). При

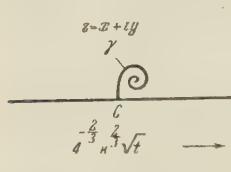


Рис. 4

$\beta \rightarrow \infty$  имеем  $\vartheta_1 \rightarrow 0$ ,  $G_1 \rightarrow \infty$ ,  $R_1 \rightarrow 1/\sqrt[3]{4}$ . В плоскости  $\mu$  при  $\beta \rightarrow \infty$  спираль  $\gamma$  локализуется около

точки  $\mu = 1/\sqrt[3]{4}$ , стягиваясь в эту точку. В пло-

скости  $z$   $\gamma$  локализуется около точки  $y = 0$ ,  $x = 4^{-1/3} k_1^{2/3} \sqrt[3]{t}$  (рис. 4).

в)  $\omega_1 = k_1 t^m \sqrt{z} + k_2 t^{(2m-1)/3} z$ ;  $\beta = k_1^{-2/3} k_2 \gg 1$  — подслучай пункта а). Предположим, по аналогии с пунктом б), что при  $\beta \rightarrow \infty$  вся  $\gamma$  стягивается в точку  $\mu = R_1$  действительной оси. Условие конечности скорости в точке  $z = 0$  и теорема (11) дают, соответственно,

$$\int_{\gamma} \frac{1}{R} \sin \vartheta \, dG = \pi; \quad \int_{\gamma} R^2 \sin 2\vartheta \, dG = \frac{\pi}{4} \frac{1}{2m+1}. \quad (13)$$

Полагая  $\vartheta \rightarrow 0$ ,  $R \rightarrow R_1$ , получим равенства

$$R_1 = \frac{1}{2} (2m+1)^{-1/2}; \quad \int_{\gamma} \vartheta \, dG = \frac{\pi}{2} (2m+1)^{-1/2}. \quad (14)$$

Основные положения работы доложены автором на IX Международном конгрессе по прикладной механике в Брюсселе 12 IX 1956 г.

Институт механики  
Академии наук СССР

Поступило  
9 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> L. Prandtl, Über die Entstehung von Wirbeln in der idealen Flüssigkeit, Vorträge aus Hydro- und Aerodynamik, Berlin, 1924. <sup>2</sup> Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, М., 1954.

АСТРОНОМИЯ

В. И. КРАСОВСКИЙ и И. С. ШКОЛОСКИЙ  
ВОЗМОЖНОЕ ВЛИЯНИЕ ВСПЫШЕК СВЕРХНОВЫХ  
НА ЭВОЛЮЦИЮ ЖИЗНИ НА ЗЕМЛЕ

(Представлено академиком И. Е. Таммом 9 V 1957)

В настоящее время представляется доказанным, что как радиоизлучение, так и оптическое излучение (с непрерывным спектром) Крабовидной туманности обусловлено релятивистскими электронами, движущимися в магнитных полях <sup>(1, 2)</sup>. Поэтому необходимо считаться с фактом, что эта туманность— остаток вспышки Сверхновой 1054 г. — содержит в себе огромное количество релятивистских частиц, т. е. первичных космических лучей. То же самое следует сказать и о всех других туманностях — остатках вспышек Сверхновых. Действительно, остатки вспышек как Сверхновой 1572 г., так и Сверхновой 1604 г. являются источниками радиоизлучения <sup>(3, 4)</sup>. Недавно обнаружено радиоизлучение и от волокнистых туманностей в Лебеде — несомненных остатков вспыхнувшей несколько тысяч лет назад Сверхновой <sup>(5)</sup>. Согласно <sup>(6)</sup> в Крабовидной туманности средняя концентрация релятивистских электронов с энергией  $E > 19^9$  эв,  $N(E > 10^9) \simeq 3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-3}$ . Можно ожидать, что такого же порядка будет и концентрация релятивистских протонов. Когда радиус Крабовидной туманности, вследствие ее расширения, станет равным  $\sim 5$  парсек, концентрация релятивистских частиц станет  $\sim 3 \cdot 10^{-9} \text{ см}^{-3}$ , т. е. все еще будет, примерно, в тридцать раз больше, чем концентрация первичных космических лучей в окрестностях Земли.

Такой сравнительно «старой» туманностью, образовавшейся в результате вспышки Сверхновой, является IC443, линейные размеры которой 7—10 парсек, а концентрация релятивистских частиц, как это следует из радиоастрономических данных, в 50—100 раз больше, чем в окрестностях Земли.

Возникает вопрос, могло ли Солнце вместе с окружающими его планетами, двигаясь в Галактике, попадать в такие области межзвездного пространства, где плотность первичных космических лучей в десятки или даже в сотни раз больше, чем в настоящее время? Мы можем ответить на этот вопрос утвердительно. Это происходило тогда, когда в непосредственной близости от Солнца вспыхивали Сверхновые звезды.

Частота вспышек Сверхновых в Галактике до недавнего времени определялась по усредненным данным для других галактик. Однако было показано <sup>(6)</sup>, что частота таких вспышек по крайней мере на порядок выше. В этом отношении наша Галактика подобна галактикам NGC 3184, 6946 и 4321, в которых частота вспышек Сверхновых аномально велика. Действительно, за последнюю тысячу лет в нашей Галактике наблюдалось, по крайней мере, 5 вспышек Сверхновых (1006, 1054, 1572, 1604 и 1843 гг; последняя — Новая Килья, см. <sup>(7)</sup>). Все они были очень яркие, следовательно, расстояние до них не превышало 2—2,5 кпс, особенно, если учесть межзвездное поглощение света. Отсюда можно сделать вывод, что примерно каждую 1000 лет вспыхивает Сверхновая на расстоянии не большем, чем 1000 пс. Принимая, что Сверхновые образуют в Галактике сильно уплощен-

ную систему толщиной  $\sim 100$  пс, найдем, что, например, каждые 200 миллионов лет вспыхивает Сверхновая на расстоянии меньшем, чем 8 парсек. Это означает, что за время существования Земли несколько раз ( $\sim 10$ ) ближайшие к Солнцу звезды вспыхивали как Сверхновые.

Яркость вспыхнувшей звезды едва ли превосходила  $-20^m$ , т. е. поток излучения от звезды был в тысячи раз меньше, чем от Солнца. Не исключено, однако, что поток жесткого (например, рентгеновского) излучения от звезды и от туманности на самых ранних фазах ее развития мог существенно превосходить поток жесткого излучения от Солнца. Это могло иметь серьезные последствия (см. ниже). Расширяющаяся со скоростью  $\sim 10^8$  см/сек газовая оболочка, образовавшаяся в результате вспышки Сверхновой, пройдет через солнечную систему. Учитывая, однако, ничтожную плотность газа в этой оболочке ( $\sim 10^{-22}$  г/см<sup>3</sup>), вряд ли это повлечет за собой какие-либо последствия.

Весьма существенно, однако, что в такие эпохи в течение нескольких тысяч лет поток космического излучения на Земле будет превышать средний уровень в несколько десятков раз. Нужно еще учесть, что релятивистские частицы в расширяющейся туманности — остатке вспышки Сверхновой — будут распределены весьма неравномерно. Таким образом, могут быть периоды, длиющиеся многие сотни лет, когда поток первичных космических лучей на Земле будет в сотни раз больше современного.

Не исключено, что это может повлечь за собой серьезные биологические и, прежде всего, генетические последствия. Известно, что процесс эволюции живых существ на Земле определяется естественным отбором под влиянием разнообразных физических условий окружающей среды. Однако до настоящего времени никогда не учитывался такой важнейший фактор, как общий уровень жесткой радиации. Между тем в силу сказанного следует признать, что последний фактор на некоторых этапах эволюции мог иметь важное, если не решающее значение.

Согласно существующим данным (см., например, <sup>(8)</sup>), обусловленная космическими лучами радиоактивность воздуха в приземном слое составляет в настоящее время 0,04 г в год, т. е. около  $1/3$  общего уровня естественной радиации. Генетическое значение жесткой радиации, как известно, является в настоящее время предметом весьма интенсивных исследований. Хотя многое в этой важной проблеме пока еще не достаточно ясно, основные выводы можно резюмировать следующим образом.

Увеличение частоты мутаций против естественного уровня даже в два раза для некоторых форм может повлечь за собой серьезные генетические последствия. Для видов с коротким циклом размножения в ряде случаев для удвоения частоты мутаций требуется увеличение интенсивности космической радиации в сотни и тысячи раз. Однако для долгоживущих форм удвоение частоты мутаций требует увеличения дозы облучения космической радиацией всего лишь в 3—10 раз.

Отсюда следует, что длительное, продолжающееся тысячи лет, воздействие в десятки раз увеличенного уровня интенсивности космических лучей может повлечь за собой катастрофические последствия для многих сравнительно долгоживущих специализированных видов животных с ограниченной численностью популяций. Можно, например, высказать гипотезу, что так называемое «великое вымирание» рептилий в конце мелового периода было обусловлено этой причиной.

С другой стороны, для других видов животных, а также растений, значительное увеличение интенсивности космических лучей может оказаться фактором, благоприятствующим их дальнейшей эволюции. Не исключено, например, что пышный расцвет растительности в эпоху каменноугольного периода в значительной степени был обусловлен повышением уровня жесткой радиации.

Обращая внимание на биологические и генетические последствия значительного увеличения интенсивности космической радиации в некоторые

эпохи минувшей истории Земли, мы должны отметить, что этот фактор мог стимулировать в свое время образование из простых органических соединений сложных комплексов, из которых могла развиться жизнь на Земле.

Институт физики атмосферы  
Академии наук СССР

Поступило  
29 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. С. Шкловский, ДАН, 90, 983 (1953). <sup>2</sup> I. Oort, T. Walraven, Bull. Astr. Nederl., 12, № 462, 285 (1956). <sup>3</sup> R. Hanbury Brown, C. Hazard, Nature, 170, 364 (1952). <sup>4</sup> J. Shakeshaft, M. Rytle et al., Mem. Roy. Astr. Soc., 67, № 3, 106 (1955). <sup>5</sup> D. Walsh, R. Hanbury Brown, Nature, 178, 808 (1955). <sup>6</sup> И. С. Шкловский, Космическое радиоизлучение, М., 1956. <sup>7</sup> A. D. Thackray, Observatory, 76, 103, 154 (1956). <sup>8</sup> Н. П. Дубинин, Вестн. АН СССР, № 8, 22 (1956).

К. Ф. ОГОРОДНИКОВ

УРАВНЕНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ  
ДЛЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 26 IV 1957)

1. Пусть  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $r$  — радиус-вектор по отношению к центру массы;  $U(r)$  — потенциал тяготения. Тогда гидростатическое уравнение для сферических жидких масс имеет вид

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{dU}{dr}. \quad (1)$$

Известное уравнение Эмдена получается из уравнения (1) при задании политропического уравнения состояния

$$p = K\rho^\gamma, \quad (2)$$

где  $K$  и  $\gamma$  — постоянные коэффициенты.

Уравнение Эмдена было использовано еще в 1911 г. Пламмером<sup>(1)</sup> для определения распределения звезд в шаровых скоплениях и, как известно, частное решение этого уравнения, соответствующее  $\gamma = \frac{6}{5}$  (так называемый «закон Шустера»), неплохо представляет иногда результаты наблюдений. В дальнейшем законность применения к звездным системам аналогий с молекулярным газом, на которых основано использование уравнения Эмдена, неоднократно подвергалась серьезной критике Цейпелем<sup>(2)</sup>, Эддингтоном<sup>(3)</sup> и др. В последнее время этот вопрос снова был рассмотрен Ван дер Булли<sup>(4)</sup>.

Поэтому представляет интерес дать вывод уравнения равновесия сферической звездной системы, избегая по возможности каких-либо искусственных гипотез о свойствах звездных систем.

2. Мы рассмотрим звездную систему: 1) находящуюся в стационарном состоянии; 2) обладающую сферической симметрией в распределении звездной плотности; 3) кроме этого, мы сделаем только одно предположение, что для нее определена фазовая плотность:

$$f = f(r; R, \Theta, \Phi), \quad (3)$$

которая удовлетворяет уравнению Больцмана. Здесь  $r$  — по-прежнему радиус-вектор;  $R, \Theta, \Phi$  — джинсовские сферические компоненты линейной скорости:

$$R = \dot{r}, \quad \Theta = r\dot{\theta}, \quad \Phi = r \sin \theta \dot{\varphi}, \quad (4)$$

где  $\theta$  и  $\varphi$  — угловые сферические координаты, а точка над буквой означает дифференцирование по времени.

Фазовая плотность должна удовлетворять очевидным условиям:  $f \geq 0$  и, кроме того, что произведение  $f$  на любой целый многочлен второй степени  $P(R, \Theta, \Phi)$  стремится к нулю, если хотя бы одна из компонент скорости стремится к бесконечности.

В нашем случае уравнение Больцмана имеет вид

$$R \frac{\partial f}{\partial r} + \left\{ \frac{dU}{dr} + \frac{\Theta^2 + \Phi^2}{r} \right\} \frac{\partial f}{\partial R} + \left\{ \cot \theta \frac{\Phi^2}{r} - \frac{R\Theta}{r} \right\} \frac{\partial f}{\partial \Theta} + \left\{ -\cot \theta \frac{\Theta\Phi}{r} - \frac{\Phi R}{r} \right\} \frac{\partial f}{\partial \Phi} = 0. \quad (5)$$

Воспользовавшись условием, что  $f$  не должна зависеть от угловой координаты  $\theta$ , мы можем разложить уравнение (5) на два уравнения:

$$\Phi \frac{\partial f}{\partial \Theta} - \Theta \frac{\partial f}{\partial \Phi} = 0; \quad (6)$$

$$R \frac{\partial f}{\partial r} + \left\{ \frac{dU}{dr} + \frac{\Theta^2 + \Phi^2}{r} \right\} \frac{\partial f}{\partial R} - \frac{R}{r} \left\{ \Theta \frac{\partial f}{\partial \Theta} + \Phi \frac{\partial f}{\partial \Phi} \right\} = 0.$$

Первое из этих уравнений означает, что  $f$  должна зависеть только от величины

$$T^2 = \Theta^2 + \Phi^2, \quad (7)$$

т. е. от квадрата поперечной компоненты скорости  $T$ .

Тогда второе уравнение можно записать в виде

$$R \frac{\partial f}{\partial r} + \left\{ \frac{dU}{dr} + \frac{T^2}{r} \right\} \frac{\partial f}{\partial R} - \frac{RT}{r} \frac{\partial f}{\partial T} = 0, \quad (8)$$

которое впервые было получено Шивешваркаром<sup>(5)</sup>.

Для получения уравнения гидростатического равновесия умножаем уравнение (8) на  $R$  и интегрируем по всему пространству скоростей.

Обозначая элемент объема в пространстве скоростей через  $d\Omega$ , мы введем обозначения:

$$\nu = \int f d\Omega, \quad p = \int R^2 f d\Omega, \quad q = \int T^2 f d\Omega, \quad (9)$$

и тогда получим общее уравнение гидростатического равновесия для сферических звездных систем

$$\frac{dp}{dr} + \frac{2p - q}{r} = \nu \frac{dU}{dr}. \quad (10)$$

Здесь  $\nu$  — звездная плотность;  $p$  и  $q$  — параметры «давления», аналогичные параметрам Джинса, введенным им в 1922 г. для случая систем с осевой симметрией.

Несмотря на свою простоту, уравнение (10) до сих пор оставалось неизвестным, хотя из него можно вывести ряд общих свойств звездных систем.

3. Уравнение гидростатического равновесия для жидкости (1) является частным случаем уравнения (10), соответствующим случаю, когда

$$2p - q = 0. \quad (11)$$

Параметры  $p$  и  $q$  зависят от закона распределения скоростей звезд в каждой точке звездной системы и могут быть записаны в форме

$$p = \nu \bar{R}^2, \quad q = \nu (\bar{\Theta}^2 + \bar{\Phi}^2). \quad (12)$$

Отсюда видно, что условие (11) выполняется, если  $\bar{R}^2 = \bar{\Theta}^2 = \bar{\Phi}^2$ , т. е. если распределение скоростей обладает сферической симметрией.

В общем случае (когда  $2p - q \neq 0$ ) уравнение (10) содержит четыре неизвестные функции. Из них две:  $\nu$  и  $U(r)$  связаны уравнением Пуассона. Отсюда видно, что в общем случае задача является неопределенной и требуется задание еще двух соотношений между этими функциями для того, чтобы стало возможным однозначное решение.

В случае Эмдена — Пламмера однозначность достигается введение условия (11) и уравнения состояния (политропы) (2).

Из предыдущего ясно, что для решения задачи гидростатического равновесия необходимо нахождение соотношения между существенно статистическими элементами, каковыми являются  $p$ ,  $q$  и отчасти  $u$ . Иначе говоря, решение гидродинамической задачи невозможно в данном случае без привлечения методов статистической механики.

Ленинградский государственный университет  
им. А. А. Жданова

Поступило  
23 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> H. C. P l u m m e r, Monthly Not. Roy. Astron. Soc., **71**, 464 (1911). <sup>2</sup> H. v o n Z e p e l, Kung. Svenska Vet. Akad. Handlingar, **51**, № 5, 9 (1913). <sup>3</sup> A. S. E d d i n g t o n, Monthly Not. Roy. Astron. Soc., **76**, 574 (1916). <sup>4</sup> R. v. d. R. W o o l e y, Monthly Not. Roy. Astron. Soc., **114**, 191 (1954). <sup>5</sup> S. W. S h i v e s h w a r k a r, Monthly Not. Roy. Astron. Soc., **96**, 751 (1936).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Б. З. КАЦЕНЕЛЕНБАУМ

К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

(Представлено академиком Б. А. Введенским 11 V 1957)

1. В <sup>(1)</sup> был предложен метод, сводящий задачу о распространении радиоволн в нерегулярном волноводе к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для волноводов с медленно меняющимися параметрами этот метод позволяет в ряде случаев дать явное решение. В <sup>(2-4)</sup> была показана его эффективность для расчета конкретных волноводных переходов. В <sup>(1)</sup> метод был применен к задаче, в которой потенциальная функция в нерегулярном волноводе удовлетворяла в каждом поперечном сечении тому же граничному условию, что и потенциальная функция в регулярном волноводе с тем же сечением. Ниже он применяется к задаче о симметричной электрической волне в симметричном волноводном переходе круглого сечения, в которой указанное ограничение снято.

Уравнения Максвелла в цилиндрических координатах при временной зависимости  $\exp(i\omega t)$  дают для рассматриваемого поля (штрих означает  $\partial/\partial z$ )

$$E_r = -\frac{1}{ik} H', \quad E_z = \frac{1}{ik} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH); \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad (1)$$

где  $H(r, z)$  — азимутальная компонента магнитного поля, удовлетворяющая уравнению

$$\tilde{\nabla}^2 H + H'' + k^2 H = 0, \quad \tilde{\nabla}^2 H \equiv \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH) \right]. \quad (2)$$

Поперечные сечения волновода плоскостями  $z = \text{const}$  являются окружностями радиуса  $a(z)$ . На металле (идеально проводящем) при  $r = a$   $H$  должно удовлетворять граничному условию  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH) - a'H' = 0$ .

Введем функции  $H_m(r, z)$ , представляющие собой при любом  $z = \text{const}$  магнитное поле волн  $E_{0m}$  в регулярном волноводе с радиусом  $a(z)$ . Эти функции удовлетворяют уравнениям

$$\tilde{\nabla}^2 H_m + \delta_m^2(z) H_m = 0 \quad (3)$$

и граничному условию  $\partial(rH_m)/\partial r = 0$ . Они равны  $N J_1(\delta_m r)$ , где  $J_0(\delta_m a) = 0$  и  $N$  определяется из условия нормировки. Учитывая ортогональность  $H_m$ , запишем это условие в виде  $\int H_m H_p dS = \delta_{mp}$ , где интеграл взят по поперечному сечению.

Представим, аналогично <sup>(1)</sup>,  $H$  в виде ряда

$$H = \sum_m (A_m e^{-i\lambda_m z} + C_m e^{i\lambda_m z}) r_m^{-1} H_m, \quad (4)$$

где

$$r_m(z) = (k^2 - \delta_m^2)^{1/2}, \quad \lambda_m(z) = \int_0^z r_m dz. \quad (5)$$

Связем искомые функции  $A_m(z)$  и  $C_m(z)$  и их производные дополнительным условием, получающимся при выполнении равенства

$$H' = i \sum (-A_m e^{-i\lambda_m} + C_m e^{i\lambda_m}) r_m^{\frac{1}{2}} H_m. \quad (6)$$

При подстановке (4) в (2) нельзя применять оператор  $\tilde{\nabla}^2$  к каждому члену ряда в отдельности — в этом состоит основное отличие рассматриваемой задачи от <sup>(1)</sup>. Используем для определения  $\tilde{\nabla}^2 H$  известный прием <sup>(5, 6)</sup>, разлагая эту величину в ряд по  $H_m$  и связывая друг с другом коэффициенты полученного разложения и разложения (4) при помощи формулы Грина для оператора  $\tilde{\nabla}^2$ , примененной к функциям  $H$  и  $H_m$ . Учитывая (3) и граничные условия для  $H$  и  $H_m$ , получим

$$\tilde{\nabla}^2 H = \sum \left[ -\delta_m^2 (A_m e^{-i\lambda_m} + C_m e^{i\lambda_m}) r_m^{-\frac{1}{2}} + a' \oint H' H_m ds \right] H_m, \quad (7)$$

где последний интеграл взят по контуру поперечного сечения.

Подставляя (6) и (7) в (2), получим второе условие, связывающее  $A_m$ ,  $C_m$  и их производные; разрешая это условие и условие, следующее из (6), относительно  $A'_m$  и  $C'_m$ , найдем искомую систему уравнений, аналогичную системе (12) из <sup>(1)</sup>:

$$\begin{aligned} A'_p &= C_p e^{2i\lambda_p} \frac{r'_p}{2r_p} - \frac{i a' e^{i\lambda_p}}{2\sqrt{r_p}} \oint H' H_p ds - \\ &- \frac{e^{i\lambda_p}}{2\sqrt{r_p}} \sum_m v_{mp} [(r_p + r_m) A_m e^{-i\lambda_m} + (r_p - r_m) C_m e^{i\lambda_m}] r_m^{-\frac{1}{2}}; \\ C'_p &= A_p e^{-2i\lambda_p} \frac{r'_p}{2r_p} + \frac{i a' e^{-i\lambda_p}}{2\sqrt{r_p}} \oint H' H_p ds - \\ &- \frac{e^{-i\lambda_p}}{2\sqrt{r_p}} \sum_m v_{mp} [(r_p - r_m) A_m e^{-i\lambda_m} + (r_p + r_m) C_m e^{i\lambda_m}] r_m^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $v_{mp} = \oint H'_m H_p dS$ . Для этих величин из (4) и условия нормировки легко получить

$$\begin{aligned} v_{mm} &= -\frac{a'}{2} \oint H_m^2 ds = -\frac{a'}{a}; \\ v_{mp} &= \frac{\delta_m^2}{\delta_p^2 - \delta_m^2} a' \oint H_m H_p ds = \frac{\delta_m^2}{\delta_p^2 - \delta_m^2} \frac{2a'}{a}. \end{aligned} \quad (9)$$

Систему (8) надо решать при определенных условиях на концах  $z=0$  и  $z=L$  нерегулярного участка. Если слева падает волна, которой мы присвоим номер  $m=1$ , то условия эти таковы:

$$A_1 = 1, \quad A_m = 0, \quad m \neq 1 \quad \text{при } z=0; \quad C_m = 0 \quad \text{при } z=L. \quad (10)$$

Для пологого перехода ( $a' \ll 1$ ), которым мы здесь ограничимся, поле в любом сечении близко к полю падающей волны, и при вычислении в (8) контурных интегралов, перед которыми стоит малый множитель  $a'$ , можно заменять полное поле полем этой падающей волны. Повторяя далее соответствующие соображения <sup>(1)</sup>, получим из (8), (10) для искомых амплитуд уходящих паразитных волн с точностью до членов второго порядка по  $a'$

$$\pm \int_0^L \frac{1}{\sqrt{r_1 r_m}} e^{-i(\lambda_1 \mp \lambda_m)} \frac{k^2 \mp r_1 r_m}{r_m \mp r_1} \frac{a'}{a} dz. \quad (11)$$

С верхним знаком выражение (11) дает  $A_m(L)$  ( $m \neq 1$ ), с нижним оно дает  $C_m(0)$  ( $m = 1, 2, \dots$ ). Амплитуда  $A_1$  остается постоянной. Согласно (1), (6) и условию нормировки  $H_m$  это означает, что, как и должно следовать из закона сохранения энергии, энергия прямой волны  $m = 1$  в этом порядке не изменяется вдоль нерегулярного волновода.

В развитом выше и в <sup>(1)</sup> методе проще, чем в других известных методах <sup>(6, 7)</sup>, решаются задачи о сочленении различных волноводов; метод непосредственно дает амплитуды уходящих паразитных волн. Он может быть обобщен на любой пологий волноводный переход. В общем случае поля выражаются через две потенциальные функции, для которых применяются разложения типа (4), (6) и (7)\*.

2. Здесь мы укажем на другой метод\*\* получения формул типа (11), предложенный в <sup>(2)</sup> и примененный для изогнутого волновода в <sup>(8)</sup>. Он не вполне строг, но весьма нагляден и позволяет элементарным путем получить все наиболее интересные характеристики неоднородного волновода.

Паразитная волна, сформировавшаяся на нерегулярном волноводе, представляет собой сумму элементарных паразитных волн, образовавшихся на малых интервалах  $dz$ , на которые можно разбить весь волновод, при прохождении по ним падающей волны. Распространение падающей волны вдоль неоднородного волновода от  $z = 0$  до места, где расположен рассматриваемый малый интервал, и распространение элементарной паразитной волны от места своего формирования до  $z = L$  (для прямых паразитных волн) и до  $z = 0$  (для обратных паразитных волн) происходит по законам геометрической оптики. Изменение фазы определяется множителем  $\exp(\pm i\lambda_m)$  для электрических волн и  $\exp(\pm i\gamma_m)$  для магнитных волн, где  $\gamma_m$  таким же образом связано с волновым числом  $h_m = (k^2 - \alpha_m^2)^{1/2}$  магнитной волны в регулярном волноводе, как  $\lambda_m$  связано с  $r_m$  (5). Амплитуда волны изменяется таким образом, что сохраняется поток энергии волны; если поля выражаются через потенциальные функции  $\varphi_m$  (электрические волны) и  $\psi_m$  (магнитные волны), пронормированные условиями  $\int (\nabla \varphi_m)^2 dS = 1$ ,  $\int (\nabla \psi_m)^2 dS = 1$ , то коэффициенты перед этими функциями пропорциональны  $r_m^{-1/2}$  и  $h_m^{-1/2}$  (ср. (1) и (4)). Образование паразитной волны на малом нерегулярном участке длины  $dz$  происходит таким же образом<sup>(9)</sup>, как и на стыке двух регулярных волноводов, если высота  $l(s)$  ступеньки между этими волноводами равна  $\vartheta(s) dz$ , где  $\vartheta(s)$  — угол, составленный касательной к волноводу, перпендикулярной поперечному сечению, и осью  $z$ . Задача о сочленении двух волноводов решена для любой функции  $l(s)$  в <sup>(9)</sup>\*\*\*. При падении, например, электрической волны  $m = 1$  амплитуды возникающих электрических волн, согласно <sup>(9)</sup>, (35), будут

$$\pm \frac{k^2 \mp r_1 r_m}{2 \sqrt{r_1 r_m} (r_m \mp r_1)} \oint \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} l(s) ds, \quad (12)$$

где прямой волне соответствует верхний знак и обратной — нижний знак. В отличие от <sup>(9)</sup>, здесь принята такая же нормировка амплитуд, как и всюду в настоящей работе и в <sup>(1)</sup>; при этой нормировке отношение энергий, переносимых двумя волнами, равно отношению квадратов модулей амплитуд.

\* Можно включить в расчет волноводы с неоднородным диэлектрическим заполнением и решать задачи о взаимной компенсации неоднородностей различного типа, а также задачи с другими случаями возбуждения неоднородных волноводов.

\*\* Доложено на сессии Научно-технического общества радиотехники и электросвязи им. А. С. Попова в мае 1956 г.

\*\*\* Как показано нами в другом месте, эта задача значительно проще решается при использовании эквивалентного граничного условия, предложенного в <sup>(10)</sup>, т. е. при замене деформации эквивалентными магнитными токами.

Согласно предыдущему, амплитуды паразитных электрических волн, возникших на волноводном переходе, будут равны

$$\pm \int_0^L \frac{1}{2\sqrt{r_1 r_m}} e^{-i(\lambda_1 \mp \lambda_m)} \frac{k^2 \mp r_1 r_m}{r_m \mp r_1} \oint \partial \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} ds dz. \quad (13)$$

Амплитуды магнитных волн будут

$$\int_0^L \frac{k}{2\sqrt{r_1 h_m}} e^{-i(\lambda_1 \mp \lambda_m)} \oint \partial \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \frac{\partial \psi_m}{\partial s} ds dz. \quad (14)$$

При падении магнитной волны, согласно ((<sup>9</sup>), (8)), амплитуды электрических волн будут

$$-\int_0^L \frac{k}{2\sqrt{h_1 r_m}} e^{-i(\lambda_1 \mp \lambda_m)} \oint \partial \frac{\partial \varphi_m}{\partial n} \frac{\partial \psi_1}{\partial s} ds dz \quad (15)$$

и амплитуды магнитных волн

$$\pm \int_0^L \frac{1}{2\sqrt{h_1 h_m}} e^{-i(\lambda_1 \mp \lambda_m)} \frac{1}{h_m \mp h_1} \left\{ \alpha_1^2 \alpha_m^2 \oint \partial \psi_1 \psi_m ds - (k^2 \mp h_1 h_m) \oint \partial \frac{\partial \psi_1}{\partial s} \frac{\partial \psi_m}{\partial s} ds \right\} dz. \quad (16)$$

Частными случаями этих общих формул являются (11) и (1), (18).

Выражения (13)–(16) часто (ср. (<sup>4,3</sup>)) могут быть вычислены интегрированием по частям. Например, коэффициенты отражения от конуса ( $a' = \text{const}$ ), соединяющего два волновода круглого сечения, будут для электрических ( $E_{nm}$ ) и магнитных ( $H_{nm}$ ) волн, соответственно:

$$\left[ \frac{-ia'}{4} \left| \frac{k^2 + r^2}{r^3 a} e^{-2i\lambda} \right|_0^L, \left[ \frac{-ia'}{4(\mu^2 - n^2)} \right] \left| \frac{\mu^4 - n^2 a^2 (k^2 + h^2)}{h^3 a^3} e^{-2i\gamma} \right|_0^L \right] \quad (17)$$

(ср. (<sup>9</sup>), (38), (31)), где  $\lambda(L)$  и  $\gamma(L)$  легко вычисляются (ср. (<sup>3</sup>)), а  $\mu$  есть  $m$ -й корень уравнения  $J'_n(\mu) = 0$ .

Институт радиотехники и электроники  
Академии наук СССР

Поступило  
11 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Б. З. Каценеленбаум, ДАН, 102, № 4, 711 (1955). <sup>2</sup> Б. З. Каценеленбаум, Радиотехника и электроника, 1, № 3, 339 (1956). <sup>3</sup> Ю. Н. Казанцев, Радиотехника и электроника, 2, № 2, 150 (1957). <sup>4</sup> Б. З. Каценеленбаум, Радиотехника и электроника, 2, № 5 (1957). <sup>5</sup> J. C. Slater, *Microwave Electronics*, 1950.
- <sup>6</sup> A. Stevenson, J. Appl. Phys., 22, № 12, 1447 (1951). <sup>7</sup> S. Schelkunoff, *Bell System. Techn. J.*, 34, № 5, 995 (1955). <sup>8</sup> Б. З. Каценеленбаум, Радиотехника и электроника, 1, № 2, 171 (1956). <sup>9</sup> Б. З. Каценеленбаум, ЖТФ, 24, № 10, 1892 (1954). <sup>10</sup> Б. З. Каценеленбаум, Изв. АН СССР, ОТН, № 7, 9 (1955).

М. В. ВОЛЬКЕНШТЕЙН

СТЕКЛОВАНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ И РАССЕЯНИЕ СВЕТА

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 15 V 1957)

Особенности молекулярного рассеяния света в стеклах выявляются при сопоставлении стекла с жидкостью при температуре, превышающей температуру стеклования  $T_g$ . Рассеяние света в силикатных стеклах вряд ли является молекулярным в истинном смысле этого слова; указанное сопоставление здесь затруднительно ввиду высоких значений  $T_g$ . В работе Т. С. Величкиной<sup>(1)</sup> исследовалось рассеяние света триацетином и  $\beta$ -хлорэтиловым эфиром бензолсульфокислоты в широком интервале температур выше и ниже  $T_g$ . Интенсивности рассеяния для стекол оказались несколько ниже, чем для жидкостей при  $T > T_g$  (на 20 и 30%), но на 100 и 130% выше, чем вычисленные для стекол, рассматриваемых как жидкости, по формуле Эйнштейна с поправкой Кабанна<sup>(2)</sup>. Экспериментальные интенсивности на порядок больше теоретических для изотропных твердых тел<sup>(3)</sup>. Для плавленого кварца интенсивность в 8 раз больше, чем вычисленная по формуле Эйнштейна. Однако, если подставить в эту формулу не  $T$  опыта, а  $T_g = 2100$  °К, получается величина, меньшая опытной лишь на 20%<sup>(4)</sup>.

Вопреки формуле Ландау — Плачека<sup>(5)</sup>, центральная компонента релеевской линии вязких жидкостей и стекол очень интенсивна и узка. Смещенные компоненты у стекол практически отсутствуют<sup>(6-8)</sup>. Это наблюдается и у веществ с малой анизотропией молекул, причем центральная компонента поляризована<sup>(9)</sup>.

Объяснение этих фактов следует искать, исходя из кинетических представлений. Несмотря на внешнее сходство стеклования с фазовым переходом второго рода, стеклование таковым не является, и нельзя в этом случае применять соответствующую теорию рассеяния света<sup>(10)</sup>. Стеклование жидкости — кинетический процесс<sup>(11)</sup>. Рассмотрение релаксационного процесса, характеризуемого временем  $\tau$ , дает условие стеклования

$$\left(\frac{d\tau}{dT}\right)_{T=T_g} = \frac{1}{q}, \quad (1)$$

где  $q = -|dT/dt|$  — скорость охлаждения<sup>(12)</sup>.

Особенности рассеяния света в стеклах объясняются стеклованием флуктуаций структурной энтропии. В жидкости, состоящей из изотропных молекул, рассеяние света определяется флуктуациями удельного объема, которые можно представить в виде

$$\Delta v = \Delta v' + \Delta v'',$$

где

$$\Delta v' = \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_S \Delta p, \quad \Delta v'' = \left(\frac{\partial v}{\partial S}\right)_p \Delta S = \frac{T}{c_p} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \Delta S. \quad (2)$$

За смещенные компоненты релеевской линии ответственны<sup>1</sup> флуктуации  $\Delta v'$ , за несмещенную  $\Delta v''$ . Флуктуации  $\Delta p$  распространяются как звуковые волны. Рассеяние света на них происходит только при достаточно

больших частотах звука  $\omega$ , удовлетворяющих условию Мандельштама — Бриллюэна <sup>(2)</sup>. Очевидно, что в охлаждаемой жидкости могут замерзнуть лишь такие инфразвуковые волны, для которых  $\omega \sim |q|/T_g$ . Флуктуации  $\Delta v'$  не замерзают.

Флуктуации энтропии  $\Delta S$  можно представить как

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \quad (3)$$

и, соответственно,

$$\Delta v'' = \frac{T}{c_p} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p (\Delta S_1 + \Delta S_2) = \Delta v_1 + \Delta v_2. \quad (4)$$

Здесь  $\Delta S_1$  — флуктуации, связанные с поступательными и вращательными, а  $\Delta S_2$  — с колебательными степенями свободы. Время рассасывания  $\Delta S_1$  есть  $\tau$  — время структурной релаксации жидкости, резко возрастающее с понижением температуры. Для  $\Delta S_2$  время рассасывания  $\tau'$  есть время релаксации температуропроводности <sup>(13)</sup>

$$\tau' \sim l^2 / \chi, \quad (5)$$

где  $\chi$  — коэффициент температуропроводности;  $l$  — линейный размер флуктуации. Так как  $\tau'$  практически мало зависит от температуры,  $\Delta v_2$  не замерзает, как и  $\Delta v'$ . Имеем в стекле равновесные значения

$$\overline{(\Delta v')^2} = -kT \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_S \right]_T; \quad (6)$$

$$\overline{(\Delta v_2)^2} = \frac{kT^2 (c_{p2})_T}{(c_p^2)_T} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 \right]_T; \quad (7)$$

$c_{p2}$  — теплоемкость, приходящаяся на колебательные степени свободы.

Флуктуации  $\Delta v_1$ , связанные со структурной энтропией, вследствие сильной зависимости  $\tau$  от  $T$  застеклевываются при некоторой температуре  $T_g$ . Получаем поэтому

$$\overline{(\Delta v_1)^2} = \frac{kT_g^2 (c_{p1})_{T_g}}{(c_p^2)_{T_g}} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 \right]_{T_g}; \quad (8)$$

$c_{p1}$  — структурная теплоемкость. Отношение интенсивностей центральной и смещенных компонент равно

$$\begin{aligned} \frac{J_{\text{ц}}}{J_{\text{см}}} &= \frac{\overline{(\Delta v_1)^2} + \overline{(\Delta v_2)^2}}{\overline{(\Delta v')^2}} = \\ &= \left( \frac{c_p - c_v}{c_v} \right)_{T_g} \frac{(\partial v / \partial p)_{T_g} (c_v / c_p)_{T_g} T_g (c_{p1})_{T_g}}{(\partial v / \partial p)_T (c_v / c_p)_T T (c_p)_{T_g}} + \left( \frac{c_p - c_v}{c_v} \right)_T \frac{(c_{p2})_T}{(c_p)_T}. \end{aligned} \quad (9)$$

При  $T = T_g$  эта формула переходит в формулу Ландау — Плачека, так как  $c_p = c_{p1} + c_{p2}$ .

При  $T_g$ , заметно больших  $T$ , интенсивность центральной компоненты должна значительно превышать интенсивность смещенных линий, что согласуется с опытом. Центральная линия должна быть узкой, так как скорость рассасывания  $\Delta S_1$  очень мала. Очевидно, что теория ширины компонент релеевской линии В. Л. Гинзбурга <sup>(14)</sup> должна быть дополнена учетом механизма рассасывания  $\Delta S_1$ .

Найдем температуру стеклования  $T_g$  флуктуаций  $\Delta v_1$ . Имеем кинетическое уравнение <sup>(15)</sup>

$$\frac{d\Delta v_1}{dt} = -\frac{1}{\tau} \Delta v_1 + A(t); \quad (10)$$

$A(t)$  — величина, определенная только статистически.

Решим это уравнение, имея в виду изменение температуры со скоростью  $q = -|q|$ . Решение имеет вид

$$\Delta v_1 = \Delta v_1^0 \exp \left[ - \int_0^t \frac{dt'}{\tau} \right] + \exp \left[ - \int_0^t \frac{dt'}{\tau} \right] \int_0^t \exp \left[ \int_0^{t'} \frac{dt''}{\tau} \right] A(t') dt'; \quad (11)$$

$\Delta v_1^0$  — начальное значение  $\Delta v_1$ . Воспользуемся методом, описанным Чандрасекаром (16) применительно к стационарному случаю ( $\tau = \text{const}$ ). При  $t \rightarrow \infty$  распределение флюктуаций стремится к гауссову:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(\Delta v_1) = \frac{1}{(T/c_p)(\partial v/\partial T)_p (2\pi k c_{p1})^{1/2}} \exp \left[ - \frac{c_p^2 (\Delta v_1)^2}{2kT^2 c_{p1} (\partial v/\partial T)_p^2} \right]. \quad (12)$$

Для того чтобы соблюдалось (12), необходимо, чтобы при разбиении интеграла в правой части (11) на малые участки

$$\exp \left[ - \int_0^t \frac{dt'}{\tau} \right] \int_0^t \exp \left[ \int_0^{t'} \frac{dt''}{\tau} \right] A(t') dt' \cong \sum_{j=0}^n \exp \left[ \int_{j\Delta t}^t \frac{dt'}{\tau} \right] \int_{j\Delta t}^{(j+1)\Delta t} A(t') dt' \quad (13)$$

вероятность обнаружения различных значений

$$B(\Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} A(t') dt' \quad (14)$$

также подчинялась гауссову распределению:

$$w(B) = \frac{1}{(4\pi b \Delta t)^{1/2}} \exp(-B^2/4b\Delta t), \quad (15)$$

где

$$b = \frac{kT^2 (\partial v/\partial T)_p^2 c_{p1}}{c_p^2 \tau(t)}. \quad (16)$$

При охлаждении  $\bar{B^2} = 2b\Delta t$ , а значит, и  $\bar{A^2}$  быстро убывают. Выражение (13) не строго в разбираемом нами нестационарном случае, так как в интервале стеклования фактор  $\exp \left( - \int_{t'}^t \frac{dt''}{\tau} \right)$  может меняться быстрее, чем  $A(t')$ . Предлагаемая теория справедлива лишь в качестве нулевого приближения, тем более точного, чем уже интервал стеклования. Особенности процесса в этом интервале данной теорией не учитываются.

Если имеет место (15), то для величины

$$R(t) = \int_0^t \exp \left[ - \int_{\xi}^t \frac{dt'}{\tau} \right] A(\xi) d\xi \equiv \int_0^t \psi(\xi) A(\xi) d\xi \quad (17)$$

справедливо распределение

$$W(R) = (\pi D(t))^{-1/2} \exp(-R^2/D(t)), \quad (18)$$

где

$$D(t) = 4k \int_0^t \frac{c_{p1}}{c_p^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 T^2 \frac{1}{\tau(\xi)} \psi^2(\xi) d\xi. \quad (19)$$

Разбиваем интеграл  $D(t)$  на участки от  $t=0$  (начало охлаждения,  $T=T_0$ ) до  $t=t_1$  (окончание охлаждения,  $T=T$ ) и от  $t_1$  до  $t$  (постоянная температура  $T$ ). Во втором интеграле  $\tau=\tau(T)=\text{const}$ . Первый интеграл может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} & 4k \int_0^t \frac{c_{p1}}{c_p^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 T^2 \frac{1}{\tau(\xi)} \psi^2(\xi) d\xi = \\ & = 4k \exp \left[ -2 \frac{t-t_1}{\tau(T)} \right] \int_{T_0}^{T_1} \frac{c_{p1}}{c_p^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 T'^2 \frac{1}{|q|\tau(T')} \exp \left[ -2 \int_{T_1}^{T'} \frac{dT''}{|q|\tau} \right] dT'. \quad (20) \end{aligned}$$

Величины  $c_{p1}$ ,  $c_p$ ,  $(\partial v / \partial T)_p^2$ ,  $T^2$  гораздо слабее зависят от температуры, чем  $\tau$  и  $\psi^2$ . Функция

$$f(T') = \frac{1}{|\eta| \tau(T')} \exp \left[ -2 \int_T^{T'} \frac{dT''}{|\eta| \tau} \right] \quad (21)$$

имеет максимум при температуре  $T' = T_g$ , для которой

$$(\partial \tau / \partial T')_{T'=T_g} = -2/|\eta|. \quad (22)$$

Вынося при этой температуре  $\frac{c_{p1}}{c_p^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 T^2$  за знак интеграла и интегрируя, получаем

$$D(t) \cong 4k \left[ \left\{ \frac{c_{p1}}{c_p^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 \right\}_{T_g} \frac{T_g^2}{2} \exp \left[ -\frac{2}{\tau(T)} (t - t_1) \right] (1 - \exp[-2\Delta\varphi(T_1, T_0)]) + \left\{ \frac{c_{p1}}{c_p^2} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 \right\}_T \frac{T^2}{2} (1 - \exp \left[ -\frac{2}{\tau(T)} (t - t_1) \right]) \right], \quad (23)$$

где

$$\Delta\varphi(T_1, T_0) = \int_T^{T_0} \frac{dT''}{|\eta| \tau(T'')} \rightarrow \infty, \quad (24)$$

так как  $\tau$  очень мало при  $T_0 > T_g$  и  $\tau \rightarrow \infty$  при  $T < T_g$  (ср. (12)). Окончательное распределение (для  $t - t_1 \ll \tau(T) \rightarrow \infty$ )

$$W(\Delta v_1) = (\pi D)^{-1/2} \exp[-(\Delta v_1)^2 / D], \quad (25)$$

где

$$D = \frac{2kT_g^2 (c_{p1})_{T_g}}{(c_p^2)_{T_g}} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p^2 \right]_{T_g}, \quad (26)$$

и получаем (8).

Так как, согласно (23),  $\overline{(\Delta v_1)^2}$  релаксирует с временем  $\tau/2$ , для  $\overline{(\Delta v_1)^2}$  условие стеклования (22) совпадает с (1).

Мы видим, что повышенная интенсивность рассеяния света в стеклах объясняется замораживанием флюктуаций структурной энтропии. Если жидкость состоит из анизотропных молекул, то кроме того замораживаются флюктуации ориентации, которые, таким образом, вносят свой вклад в интенсивность центральной компоненты для стекол. В неоднородных жидкостях замерзают флюктуации концентрации, так как скорость их рассасывания определяемого диффузией, сильно зависит от температуры. Очевидно, что эта теория применима и к вязким жидкостям. Флюктуации  $\Delta v_1$  могут частично застекловываться ранее, чем вся жидкость.

Я благодарю В. Л. Гинзбурга и В. Г. Левича за ценную дискуссию.

Институт высокомолекулярных соединений  
Академии наук СССР

Поступило  
13 V 1957

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Т. С. Величкина, Изв. АН СССР, сер. физ., **17**, 546 (1953). <sup>2</sup> М. В. Волькенштейн, Молекулярная оптика, 1951. <sup>3</sup> Г. П. Мотулевич, Тр. ФИАН, **5**, 11 (1950). <sup>4</sup> Т. С. Величкина, Диссертация, ФИАН, 1954. <sup>5</sup> L. Landau и G. P. Lasczik, Sov. Phys., **5**, 172 (1934). <sup>6</sup> Е. Ф. Гросс, ДАН, **18**, 93 (1938). <sup>7</sup> Е. Ф. Гросс, А. Сыромятников, ДАН, **31**, 219 (1941). <sup>8</sup> Е. Ф. Гросс, ЖЭТФ, **16**, 129 (1946). <sup>9</sup> Е. Ф. Гросс, А. Сыромятников, ДАН, **28**, 786 (1940). <sup>10</sup> В. Л. Гинзбург, ДАН, **105**, 240 (1955). <sup>11</sup> П. П. Кобеко, Аморфные вещества, Изд. АН СССР, 1952. <sup>12</sup> М. В. Волькенштейн, О. Б. Птицын, ДАН, **103**, 795 (1955); ЖТФ, **26**, 2204 (1956). <sup>13</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, 1954, стр. 239. <sup>14</sup> В. Л. Гинзбург, ДАН, **42**, 172 (1944). <sup>15</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Статистическая физика, 1951, стр. 239. <sup>16</sup> С. Чандraseкар, Стохастические проблемы в физике и астрономии, ИЛ, 1947.

Г. В. ГОРШКОВ и В. И. МАТВИЕНКО

ВЫХОД НЕЙТРОНОВ ИЗ ИСТОЧНИКОВ  $Rn + B$ ,  $Rn + C$ ,  $Rn + CaF_2$ ,  
 $Rn + Mg$ ,  $Rn + Al$ ,  $Rn + Si$ ,  $Rn + SiO_2$ ,  $Rn + ГРАНИТ$

(Представлено академиком А. П. Виноградовым 16 V 1957)

Известно, что при облучении легких элементов альфа-частицами естественных радиоактивных веществ возникают нейтроны. Основной характеристикой таких источников нейтронов является выход, т. е. количество нейтронов, испускаемых в 1 сек. на единицу активности. В настоящей работе приводятся результаты исследования выходов и других величин, характеризующих нейтронные радоновые источники.

Все источники нейтронов изготавлялись в виде цилиндрических стеклянных ампул, диаметром 20 мм и высотой 40 мм. Указанные размеры были выбраны после анализа выхода источников различных размеров.

Ампулы плотно заполнялись порошками из материала мишени. В качестве наполнителей были использованы: бериллий, бор, углерод, фторид кальция, магний, алюминий, кремний, окись кремния и гранит (порфировый гранит, возрастом 1,3 миллиарда лет, из района Кировограда).

Выход нейтронов измерялся также у ампул без заполнения для борного и безборного стекла. Примеси в материалах из чистых элементов и соединений составляли не более одного процента; исключением был аморфный бор, чистота которого была 96 %. Наполнение источников радоном производилось на обычной эманационной установке. Содержание радона определялось по внешнему гамма-излучению, сравнением с эталоном радия. На поглощение гамма-лучей в самом источнике и в эталоне вводились соответствующие поправки.

Полное число нейтронов, испускаемых источниками, определялось двумя методами: на всеволновом борном счетчике и снятием кривой распределения плотности медленных нейтронов в баке с водой.

Борный счетчик, благодаря высокой чувствительности и малому фону, позволял быстро измерять слабые интенсивности нейтронов в присутствии значительного гамма-фона.

Так как непосредственно после изготовления радонового источника имеется короткий период, когда  $RaA$  почти приходит в равновесие с радоном, а  $RaC'$  еще не накопился в заметном количестве, то измерения, проведенные в этот период на данном счетчике, позволяют определить относительную величину выхода источника  $Rn + RaA$  (энергии  $\alpha$ -частиц 5,5 и 6 Мэв) к выходу источника  $Rn + RaA + RaC'$  (энергия последнего равна 7,7 Мэв).

Несмотря на большую погрешность, вызванную ограниченным временем измерения, видно, что рост выхода нейтронов за счет альфа-частиц  $RaC'$  у различных элементов различен.

Второй метод измерения числа нейтронов давал возможность проверить всеволновость борного счетчика, повысить суммарную точность измерений, а также оценить среднюю энергию нейтронов, так как последняя линейно связана с длиной релаксации  $L$  — величиной обратной показателю при экспоненте спада распределения плотности нейтронов в воде (1).

За нейтронный фон принимался выход ампул с радоном, наполненных порошками цинка, селена и кадмия. Полученная величина фона  $4 \pm 1,5$  н/сек на 1 мCu, по-видимому, в большей части объясняется излучением нейтронов короткоживущим осадком радона (2), так как рассчитанный верхний предел фона вследствие бомбардировки альфа-частицами стекла ампулы равен 1—1,5 н/сек на 1 мCu Rn.

Для всех источников находилась относительная (в процентах к выходу источника Rn + Be) и абсолютная величина выхода. В погрешность включены ошибки только относительных измерений. Систематическая ошибка, связанная с калибровкой эталона нейтронов, не превышает 4%.

Для проверки воспроизводимости всего процесса изготовления и измерения источников делались повторные опыты с бериллием, бором, гранитом и стеклом, которые дали в пределах ошибок измерений согласующиеся результаты. Это может служить подтверждением того, что выход свободен от побочных влияний, связанных с самопоглощением альфа-частиц, неравномерным распределением активного вещества и пр.

Полученные экспериментальные результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

Материал мишени	Отношение к выходу Rn + Be источника, в %	Выход, в н/сек·мCu	Отношение выхода Rn + RaAk к выходу от Rn + RaA + RaC в %	L, в см	$\bar{E}_n$ , в Мэв
Бериллий	100	$14800 \pm 200$	$45,5 \pm 2,5$	9,6	4,74
Бор	21,7	$3220 \pm 36$	$54,5 \pm 2,7$	8,1	3,66
Углерод	0,25	$37,0 \pm 2,0$	$33 \pm 6,6$	7,1	2,93
CaF <sub>2</sub>	8,31	$1230 \pm 15$	$33 \pm 2,5$	6,1	2,20
Магний	2,85	$422 \pm 6$	$34 \pm 3$	8,1	3,66
Алюминий	2,53	$374 \pm 5$	$20 \pm 2$	5,8	1,98
Кремний	0,37	$55 \pm 2,0$	$24 \pm 5$	6,7	2,56
SiO <sub>2</sub>	0,22	$32,2 \pm 3,6$	—	—	—
Гранит	0,54	$80,7 \pm 4,0$	$28 \pm 4,5$	—	—
Стекло					
борное	0,92	$136 \pm 8$	—	—	—
безборное	0,74	$109 \pm 7$	—	—	—

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить признательность В. М. Пермякову за предоставление возможности провести работу и О. М. Нечаевой за изготовление источников.

Радиевый институт им. В. Г. Хлопина  
Академии наук СССР

Поступило  
2 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> К. А. Петражак, М. А. Бак, Тр. Радиев. инст. им. В. Г. Хлопина, 7, в. 1, 61 (1956). <sup>2</sup> А. В. Коган, ДАН, 108, № 5, 817 (1956).

ФИЗИКА

Хр. Я. ХРИСТОВ

О ДИФФУЗИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНОМ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

(Представлено академиком М. А. Леонтьевичем 4 VI 1957)

В недавно опубликованных работах <sup>(1-3)</sup> мы рассмотрели диффузию молекул, нейтронов и лавинных частиц. Мы написали уравнения и дали приближенные выражения для вероятностей  $V_{ij}(s, \mathbf{q}, \mathbf{u}, t, \mathbf{r}, \mathbf{v})d\mathbf{r}d\mathbf{v}$  того, что частица типа  $i$ , имевшая в момент  $s$  положение  $\mathbf{q}$  и скорость  $\mathbf{u}$ , создает в момент  $t$  частицу типа  $j$  с радиусом-вектором, заключенным между  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$  и со скоростью между  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ . Пользуясь обозначениями и результатами <sup>(3)</sup>, мы напишем уравнение для функции  $V$  и дадим метод приближенного решения этого уравнения, когда частицы, диффузию которых мы исследуем, заряжены и двигаются в однородной и неизменяющейся во времени среде, находящейся в однородном электромагнитном поле. При этом мы будем предполагать, что частицы одинаковы и при их соударениях с молекулами среды могут не только рассеиваться, но также поглощаться и порождать новые частицы, а движение каждой частицы между соударениями обусловливается только заданным внешним электромагнитным полем, но не полями других частиц. Этот процесс имеет место, например, в слабо ионизованной плазме, находящейся в стационарном состоянии, где ионы данного типа сталкиваются между собой, а также и с другими ионами и молекулами газа и при этом не только рассеиваются, но и рекомбинируют и порождают новые ионы путем ударной ионизации <sup>(4)</sup>.

Функция  $V$  удовлетворяет уравнению типа (17) из <sup>(3)</sup>. Однако в настоящей работе это уравнение можно несколько упростить, поскольку задача более конкретна. А именно:

1. Ввиду того, что в рассматриваемом случае лавина состоит из частиц одного типа, будем иметь  $n = 1$  и индексы,  $i, j$  выпадают.

2. Если положить без ограничения общности, что магнитное поле  $\mathbf{H}$  направлено по оси  $x$ , а электрическое поле  $\mathbf{E}$  лежит в плоскости  $x, y$ , то функция  $\mathbf{F}$  в уравнении (1) из <sup>(3)</sup> принимает вид  $\frac{e}{m}\mathbf{E} + \frac{\mu e}{m}\mathbf{v} \times \mathbf{H}$ , и интегрирование этого уравнения дает для  $\vec{\phi}^s$  и  $\vec{\psi}^s$  ((2) из <sup>(3)</sup>)

$$\vec{\phi}^s(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = \mathbf{r} + \mathbf{h}_{s-t}(\mathbf{v}), \quad \vec{\psi}^s(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = \mathbf{k}_{s-t}(\mathbf{v}),$$

где <sup>(4)</sup>

$$\mathbf{h}_t(\mathbf{v}) = \mathbf{m}_t + \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\mu}_t, \quad \mathbf{k}_t \mathbf{v} = \mathbf{n}_t + \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\nu}_t,$$

$$m_0 = \frac{1}{2} \chi_0 t^2, \quad m_1 = \frac{\chi_1}{\omega^2} (1 - \cos \omega t), \quad m_2 = -\frac{\chi_1}{\omega} t + \frac{\chi_1}{\omega^2} \sin \omega t,$$

$$n_0 = \chi_0 t, \quad n_1 = \frac{\chi_1}{\omega} \sin \omega t, \quad n_2 = -\frac{\chi_1}{\omega} (1 - \cos \omega t),$$

$$\boldsymbol{\mu}_0 = t, \quad \boldsymbol{\mu}_1 = \frac{1}{\omega} \sin \omega t, \quad \boldsymbol{\mu}_2 = \frac{1}{\omega} (1 - \cos \omega t),$$

$$\nu_0 = 1, \quad \nu_1 = \cos \omega t, \quad \nu_2 = -\sin \omega t,$$

$$\chi_0 = \frac{e}{m} E_0, \quad \chi_1 = \frac{e}{m} E_1, \quad \omega = \frac{\mu e}{m} H * (4).$$

3. Ввиду однородности среды получаем

$$V(s, \mathbf{q}, \mathbf{u}, t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = V(t-s, \mathbf{r}-\mathbf{q}, \mathbf{u}, \mathbf{v}), \quad P(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = P(\mathbf{v}, \mathbf{w}),$$

$$p(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = p(\mathbf{v}), \quad M(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, s) = \exp \left[ - \int_s^t p(\mathbf{k}_\tau(\mathbf{v})) d\tau \right] = M(s-t, \mathbf{v}).$$

Для  $V$  получаем интегральное уравнение

$$V(t, \mathbf{r}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{h}_{-t}(\mathbf{v})) \delta(\mathbf{u} - \mathbf{k}_{-t}(\mathbf{v})) M(-t, \mathbf{v}) + \\ + \int_0^t \int V(t-\tau, \mathbf{r} - \mathbf{h}_{-\tau}(\mathbf{v}), \mathbf{u}, \mathbf{w}) P(\mathbf{w}, \mathbf{k}_{-\tau}) M(-\tau, \mathbf{v}) d\tau d\mathbf{v}. \quad (1)$$

Нахождение приближенного решения этого уравнения производится в общих чертах как в работе (3). Поэтому мы укажем только некоторую разницу в выводах и дадим прямо результаты. Решение получается интегрированием (23) из (3). Однако, чтобы найти исходное приближение  $V_0$  (24) из (3), мы должны обобщить не решение уравнения Фокера — Планка (250) из (5) для свободного броуновского движения, данное Чандрасекаром формулой (178), как мы поступили в (1-3), а выражение, дающее аналогичное решение уравнения Фокера — Планка для броуновского движения в электромагнитном поле (5), стр. 249)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left[ \left( \frac{e}{m} \mathbf{E} + \frac{\mu e}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{H} - \beta \mathbf{v} \right) V \right] - \frac{\beta c^2}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathbf{v}} = 0. \quad (2)$$

Сначала мы рассмотрим случай, когда электрического поля  $\mathbf{E}$  нет, и положим

$$V_0(t, \mathbf{r}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{\beta^3}{\pi^3} g(1 + g'e^{-\lambda''t} + g''e^{-\lambda''t} + \dots) \sqrt{a^{*3} a^3 \alpha_0^* \alpha_1^{*2} \alpha_1^2} \times \\ \times \exp \{-\lambda t - a^* a(\mathbf{v} - \mathbf{u} \cdot \beta)^2 - (\beta \mathbf{r} - \mathbf{u} \cdot \gamma - \mathbf{v} \cdot \delta) \cdot \alpha^* \cdot (\beta \mathbf{r} - \tilde{\gamma} \cdot \mathbf{u} - \tilde{\delta} \cdot \mathbf{v})\}. \quad (3)$$

Здесь скаляр  $a$  и тензоры  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  являются функциями  $t$ , заданными через

$$\frac{1}{a} = 1 - e^{-2\beta t}, \quad \beta_0 = e^{-\beta t}, \quad \beta_1 = \cos \omega t e^{-\beta t}, \quad \beta_2 = \sin \omega t e^{-\beta t}, \\ \delta_0 = \frac{1 - e^{-\beta t}}{1 + e^{-\beta t}}, \quad \delta_1 = \frac{\beta^2}{\beta^2 + \omega^2} \left( \operatorname{ctg} \beta t - \frac{\cos \omega t}{\operatorname{sh} \beta t} \right), \quad \delta_2 = \frac{\beta^2}{\beta^2 + \omega^2} \left( \frac{\sin \omega t}{\operatorname{sh} \beta t} - \frac{\omega}{\beta} \right), \\ \frac{1}{\alpha_0} = \beta t - 2 \frac{1 - e^{-\beta t}}{1 + e^{-\beta t}}, \quad \frac{1}{\alpha_1} = \int_0^t (\delta_1^2 + \delta_2^2) \beta dt, \quad \alpha_2 = 0, \quad (4) \\ \gamma_0 = \frac{1 - e^{-\beta t}}{1 + e^{-\beta t}}, \quad \gamma_1 = 2 \int_0^t \frac{\beta_1 \delta_1 - \beta_2 \delta_2}{1 - e^{-2\beta t}} \beta dt, \quad \gamma_2 = 2 \int_0^t \frac{\beta_1 \delta_2 + \beta_2 \delta_1}{1 - e^{-2\beta t}} \beta dt,$$

а величины

$$a^*, \alpha^*, \beta, \lambda, \lambda', \lambda'' \dots, g, g', g'', \dots \quad (5)$$

\* Компоненты вектора  $\mathbf{l}$  обозначим через  $l_0 = l_x, l_1 = l_y, l_2 = l_z$ . При всех тензорах  $\epsilon$ , которые мы вводим, имеют место соотношения  $\epsilon_{xy} = \epsilon_{xz} = \epsilon_{yx} = \epsilon_{zx} = 0, \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz}, \epsilon_{yz} = -\epsilon_{zy}$ . Поэтому каждый тензор  $\epsilon$  мы характеризуем величинами  $\epsilon_0 = \epsilon_{xx}, \epsilon_1 = \epsilon_{yy}, \epsilon_2 = \epsilon_{zz}, \epsilon_3 = \epsilon_{xy}$ . Через  $\tilde{\epsilon}$  будем обозначать транспонированный тензор  $\epsilon$ .

являются функциями  $\mathbf{u}$ , но не  $t$ , которые следует определить так, чтобы  $V_0(3)$  являлось возможно лучшим приближением  $V$  при больших  $t$ . При этом тензор  $\alpha^*$  должен быть симметрическим, так что  $\alpha_2^* = 0$ . Делать более общую подстановку, вводя независимые от  $t$  множители перед  $\beta, \gamma, \delta$ , нельзя, потому что этим нарушились бы начальные условия при  $t = 0$ .

Решение уравнения (2) получается из (3) при

$$\alpha^* = \frac{1}{c^2}, \quad \alpha^* = \frac{1}{2c^2}, \quad \lambda = 0, \quad g = 1, \quad g' = g'' = \dots = 0. \quad (6)$$

Чтобы получить уравнение, соответствующее уравнениям (47) и (53) из (3), мы обозначим здесь через  $W^m(\mathbf{u}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}$  вероятность того, что среди частиц  $m$ -го поколения в лавине, созданной одной частицей с начальной скоростью  $\mathbf{u}$ , имеется одна с начальной скоростью между  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ . Имея в виду, что при  $\mathbf{E} = 0$  имеем  $\mathbf{m}_t = 0, \mathbf{n}_t = 0, M(t, v) = e^{-p(v)|t|}$ , получаем

$$W' = \delta(\mathbf{v} - \mathbf{u}), \quad W^{m+1}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int W^m(\mathbf{u}, \mathbf{w}) Q(\mathbf{w}, \mathbf{v}) d\mathbf{w},$$

причем

$$Q(\mathbf{u}, \mathbf{v}) d\mathbf{v} = \frac{\int_0^\infty e^{-p(u)t} P(k_t(\mathbf{u}), \mathbf{v}) dt}{\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-p(u)t} P(k_t(\mathbf{u}), \mathbf{v}) dt d\mathbf{v}} d\mathbf{v}$$

есть вероятность нахождения частицы с начальной скоростью между  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$  среди частиц, полученных при столкновении частицы с начальной скоростью  $\mathbf{u}$ .

Для усредненного по времени перемещения между двумя соударениями частицы с начальной скоростью  $\mathbf{u}$  вместо  $\mathbf{u}/p(u)$  (3) получаем

$$\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{u}) = \int_0^\infty \mathbf{h}_t(\mathbf{u}) e^{-p(u)t} p(u) dt.$$

Обозначим через

$$U(u) = \int \frac{a^{*s/2}}{\pi^{s/2}} \exp(-a^*v^2) \frac{P(v, u)}{\int P(v, u) du}$$

функцию распределения частиц по скоростям при больших  $t$ .

Тогда для  $\bar{t}, \bar{\mathbf{r}}^m, \bar{\mathbf{r}'\mathbf{r}'}, \bar{\mathbf{r}'\mathbf{r}^m + \mathbf{r}^m\mathbf{r}'}^*$  вместо (50), (45), (51) и (52) из (3) находим

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \int \frac{U(u)}{p(u)} du, \quad \bar{\mathbf{r}}^m(\mathbf{u}) = \int W^m(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \\ \bar{\mathbf{r}'\mathbf{r}'} &= 2 \int U(u) \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{u}) \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{u}) du, \\ \bar{\mathbf{r}'\mathbf{r}^m + \mathbf{r}^m\mathbf{r}'} &= \int \int U(u) W^m(\mathbf{u}, \mathbf{v}) [\mathbf{r}(\mathbf{u}) \mathbf{r}(\mathbf{v}) + \mathbf{r}(\mathbf{v}) \mathbf{r}(\mathbf{u})] d\mathbf{u} d\mathbf{v}. \end{aligned}$$

При помощи этих формул вместо (47) и (53) из (3) для уравнений, выражающих равенство среднего перемещения частиц, и средней их дисперсии, вычисленных из (3) или по методу Yang'a (6), получаем

$$\frac{1}{\beta} \int U(u) |\mathbf{u} \cdot \gamma_{t=\infty}| du = \int U(u) |\mathbf{r}'(\mathbf{u}) + \mathbf{r}''(\mathbf{u}) + \dots| du; \quad (7)$$

\* Произведение двух векторов без знака между ними обозначает их тензорное произведение.

$$\frac{1}{4\beta^2\alpha^* \cdot (t\alpha)_{t=\infty}} = \frac{1}{6t} (\overline{r' r'} + \overline{r' r''} + \overline{r'' r'} + \overline{r' r'''} + \overline{r''' r'} + \dots). \quad (8)$$

Для уравнений, выражающих условие, что  $V_0$  возможно лучше удовлетворяло бы (1) при больших  $t$ , вместо (36) и (37) из (3) здесь находим

$$1 - \int \frac{e(v)}{p(v) - \lambda} dv = 0; \quad (9)$$

$$\int \left[ \frac{3}{2} \frac{e(v)}{(p(v) - \lambda)^2} + \frac{v \cdot \alpha^* \cdot \delta_{t=\infty} \cdot \tilde{\delta}_{t=\infty} \cdot (e(v) - \varepsilon(v)) \cdot v}{p(v) - \lambda} \right] dv = 0, \quad (10)$$

где  $e(v)$  и  $\varepsilon(v)$  задаются выражениями

$$e(v) = \int U(w) P(w, v) dw, \quad v_0^2 \varepsilon_0(v) = \int w_0^2 U(w) P(w, v) dw,$$

$$(v_1^2 + v_2^2) \varepsilon_1(v) = \int (w_1^2 + w_2^2) U(w) P(w, v) dw, \quad \varepsilon_2(v) = 0.$$

Формулы (7), (8), (9) и (10) достаточны для определения величин  $a^*$ ,  $\alpha^*$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ . Видно, что, как и в (3), для них получаются выражения, не зависящие от  $r$  и  $v$ , а также и от  $u$ , чем их нахождение упрощается.

Что касается величин  $\lambda'$ ,  $\lambda''$ ,  $\dots$ ,  $g$ ,  $g'$ ,  $g''$ ,  $\dots$ , то они задаются выражениями (56) из (3), а если мы ограничимся двумя членами ряда в скобке (3), то выражениями (57) из (3). Таким образом, все величины (5) найдены.

Если электрическое поле  $E$  не равно нулю, решение уравнения Фокера — Планка (2) дается формулой (3) при замене

$$v = u \cdot \beta \rightarrow v - u \cdot \beta - b, \quad \beta r - u \cdot \gamma - v \cdot \delta \rightarrow \beta r - u \cdot \gamma - v \cdot \delta - d, \quad (11)$$

причем векторы  $b$  и  $d$  задаются через

$$b_0 = \frac{\chi_0}{\beta} (1 - e^{-\beta t}), \quad b_1 = \frac{\chi_1}{\beta^2 + \omega^2} (\omega \sin \omega t e^{-\beta t} - \beta \cos \omega t e^{-\beta t} + \beta),$$

$$b_2 = \frac{\chi_1}{\beta^2 + \omega^2} (\omega \cos \omega t e^{-\beta t} + \beta \sin \omega t e^{-\beta t} - \omega),$$

$$d_0 = \frac{\chi_0}{\beta} \left( \beta t - 2 \frac{1 - e^{-\beta t}}{1 + e^{-\beta t}} \right), \quad d_1 = \int_0^t \left[ \frac{2\beta}{1 - e^{-2\beta t}} (\delta_1 b_1 + \delta_2 b_2) - (\delta_1 \gamma_1 - \delta_2 \gamma_2) \right] dt,$$

$$d_2 = \int_0^t \left[ \frac{2\beta}{1 - e^{-2\beta t}} (\delta_1 b_2 - \delta_2 b_1) - (\delta_1 \gamma_2 + \delta_2 \gamma_1) \right] dt.$$

При этом выражения (4) и (6) остаются неизменными — такими же, как и при отсутствии электрического поля. Поэтому мы можем получить приближенное решение  $V_0$  уравнения (1) при наличии электрического поля тоже из (3) при замене (11), сохраняя данный выше способ нахождения величин (5). Новых подлежащих определению констант при включении электрического поля не появляется, так что этот способ применим.

Чтобы получить представление о точности  $V_0$ , можно применить рассуждение типа приведенных в (1).

Выражение (3) и указанный способ нахождения величин (5) могут иметь значение при рассмотрении не только стационарных, но и нестационарных процессов в ионизованной среде, так как они дают возможность вычислить коэффициенты переноса этой среды.

Софийский государственный университет,  
Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
21 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Ch. Christov, Acta Phys. Hung., 7, 51, 67 (1957). <sup>2</sup> Хр. Я. Христов, ДАН, 111, 981 (1956). <sup>3</sup> Хр. Я. Христов, ЖЭТФ (в печати). <sup>4</sup> S. Chapman, T. G. Cowling, The Mathematical Theory of Non-uniform Gases, Cambridge, 1953. <sup>5</sup> S. Chandrasekhar, Rev. Mod. Phys., 15, 1 (1943). <sup>6</sup> L. M. Yang, Proc. Roy. Soc., 198, 94 (1949).

А. И. ФЕЛЬЗЕНБАУМ

О СЖАТИЯХ И РАЗРЕЖЕНИЯХ ЛЬДОВ В АРКТИЧЕСКОМ  
БАССЕЙНЕ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 30 IV 1957)

§ 1. Сжатия и разрежения  
при установившемся дрейфе льдов  
в Центральном Арктическом бассейне

Ранее, при определении осредненного установившегося дрейфа льдов, мы учитывали в уравнениях движения льда силы, обусловленные ветром, трением льда о воду и вращением Земли вокруг своей оси <sup>(1)</sup>. Более точные уравнения движения льда

$$T_x + R_x + \Omega \rho'' h V = - g \rho'' h \frac{\partial \xi}{\partial y}; \quad T_y + R_y - \Omega \rho'' h U = - g \rho'' h \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (1)$$

приводят взамен выражений (26) работы <sup>(1)</sup> к формулам

$$U = -K \frac{\partial p}{\partial y} + K' \frac{\partial p}{\partial x} - K_g \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial y}; \quad V = K \frac{\partial p}{\partial x} + K' \frac{\partial p}{\partial y} + K_g \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial x}, \quad (2)$$

в которых  $U, V$  — компоненты скорости дрейфа льдов,  $p$  — атмосферное давление,  $K$  — коэффициент изобарического дрейфа,  $K'$  — коэффициент отклоненного чисто ветрового дрейфа,  $K_g = (K)_{m=0}$  — коэффициент градиентного дрейфа,  $\Phi$  — функция, удовлетворяющая уравнению Лапласа  $\Delta \Phi = 0$  при граничном условии  $(\Phi)_L = (p)_L - f(L)/\rho H K_g$ .

Представим скорость общего дрейфа льдов  $\mathbf{V}$  в виде суммы скоростей чисто ветрового дрейфа  $\mathbf{V}_a$  и градиентного дрейфа  $\mathbf{V}_g$ . Согласно (2) имеем

$$U_a = -K \frac{\partial p}{\partial y} + K' \frac{\partial p}{\partial x}; \quad V_a = K \frac{\partial p}{\partial x} + K' \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (3)$$

$$U_g = -K_g \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial y}; \quad V_g = K \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial x}. \quad (4)$$

Формулы (2) — (4) позволяют вычислить дивергенцию скорости дрейфа

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y}, \quad (5)$$

являющуюся характеристикой сжатий и разрежений льдов <sup>\*</sup>. Подставляя (2) в (5) и учитывая (3) и (4), получим

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = \operatorname{div} \mathbf{V}_a = K' \Delta p; \quad (6)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_g = 0. \quad (7)$$

\* Под сжатиями и разрежениями понимаются не только местные сжатия и разрежения, но и изменения сплошности льдов, могущие происходить на больших площадях.

Из формул (6) и (7) видно, что дивергенция скорости общего дрейфа льдов пропорциональна оператору Лапласа от атмосферного давления, возрастает при увеличении и убывает при уменьшении толщины льда. Градиентный дрейф льдов происходит без изменения сплоченности, в отличие от чисто ветрового дрейфа, при котором возникают сжатия и разрежения. Таким образом, утверждение Н. Н. Зубова <sup>(2)</sup> о неизменяемости сплоченности при установившемся чисто ветровом дрейфе льдов неверно. Изменение сплоченности в этом случае, как видно из формул (6) и (3), происходит за счет отклонения чисто ветрового дрейфа льдов от изобарического дрейфа\*. Это отклонение отсутствует только в предельном случае, когда толщина льда  $h$  неограниченно убывает (при  $h = 0$  имеем  $K' = 0$  и, следовательно,  $\operatorname{div} \mathbf{V} = \operatorname{div} \mathbf{V}_d = 0$ ).

Из формул (6), (7) следует, что для определения зон сжатий и разрежений льдов достаточно подсчитать оператор Лапласа от атмосферного давления. Области, в которых  $\Delta p < 0$ , являются зонами сжатий льдов; там, где  $\Delta p > 0$ , располагаются зоны разрежений и, наконец, в области, где  $\Delta p = 0$ , изменения сплоченности льдов не происходит.

## § 2. Сжатия и разрежения при неустановившемся дрейфе льдов

Так как задача об определении неустановившегося дрейфа сплоченных льдов не решена, то в настоящее время отсутствует возможность непосредственного расчета дивергенции скорости неустановившегося дрейфа, характеризующей сжатия и разрежения льдов. Однако некоторое представление о сжатиях и разрежениях льдов при неустановившемся чисто ветровом дрейфе можно получить, анализируя поле тангенциального напряжения ветра, компоненты которого определяются формулами

$$T_x = -\sqrt{\frac{A'}{2\Omega}} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \right); \quad T_y = \sqrt{\frac{A'}{2\Omega}} \left( \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} \right), \quad (8)$$

в которых  $A'$  — коэффициент вертикального обмена в атмосфере и  $\Omega$  — параметр Кориолиса <sup>(1)</sup>.

Этот анализ основывается на следующих двух соображениях:

1. Чисто ветровой дрейф льдов быстро меняется при изменении ветра (достаточно нескольких часов работы ветра нового направления, чтобы скорость дрейфа полностью изменилась как по величине, так и по направлению <sup>(3)</sup>).

2. При развитии чисто ветрового дрейфа льдины имеют тенденцию двигаться вдоль действующих на них сил, т. е. в направлении ветра, так же как при развитии чисто дрейфового течения на поверхности моря, свободного от льдов <sup>(4)</sup>.

Из указанных соображений следует, что при быстро меняющихся ветровых условиях можно ожидать сжатия льдов там, где имеется конвергенция сил, действующих на льды со стороны атмосферы ( $\operatorname{div} \mathbf{T} < 0$ ), и разрежения там, где имеется дивергенция этих сил ( $\operatorname{div} \mathbf{T} > 0$ ).

Выражая дивергенцию тангенциального напряжения ветра через атмосферное давление с помощью формул (8), в которых коэффициент обмена и параметр Кориолиса предполагаются постоянными:

$$\operatorname{div} \bar{\mathbf{T}} = -\sqrt{\frac{A'}{2\Omega}} \Delta p, \quad (9)$$

получим, что в областях, где  $\Delta p > 0$ , имеется тенденция к сжатиям, а в областях, где  $\Delta p < 0$  — к разрежениям льдов. Этот вывод противоположен результату, полученному в § 1 для установившегося чисто ветрового дрейфа льдов.

\* Чисто ветровой дрейф льдов отклоняется от изобарического дрейфа вправо на угол, тангенс которого, как это следует из (3), равен  $K'/K$ . При  $K' = 0,2 K$  этот угол равен  $\sim 11^\circ$ .

Указанную противоположность полученных результатов легко объяснить, если учесть простую зависимость между  $\operatorname{div} \mathbf{T}$  и вертикальными компонентами вихрей тангенциального напряжения ветра и скорости геострофического ветра  $\mathbf{W}$  \*

$$\operatorname{div} \mathbf{T} = -\operatorname{rot}_z \mathbf{T} = p' \sqrt{\frac{\Omega A'}{2}} \operatorname{rot}_z \mathbf{W}. \quad (10)$$

Так, например, в области, где атмосферная циркуляция имеет циклонический характер ( $\operatorname{rot} \mathbf{W} = \Delta p / \Omega p' > 0$ ), мы имеем в стационарном случае разрежение льдов ввиду отклонения чисто ветрового дрейфа льдов вправо от изобар за счет конечной толщины льда и в нестационарном случае — сжатие льдов за счет конвергенции сил, действующих на лед.

Допустим, что в начальный момент времени над неподвижным сплошным льдом возник циклон, который далее не меняется во времени. Сначала будет происходить сжатие льдов, отклоняющихся в своем дрейфе влево от изобар. Затем, по мере развития течения под льдом, дрейф льдов станет изобарическим, после чего льды начнут расходиться, отклоняясь от изобар вправо.

Рассмотренный пример сильно идеализирован, так как в реальных условиях Арктического бассейна ветер все время меняется во времени. Возникает вопрос, в каких случаях можно судить о сжатиях и разрежениях льдов на основании схемы, построенной для неустановившегося дрейфа, и когда можно определять зоны сжатий и разрежений, пользуясь теорией установившегося дрейфа льдов. По-видимому, при быстрых изменениях ветровых условий будет преобладать первая, а при медленно меняющемся поле ветра — вторая схема. Окончательно ответить на вопрос о выборе первой или второй схемы при решении конкретных практических задач можно будет только после тщательного анализа материалов наблюдений как над местными сжатиями и разрежениями льдов, так и над изменениями сплошности льдов, происходящими на больших площадях Арктического бассейна.

### § 3. Индекс атмосферной циркуляции

Как показали некоторые предварительные расчеты А. Л. Соколова, приведенные в предыдущем параграфе соображения могут быть использованы при установлении связи между ледовитостью в окраинных морях и циркуляцией атмосферы в Центральной Арктике, а также при разработке методов краткосрочных и долгосрочных прогнозов местных сжатий и разрежений льдов. В этой связи представляется целесообразным ввести индекс атмосферной циркуляции, определив его в точке  $A(x, y)$  как величину, пропорциональную дивергенции вектора градиента атмосферного давления:

$$I_A = k \operatorname{div} \operatorname{grad} p = k \Delta p. \quad (11)$$

Кроме того можно ввести интегральный индекс атмосферной циркуляции по площади  $\sigma$ :

$$I_\sigma = k \iint_\sigma \Delta p \, dx \, dy, \quad (12)$$

а также по времени от  $t_1$  до  $t_2$ :

$$I_{A, t_2-t_1} = \int_{t_1}^{t_2} I_A \, dt; \quad (13)$$

$$I_{\sigma, t_2-t_1} = \int_{t_1}^{t_2} I_\sigma \, dt. \quad (14)$$

\* Дивергенция и вихрь тангенциального напряжения ветра связаны между собой и тогда, когда коэффициент обмена в атмосфере  $A'$  меняется с высотой. В этом случае  $\operatorname{div} \mathbf{T} = -c \operatorname{rot}_z \mathbf{T}$ , где  $c$  — некоторая положительная константа.

Если при решении практических задач пользоваться квадратной километровой сеткой с постоянным шагом  $h$ , то удобно выбрать  $k = \frac{1}{h^2}$ , так как в этом случае индекс атмосферной циркуляции в узловой точке  $A$  определится просто как сумма значений атмосферного давления в четырех соседних узловых точках минус учетверенное значение атмосферного давления в точке  $A$ .

При установлении эмпирических связей между ледовитостью, характеризующей распределение льдов по площади, и циркуляцией атмосферы обычно пользуются в качестве показателей атмосферной циркуляции градиентами атмосферного давления (<sup>5</sup>, <sup>6</sup>), не связанными с площадью. Получающиеся при этом связи слабо обоснованы физически. Предлагаемый же нами индекс не только связан с площадью, но и имеет прямой физический смысл, характеризуя неравномерность сил, действующих на льды со стороны атмосферы. Поэтому при использовании его можно получить, по-видимому, более надежные связи. Заметим, что помимо предлагаемого индекса возможно также использование индекса атмосферной циркуляции Н. А. Белинского (<sup>7</sup>).

Соображения, изложенные в § 3, возникли при обсуждении вопросов методики ледовых прогнозов с А. Л. Соколовым, которому автор выражает свою благодарность.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
26 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. И. Фельзенбаум, ДАН, 113, № 2 (1957). <sup>2</sup> Н. Н. Зубов, Динамическая океанология, М., 1947. <sup>3</sup> Х. В. Буйницкий, Тр. эксп. на л.п. «Г. Седов» 1937—1940 гг. (1951). <sup>4</sup> В. В. Шулейкин, Физика моря, 1953. <sup>5</sup> В. Ю. Визе, Тр. Арктич. инст. ГУГМС, 90 (1944). <sup>6</sup> Д. Б. Карелин, Проблемы Арктики, № 4 (1941).  
<sup>7</sup> Н. А. Белинский, Тр. НИИ ГУГМС, 5, в. 14 (1946).

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Э. К. КЕЛЕР и Е. И. КОЗЛОВСКАЯ

**ОБ УПРУГИХ СВОЙСТВАХ СТЕКЛА**

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 28 V 1957)

В настоящем сообщении приводятся новые экспериментальные данные об изменении упругих свойств стекла при кручении в зависимости от температуры.

Как известно, стекло при температуре ниже точки начала размягчения относится к хрупким твердым телам, которые в условиях комнатной температуры подчиняются закону Гука вплоть до разрушения. На рис. 1 приведена кривая деформации — температура стекла при постоянно действующем усилии. Точки  $T_g$  и  $T_f$  означают, соответственно, температуры начала размягчения и перехода в жидкое состояние. Величина деформации стекла до температуры  $T_g$  не изменяется; выше  $T_g$  обнаруживается быстрый ростеене протяжении 75—100°. После этого развитие деформации замедляется, и кривая деформации принимает направление, параллельное оси абсцисс. Этот участок кривой деформации назван нами «площадкой задержки деформации», а температурная точка перехода к этой площадке обозначена  $T_z$  (точка начала задержки деформации). При дальнейшем нагревании до температуры  $T_f$  кривая деформации претерпевает резкий подъем — деформация развивается в виде безудержного течения.

На рис. 1 изображены также экспериментальные кривые мгновенно-упругой, замедленно-упругой и остаточной деформаций. Кривая АБВГД отражает величину общей деформации, соответствующей каждой данной температуре\*. Она получена при нагревании стекла в разгруженном состоянии с нагружением и разгрузкой образца через каждые 100°, а в интервале температур от  $T_g$  до  $T_f$  — через каждые 25°. Кривая А'Б'В'Г'Д' определяет границу между мгновенно-упругой и замедленно-упругой деформациями. Экспериментальные ее точки нанесены в результате отсчета мгновенно-упругого восстановления \*\* после снятия нагрузки. Кривая А"Б"В"Г"Д" определяет границу между замедленно-упругой и остаточной деформациями. Ее точки получены путем отсчета замедленно-упругого восстановления по истечении 3 час. после снятия нагрузки. Величина каждого вида деформации при любой температуре в интервале от 20° до  $T_f$ , измеряемая отрезками соответствующих ординат, заключенными между указанными выше кривыми, показана в нижней части рис. 1. В интервале от 20° до  $T_g$  имеет место лишь мгновенно-упругая деформация (АА'). В интервале от  $T_g$  до  $T_z$  величиной этого вида деформации является отрезок ББ'. При той же температуре обнаружены замедленно-упругая деформация (отрезок В'Б") и остаточная деформация (отрезок Б"К). Интересно отметить, что в области температур от  $T_z$  до  $T_f$  имеют место только упругие деформации. По достижении 720° упругие

\* В интервале температур от 20° до  $T_g$  кривые деформации при постоянно и временно действующих нагрузках совпадают.

\*\* В пределах практически возможной скорости визуального отсчета.

деформации ( $ДД'$  и  $ДД''$ ) почти полностью исчезают и вместо них сильно развивается остаточная деформация ( $Д''К''$ ).

На рис. 2 приведены кривые зависимости напряжение — деформация стекла — петли гистерезиса — на различных стадиях нагревания. Характер петель гистерезиса убеждает в истинно-упругом поведении стекла в интервале температур от  $20^\circ$  до  $T_g$ ; об этом свидетельствует и ничтожная площадь их, и близкий к линейному характер зависимости, и мгновенное восстановление нулевого положения при полной разгрузке образца. Площадь петли гистерезиса начинает возрастать лишь с температурой  $T_g$  и продолжает увеличиваться вплоть до точки  $T_s$ . В этом интервале температур зависимость напряжения от деформации нелинейна и разгрузочная ветвь петли при удалении нагрузки не возвращается к нулевой точке. Стекло при этих температурах приобретает значительную подвижность, наряду с упругими деформациями появляются и остаточные.

Выше точки  $T_s$ , вплоть до точки  $T_f$ , площадь петли гистерезиса заметно уменьшается и разгрузочная ветвь, хотя и с замедлением, возвращается к исходной точке: деформация целиком упруга.

На рис. 3 представлены кривые зависимости деформация — время. Эти кривые содержат участки:  $AB$  — мгновенно-упругой деформации в момент нагружения,  $BB$  — замедленно-упругой деформации,  $BG$  — пластического течения,  $GD$  — мгновенно-упругого восстановления при удалении нагрузки,  $DE$  — замедленно-упругого восстановления. Ордината точки  $ж$  соответствует остаточной деформации. Следует отметить, что границы между указанными видами деформаций и особенно между мгновенно- и замедленно-упругой деформациями не могут быть точно зафиксированы, так как в условиях опыта они частично накладываются друг на друга.

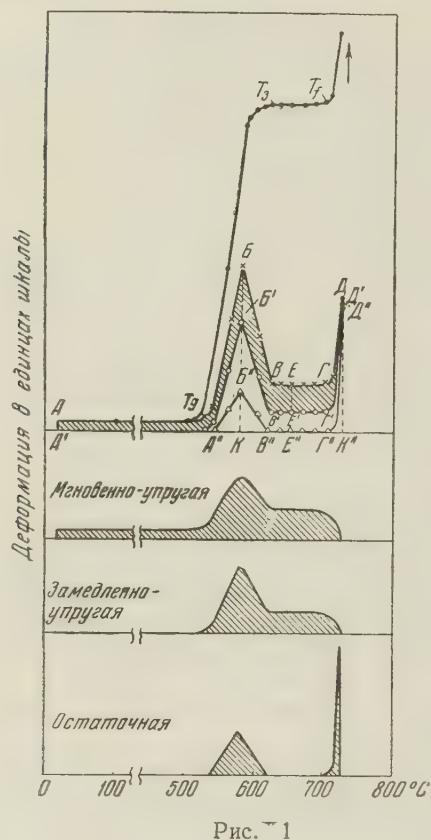


Рис. 1

Кривые рис. 3 также показывают, что при температурах от  $20^\circ$  до  $T_g$  имеет место лишь упругая деформация (мгновенно-упругая деформация при нагружении и мгновенно-упругое восстановление при разгрузении).

В интервале от  $T_g$  до  $T_s$  наблюдается наличие мгновенно-упругой, замедленно-упругой деформации и пластического течения, причем послед-

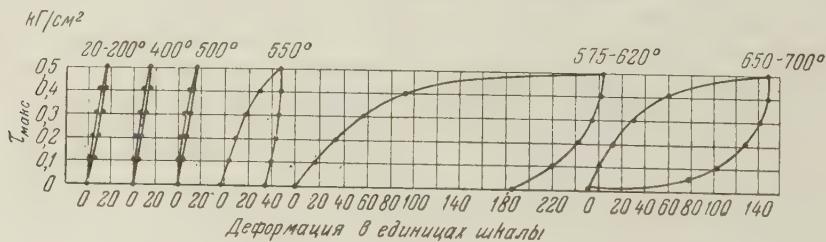


Рис. 2

222

нее развивается значительно. В интервале  $T_g - T_f$  пластическое течение и соответствующая ему остаточная деформация отсутствуют, а мгновенно-упругая и замедленно-упругая деформация возрастают.

Изложенные экспериментальные данные послужили основой для определения модуля сдвига для стекла при нагревании. Наибольшее приближение к значению нерелаксированного модуля упругости дает определение его по величине мгновенно-упругой деформации (рис. 1). Однако при практической возможной скорости визуального отсчета допускается завышение величины мгновенно-упругой деформации за счет включения какой-то доли замедленно-упругой деформации, что влияет на ход кривой модуля упругости, в особенности в интервале температур от  $T_g$  до  $T_z$ . Пунктирная часть кривых на рис. 4 отражает, вероятно, участие в расчете величины модуля упругости замедленных деформаций.

Приведенная здесь зависимость упругих свойств стекол от температуры наблюдалась нами на стеклах разнообразного состава — оконном, различных оптических стеклах, натриево-боросиликатном стекле. В зависимости от состава стекла меняются лишь значения температур  $T_g$ ,  $T_z$  и  $T_f$  и абсолютные значения деформаций.

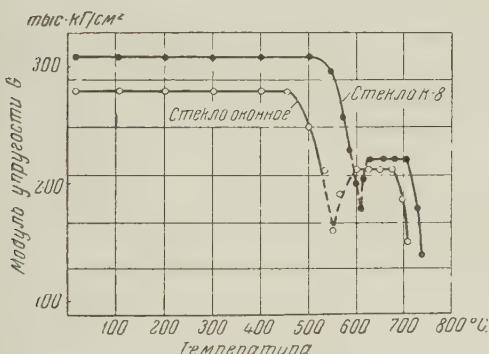


Рис. 4.

или в силу отсутствия ее в связи с особенностями структуры этого стекла, обнаружить не удалось.

Установленные изменения упругих свойств стекла, несомненно, связаны с протекающими в нем при нагревании физико-химическими процессами. Известно, что в стекле в области от  $T_g$  до  $T_f$  скачкообразно растут коэффициент линейного расширения, теплоемкость, изменяются оптические свойства стекла, его вязкость и пр. Термический анализ исследованных нами стекол K-8 и оконного показал, что в интервале температур от  $T_g$  до  $T_z$  имеет место эндотермический процесс, который заканчивается при температуре, соответствующей точке  $T_z$ . Нам представляется, что изменения упругих свойств стекла наглядно отражают перестройку структуры стекла при нагревании. Эти изменения подтверждают предполагаемую аналогию в особенностях строения силикатных и органических стекол. Так же как и в наших опытах, органические стекла имеют температурную область хрупкого

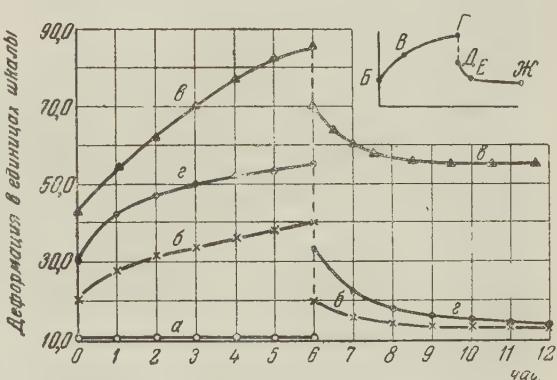


Рис. 3 Диаграмма деформация — время оптического стекла K-8.  $\tau = 0,1$  кГ/см<sup>2</sup>.  $a$  —  $t = 20^\circ$ ,  $b$  —  $t = 550^\circ$ ,  $c$  —  $t = 575^\circ$ ,  $d$  —  $t = 650^\circ$

Было проведено исследование чистого кварцевого стекла. Первое заметное увеличение подвижности (точка  $T_g$ ) наблюдается у него лишь при температуре около  $1000^\circ$ . Выше этой температуры развивается ползучесть; задержки деформации, вследствие недостижения соответствующей температуры (исследование проводилось до  $1300^\circ$ ),

состояния, период значительного развития эластических деформаций и дальнейший переход к явной текучести. Все это, как нам кажется, может служить подтверждением развивающихся в последнее время представлений о скелетно-координационном строении стекла (<sup>1</sup>), согласно которым основная роль в строении стекла принадлежит пространственно-координационной кремне-кислородной или кремне-алюмо-кислородной и т. п. сетке. Изменению подвижности, способности к деформации этой сетки в зависимости от температуры и отвечают соответственные характеристики упругих и пластических свойств стекла.

До температуры  $T_g$  время релаксации так велико, что перестройка структуры практически незаметна.

Переход стекла в новое кинетическое состояние и соответствующая структурная перестройка его наступает лишь при температуре  $T_g$ . Энергия колебания частиц достигает здесь величины, которая приводит к разрыву наиболее слабых связей. Ослабленная этими разрывами решетка приобретает большую возможность деформироваться под действием внешнего усилия, причем часть этой деформации оказывается остаточной. При температуре  $T_3$ , по-видимому, дефекты координационной сетки, по которым возможны разрывы в данных энергетических условиях, исчезают. Стекло приобретает равновесную структуру, при которой приложенная внешняя сила не вызывает уже новых остаточных деформаций. Упругие же деформации, ввиду нарушения первоначальной жесткости структуры и увеличения внутреннего трения в системе, протекают замедленно и характеризуются большей абсолютной величиной, чем в интервале от  $20^\circ$  до  $T_g$ .

При  $t = T_f$  происходит переход стекла в жидкое состояние, сопровождающийся все возрастающим количеством разрывов связей координационной сетки — наблюдается безудержное течение стекла под действием внешнего усилия.

Выполнение дальнейших экспериментальных работ должно выяснить роль отдельных элементов структуры стекла в развитии описанных превращений и уточнить влияние температуры, нагрузок, времени и других факторов на количественные характеристики механических свойств стекла.

Поступило  
6 VII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Сборн. Строение стекла, Изд. АН СССР, 1955, стр. 97—106.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Л. С. ПРИСС

**О ПРИЧИНАХ РАСХОЖДЕНИЙ МЕЖДУ КИНЕТИЧЕСКОЙ  
ТЕОРИЕЙ ВЫСОКОЭЛАСТИЧНОСТИ И ОПЫТОМ**

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 20 IV 1957)

1. В области не слишком больших деформаций (где применимо гауссово приближение теории) основные расхождения между кинетической теорией упругости пространственных полимеров и экспериментом (<sup>1</sup>) заключаются в том, что: а) вытекающие из теории зависимости недостаточно хорошо описывают экспериментальные кривые при различных типах деформации и б) предсказываемая теорией пропорциональность между величиной упругой постоянной и числом узлов в единице объема сетки не подтверждается опытом.

Попытки усовершенствования теории (<sup>2-8</sup>) не привели к существенному улучшению согласия с экспериментом и по ряду других причин не могут быть признаны удовлетворительными. Тем не менее, некоторые из них (<sup>2, 3</sup>) значительно способствовали выяснению закономерностей наблюдающихся отклонений.

2. В данной работе сделана попытка установить причины отклонений, отмеченных в пункте а. Анализ принимаемых при построении теории основных допущений позволил прийти к выводу, что отклонения этого рода могут быть вызваны тем, что: а) состояние, принимаемое на опыте за равновесное, в действительности не соответствует полностью установленному упругому равновесию и б) в теории игнорируется наличие посторонних узлов и цепей сетки, находящихся вблизи данной цепи и ограничивающих свободу перемещения ее промежуточных участков. Оба эти обстоятельства приводят к изменению «поперечных размеров» («ширины» и «толщины» (<sup>9</sup>)) цепей в деформированном состоянии, а так как в пределах применимости гауссова приближения все три внешних размера цепи — «длина»  $h$  (расстояние между концами) «ширина»  $r$  и «толщина»  $\rho$  являются независимыми, то это вызывает дополнительное изменение энтропии сетки, не учитывающееся в обычной сеточной теории.

3. Идея об изменении поперечных размеров цепей при деформации (<sup>10</sup>) и о влиянии посторонних узлов (<sup>11</sup>) впервые была высказана Куном. Однако Кун необоснованно предполагал, что изменение величин  $r$  и  $\rho$  происходит пропорционально изменению внешних размеров образца и пользовался неприемлемой в данном случае упрощенной моделью сетки.

4. Сущность отдельных процессов, протекающих в пространственных полимерах при их деформировании и при установлении в них упругого равновесия, становится понятной из следующих рассуждений. Предположим, что для получения данных по равновесному растяжению мы производим ступенчатое увеличение деформации образца, позволяя ему полностью отрелаксировать при каждой заданной степени растяжения. Не нарушая общности рассуждений, можно предположить, что увеличение деформации производится за достаточно короткий промежуток времени, в течение которого не успевает произойти сколько-нибудь существенного взаимного перемещения звеньев. Тогда все внешние размеры цепей претерпевают аффин-

ное преобразование в соответствии с изменением размеров образца и упругие напряжения в последнем обусловлены изменением энтропии

$$\Delta s = \Delta s_1(h) + \Delta s_2(r) + \Delta s_3(\rho), \quad (1)$$

связанным с изменением как  $h$ , так и  $r$  и  $\rho$ . Заметим, что в таком предельно неравновесном состоянии передача напряжений внутри образца осуществляется за счет сил межмолекулярного взаимодействия.

При установлении равновесия происходит взаимное перемещение звеньев цепей, причем  $r$  и  $\rho$  приближаются к своим равновесным (исходным) значениям. Это сопровождается уменьшением  $\Delta s_2(r)$  и  $\Delta s_3(\rho)$  и соответствующими слагающими напряжения. Так как изменение расстояний между концами цепей ( $h$ ) при мгновенной и при равновесной (<sup>(12)</sup>) деформации пропорционально изменению соответствующих линейных размеров образца, то не следует ожидать, что установление упругого равновесия будет сопровождаться существенным изменением  $\Delta s_1(h)$ . Проведенные рассуждения конкретизируют понятие «перегруппировка молекулярных цепей в процессе релаксации напряжения».

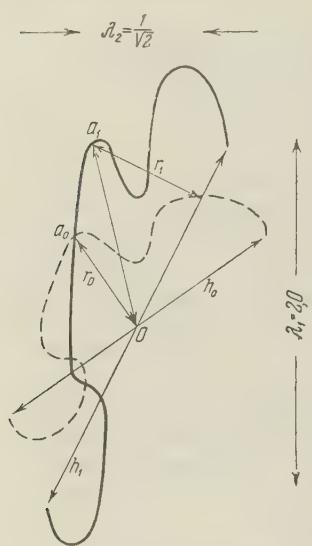


Рис. 1. Изменение внешних размеров молекулярной цепи при мгновенной деформации. Пунктирная линия — исходное состояние цепи, сплошная — после мгновенной деформации

Если стерические препятствия не мешают цепям изменять свою форму, то с течением времени  $h$ ,  $r$  и  $\rho$  достигнут своих равновесных значений. Однако нельзя быть уверенными в том, что состояние, принимаемое на опыте за равновесное, соответствует полностью завершившемуся процессу релаксации напряжения. Известно (<sup>(13)</sup>), что релаксационные кривые для достаточно больших периодов времени спрямляются в координатах  $\sigma - \ln t$  ( $\sigma$  — напряжение,  $t$  — время), указывая тем самым, что равновесие еще не наступило. Кроме того, исходные значения  $r$  и  $\rho$  не могут быть достигнуты вследствие того, что на пути диффундирующих цепей встречаются препятствия в виде посторонних узлов и цепей сетки, так что даже при установлении полного равновесия  $\Delta s_2(r)$  и  $\Delta s_3(\rho)$  и соответствующие слагающие напряжения отличны от нуля.

Оба указанные обстоятельства — неполное равновесие и ограничивающее влияние посторонних узлов — заставляют учитывать изменение поперечных размеров цепей при деформации.

5. Из приведенных рассуждений следует, что в состоянии, близком к равновесному, поперечные размеры цепей изменяются по отношению к исходным своим значениям в меньшей степени, чем  $h$  или соответствующие линейные размеры образца. Но так как мы не можем дать более точной количественной характеристики этих изменений, то начнем с рассмотрения предельно неравновесного состояния, описанного в начале п. 4. При рассмотрении рис. 1 нетрудно убедиться, что для произвольно ориентированной цепи закон преобразования для  $r$  и  $\rho$  отличен от такового для  $h$ . На этом рисунке  $h_0$  и  $r_0$  характеризуют «длину» и «ширину» цепи в исходном состоянии, а  $h_1$  и  $r_1$  — те же размеры после мгновенной деформации. Легко видеть, что отрезок  $0a_1$ , получающийся в результате аффинного преобразования  $r_0$ , не совпадает с  $r_1$ .

Соответствующий расчет модели из беспорядочно ориентированных цепей приводит к следующему выражению для изменения свободной энергии при мгновенной деформации:

$$W = C_1(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_2[\lambda_3^2 - 2 + (\lambda_2\lambda_3^2/\sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_3^2})F(\varphi, \kappa) + \lambda_2\sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_3^2}E(\varphi, \kappa)] \quad (2)$$

$$C_1 = NkT/2, \quad C_2 = 3NkT/2, \quad (3)$$

где  $\lambda_i = l_i/l_{oi}$  — относительные растяжения по главным направлениям деформации;  $F(\varphi, \kappa)$  и  $E(\varphi, \kappa)$  — неполные эллиптические интегралы соответственно 1-го и 2-го рода, модуль  $\kappa$  и амплитуда  $\varphi$  которых также являются функциями  $\lambda_i$ ;  $k$  — постоянная Больцмана и  $N$  — число цепей в единице объема сетки. Первый член в выражении (2) обусловлен изменением расстояний между концами цепей, второй — изменением их поперечных размеров.

6. Согласно взгляда́м, развитым в настоящем сообщении, установление равновесия должно сопровождаться приближением  $\lambda_i$ , входящих в последнее слагаемое, к единице и уменьшением его величины (по крайней мере до определенных пределов). Не имея возможности теоретически оценить это изменение, мы сделаем упрощение, предполагая, что  $\lambda_i$ , входящие во второе слагаемое в (2), равны главным растяжениям образца, а уменьшение этого слагаемого при приближении к равновесию может быть описано уменьшением коэффициента  $C_2$ . При таком допущении установленная выше простая взаимосвязь между коэффициентами  $C_1$  и  $C_2$  утрачивается.

7. Для случая одноосного растяжения выражение (2) приводит к следующему соотношению:

$$\sigma = 2C_1(\lambda^2 - 1/\lambda) + C_2\{3\lambda^2/2(\lambda^3 - 1) - 1/\lambda + [(\lambda^4 - 4\lambda)/2(\lambda^3 - 1)^{1/2}]\arctg\sqrt{\lambda^3 - 1}\}, \quad (4)$$

где  $\sigma$  — истинное напряжение. При сопоставлении с опытом удобно воспользоваться величиной

$$\varphi = \sigma v_r^{1/3}/2(\lambda^2 - 1/\lambda) \quad (5)$$

( $v_r$  — объемная доля каучука в набухшей резине; для ненабухших резин  $v_r = 1$ ), которая согласно экспериментальным данным (14, 15) является линейной функцией  $1/\lambda$ . Вычисляя  $\varphi$ , соответствующее выражению (4), мы убеждаемся, что оно действительно с точностью до 1% линейно зависит от  $1/\lambda$  в пределах изменения значений последнего от 0,87 до 0,20, что соответствует интервалу, в котором опытные данные могут быть получены с достаточной точностью.

Экспериментальные зависимости  $\varphi(1/\lambda)$  позволяют определить значения коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$ : если проэкстраполировать полученную линейную зависимость до  $1/\lambda = 0$  и  $1/\lambda = 1,0$  и обозначить соответствующие ординаты через  $A_0$  и  $A_1$ , то

$$C_1 = A_0 + 0,098(A_1 - A_0) \quad \text{и} \quad C_2 = 3,21(A_1 - A_0). \quad (6)$$

Необходимо отметить, что не только линейность теоретической зависимости  $\varphi(1/\lambda)$  является подтверждением справедливости предлагаемого варианта теории. Отклонения от линейности  $\varphi(1/\lambda)$  при малых значениях аргумента позволяют объяснить нечто большее, но закономерное возрастание  $A_0$  по мере увеличения степени набухания резины, отмеченное в работе Гамбрелла и др. (15). Это непосредственно вытекает из (6):  $C_1$  согласно теории не должно меняться при набухании резины, в то время как  $A_1 - A_0$  убывает (15) с увеличением степени набухания.

Величина  $C_1 = NkT/2$ , равная  $\varphi(0)$  при больших степенях набухания (в 4 раза и более) может быть использована для расчета числа цепей в единице объема сетки. Этим соотношением уже начали пользоваться в последнее время (15, 16), хотя обоснование такого способа расчета, по существу, содержится лишь в настоящей работе.

8. Сопоставление теоретических зависимостей, вытекающих из (1), с экспериментальными данными для других типов деформации также приводит к вполне удовлетворительному согласию. Так, например, при сопоставлении с данными Трелоара (17), полученными на одной и той же резине, удалось хорошо описать кривые растяжение — сжатие, двухмерное растяжение и сдвиг, используя значения постоянных  $C_1=1,35$  и  $C_2=1,40$  кг/см<sup>2</sup>.

Далее, из рассуждений, приведенных в п. 4, следует, что в процессе установления равновесия  $C_2$  должно убывать быстрее, чем  $C_1$ . Нами были изучены кривые ползучести нескольких резин при различных деформациях и на основании полученных данных построены «изохронные» кривые растяжения, т. е. такие кривые, каждая точка которых соответствует пребыванию образца определенное время (1, 10, 100 и т. д. минут) при данной деформации. Анализ этих кривых показал, что, в соответствии с требованиями теории относительное уменьшение  $C_2$  происходит примерно в три раза быстрее, чем  $C_1$ .

Рядом авторов (15, 18) было найдено, что наклон прямых, выражающих экспериментальные зависимости  $\phi(1/\lambda)$ , не зависит от  $C_1$ . Для очень мягких вулканизаторов (данные для которых в литературе отсутствуют) это противоречит выводам нашей теории, согласно которой отношение  $C_2/C_1$  не может быть больше 3 даже в случае предельно неравновесного состояния. Проверка, проведенная на образцах с широко варьируемыми пределами вулканизации, показала, что для мягких вулканизаторов  $C_2$  не постоянно и стремится к нулю при уменьшении  $C_1$ .

Таким образом, следствия из предложенного рассмотрения находят большое число экспериментальных подтверждений.

9. Выражение (2) имеет несколько громоздкий вид и неудобно для использования. Приближенный расчет на основе тех же рассуждений приводит к более простому выражению

$$W = C_1'(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_2'(1/\lambda_1 + 1/\lambda_2 + 1/\lambda_3 - 3), \quad (7)$$

которое качественно передает все основные черты (1) и может быть использовано для приближенных расчетов.

Автор выражает свою искреннюю благодарность М. М. Резниковскому за обсуждение результатов настоящей работы и П. А. Ребиндеру за ряд ценных замечаний.

Поступило  
12 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Л. Трелоар, Физика упругости каучука, Пер. под. ред. Е. В. Кувшинского, ИЛ, 1953. <sup>2</sup> М. Мопеу, J. Appl. Phys., 11, 582 (1940). <sup>3</sup> R. S. Rivlin, Phil. Trans., A 241, № 835, 379 (1948). <sup>4</sup> Г. М. Бартенев, ЖТФ, 20, № 4, 461 (1950). <sup>5</sup> А. Ишнага, Н. Наситсуме, М. Тативана, J. Chem. Phys., 19, № 2, 1508 (1951). <sup>6</sup> Г. М. Бартенев, ЖТФ, 22, 1154 (1952). <sup>7</sup> Л. С. Присс, ДАН, 93, № 5, 813 (1953). <sup>8</sup> А. Г. Thomas, Trans. Farad. Soc., 51, № 4, 569 (1955). <sup>9</sup> М. В. Волькенштейн, О. Б. Птицын, Усп. физ. наук, 49, № 4, 501 (1953). <sup>10</sup> W. Kuhn, Koll. Zs., 76, Н. 3, 258 (1936). <sup>11</sup> W. Kuhn, J. Polymer. Sci., 1, № 5, 380 (1946). <sup>12</sup> Н. М. James, E. Guth, J. Polymer. Sci., 4, № 2, 153 (1949). <sup>13</sup> В. Геншеде, Koll. Zs., 104, 1 (1943). <sup>14</sup> R. S. Rivlin, D. W. Saunders, Phil. Trans., A 243, 251 (1951). <sup>15</sup> S. M. Gumbrell, L. Mullins, R. S. Rivlin, Trans. Farad. Soc., 49, № 12, 1495 (1953). <sup>16</sup> L. Mullins, J. Polymer. Sci., 19, № 92, 225 (1956). <sup>17</sup> Л. Трелоар, Trans. Farad. Soc., 40, 59 (1944). <sup>18</sup> R. S. Rivlin, D. W. Saunders, Trans. Farad. Soc., 48, № 3, 200 (1952).

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

И. Г. ГУТОВСКИЙ

К ТЕОРИИ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ФЛЮКСМЕТРА

(Представлено академиком И. П. Бардиным 4 V 1957)

В статьях по фотоэлектрическим флюксметрам<sup>(1-4)</sup> нет общей точки зрения на принцип действия этих приборов. В настоящей работе, основанной на методах теории автоматического регулирования и на использовании операционного исчисления в трактовке Хэвисайда—Микусинского<sup>(5)</sup>, даются главные положения теории флюксметра и новый метод оценки точности работы устройств типа фотоэлектрических компенсаторов, заменяющий метод частотно-фазовых характеристик и значительно более простой.

Все фотоэлектрические флюксметры можно представить одной блок-схемой (рис. 1), показывающей, что эти приборы в принципе не отличаются от операционных усилителей и, несмотря на различия конструктивного оформления, имеют единую природу.

Флюксметр характеризуется следующими звеньями и их передаточными функциями (начальные условия равны нулю):

1) Зеркальный гальванометр (переускоенный режим)

$$W_g(s) = \frac{\beta N S_u}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad (1)$$

где  $S_u$  — чувствительность ( $\sim 10^3$  рад/в);  $\tau_1$  ( $\sim 1 \div 10$  сек.)  $> \tau_2$  ( $\sim 10^{-2}$  сек.);  $\beta$  — постоянная, учитывающая нагрузку;  $N$  ( $\sim 1$  лм/рад) определяет световой поток, падающий на фотоэлементы;  $s$  — оператор дифференцирования.

2) Фотоэлементный мост (рис. 2)

$$W_m(s) = \alpha \rho \frac{\tau_4 s + 1}{\tau_3 s + 1}; \quad (2)$$

$\alpha$  ( $\sim 10^{-4}$  а/лм) — чувствительность фотоэлементов;  $\rho$  ( $\sim 10^9$  ом) — их дифференциальное сопротивление;  $\tau_3 = \tau_4 + \tau_5$ ;  $\tau_4 = RC$ ;  $\tau_5 = \rho C$ .

3) Усилитель постоянного тока

$$W_y = K = \text{const} (\sim 50). \quad (3)$$

4) Дифференцирующее звено

$$W_d(s) = \frac{\tau_d s}{\tau_d s + 1}, \quad (4)$$

( $\tau_d \sim 10^{-4}$  сек.).

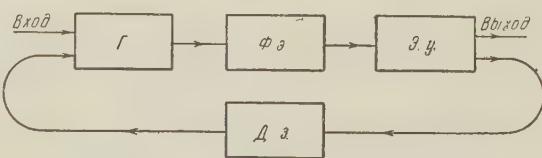


Рис. 1. Блок-схема фотоэлектрического флюксметра.  $\Gamma$  — гальванометр,  $\Phi. \text{ э.}$  — фотоэлементный мост,  $\mathcal{E}. \text{ у.}$  — электронный усилитель,  $\mathcal{D}. \text{ з.}$  — дифференцирующее звено

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_0(s) = W_g W_m W_y = K_0 \omega_0(s), \quad (5)$$

где  $K_0 = \alpha \beta \rho N S_u K = \text{const}$  ( $\sim 10^8$ ), а замкнутой системы

$$(W s) = \frac{W_0}{1 + W_0 W_d}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что значение выходного напряжения идеального интегратора равно

$$U_{\text{нд}} = \frac{1}{\tau_d} \int_0^t U_{\text{вх}} d\theta = U + Er_1 + Er_2 + Er_3, \quad (7)$$

где  $U$  — выходное напряжение, регистрируемое самописцем;

$$Er_1 = \frac{\int_0^t U d\theta}{K_0 \tau_d} \quad (8)$$

«сползание»;

$$Er_2 = \left( \frac{1}{\omega_0} - 1 \right) \frac{\int_0^t U d\theta}{K_0 \tau_d} \quad (9)$$

частотно-фазовые искажения;

$$Er_3 = \int_0^t \left( \frac{W_d}{\tau_d} U - U' \right) d\theta \quad (10)$$

погрешность, вызванная погрешностью дифференцирования в контуре обратной связи.

Найденное решение дает возможность производить анализ погрешностей по непосредственно наблюдаемой величине — выходному напряжению — и вводить поправку на погрешность, обусловленную формой измеряемого сигнала. Анализ основан на учете огромной величины усиления схемы и на леммах:

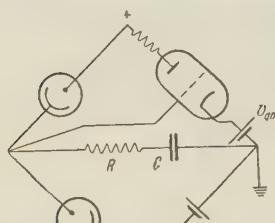


Рис. 2

$$\left| \frac{1}{\tau s + 1} U(t) - U(t) \right| < \tau \max |U'(t)|; \quad (11)$$

$$\left| \frac{1}{\tau s + 1} U(t) \right| < \max |U(t)|. \quad (12)$$

Согласно (7) — (10) всякая устойчивая схема с большим усилением, имеющая последовательную отрицательную обратную связь по производной, будет интегрировать с постоянной, равной с точностью до погрешности  $\sum Er_i$  постоянной времени  $\tau_d$  дифференцирующего звена. Все приборы тождественны в отношении сползания (см. (8)) и зависимости погрешности от качества дифференцирования (см. (10)). Различия заложены в формуле (9).

Рассмотрим два крайних случая:

1)  $\tau_1 \sim 1; \tau_2 \ll 1; \tau_3 < 1; \tau_4 \ll 1$ . Такие флюксметры назовем флюксметрами первой группы.

2)  $\tau_4 \cong \tau_1$  (принцип коррекции С. П. Капицы) и  $\tau_3 \rightarrow \infty$  ( $\gg 10$ ) — вторая группа.

Представляя (9) в виде

$$Er_2 = \frac{1}{K_0 \tau_d} \frac{1}{\tau_4 s + 1} (A_1 U'' + A_2 U' + A_3 U) \quad (13)$$

$(A_1 = \tau_1 \tau_2 \tau_3; A_2 = \tau_1 \tau_2 + \tau_2 \tau_3 + \tau_3 \tau_1; A_3 = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3)$  и применяя (11) к (13), найдем, что у приборов первой группы

$$Er_2 \approx \frac{1}{K_0 \tau_d} (A_1 U'' + A_2 U' + A_3 U) \quad (14)$$

с погрешностью, не превышающей

$$\Delta Er_2 = \frac{\tau_4}{K_0 \tau_d} \max |A_1 U''' + A_2 U'' + A_3 U'|, \quad (15)$$

(15) много меньше (14), следовательно, (14) можно расценивать как поправку.

У флюксметров второй группы

$$Er_2 = \frac{C_\varphi}{\tau_d} U + \frac{1}{K_0 \tau_d} \left[ \frac{1}{(\tau_4 s + 1)} (B_1 U'' + B_2 U' + B_3 U) + B_4 U' \right] \quad (16)$$

$(B_1 = \tau_2 \tau_3 (\tau_1 - \tau_4), B_2 = (\tau_2 + \tau_3) (\tau_1 - \tau_4); B_3 = \tau_1 - \tau_4; B_4 = \tau_2 \tau_3; C_\varphi = \tau_3 / K_0)$  — постоянная флюксметра без обратной связи). Формула, аналогичная (15), из-за большой  $\tau_4$  не ограничивает нижнего предела  $Er_2$ . В этом случае остается оценка погрешности сверху на основании (12). Поскольку  $B_4 \gg A_2$ , погрешность флюксметра второй группы значительно больше, чем первой.

С учетом критерия устойчивости, найденного для обеих групп в виде

$$\tau_4 > \tau_d, \quad (17)$$

теория позволяет рассчитывать все параметры, необходимые конструктору.

Более детальная теория оценивает влияние утечек, амплитудных искажений и нагрузок. Изложенный метод сохраняет при этом силу.

Центральный научно-исследовательский институт  
черной металлургии

Поступило  
29 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> P. P. Cioffi, Rev. Sci. Instr., 21, № 7, 624 (1950). <sup>2</sup> Е. И. Сурикова, Метод автоматической записи кривых намагничивания на постоянном токе, Диссертация, Политехн. инст. им. Калинина, Л., 1952. <sup>3</sup> С. П. Капица, ЖТФ, 25, в. 7, 1307 (1955). <sup>4</sup> F. G. Блокман, W. G. Stenck, Philips Techn. Rev., 16, № 3, 79 (1954). <sup>5</sup> Ян Микусинский, Операторное исчисление, ИЛ, 1956.



ХИМИЯ

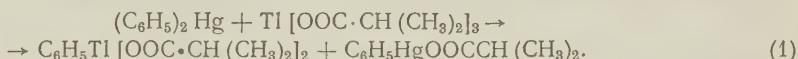
В. П. ГЛУШКОВА и член-корреспондент АН СССР К. А. КОЧЕШКОВ

**НОВЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА ТАЛЛИЙОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ  
КЛАССА  $ArTlX_2$**

Существенным пробелом в области химии таллийорганических соединений является отсутствие надежных методов получения и тем самым малая доступность и изученность класса  $ArTlX_2$ .

Действительно, метод Челленджера<sup>(1)</sup> (через бороганические соединения) является многостадийным и приводит, кроме того, к  $ArTlX_2$  (где  $X$ =галоид), т. е. к классу соединений, склонных ко вторичным процессам:  $2RTlCl_2 \rightleftharpoons R_2TlCl + TlCl_3 \rightarrow Tl_2Cl_4 + 2RCl$ . Так, Наметкин, Мельников и Грачева<sup>(2)</sup>, следуя Челленджеру или применяя реакцию, «обратную диспропорционированию»<sup>(3)</sup>, вследствие описанных выше побочных реакций описали  $ArTlX_2$  ( $X$ =галоид) как окрашенные в желтый, оранжевый и бурый цвет вещества, в то время как в действительности они бесцветны (см. ниже).

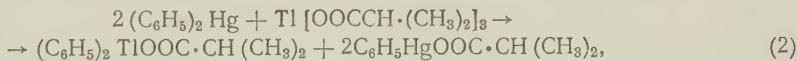
В настоящей работе мы впервые описываем метод получения  $ArTlX_2$  ( $X$ =остаток органической кислоты), применяя соли органических кислот трехвалентного таллия\* в реакции с ртутьноорганическими соединениями:



Реакция, быстро протекающая при комнатной температуре в хлороформенной среде, приводит с хорошими выходами к отлично кристаллизующимся соединениям класса  $ArTl(OOCR)_2$ . Такого рода соединения устойчивы, не склонны (в противоположность соответствующим галоидным соединениям) ко вторичным превращениям и являются бесцветными.

Описанная в литературе<sup>(4)</sup> реакция между дифенилртутью и треххлористым таллием, несмотря на благоприятное соотношение реагентов (1 мол. : 1 мол.), до сих пор приводила лишь к  $Ar_2TlX$  ( $X$ =галоид).

При применении солей органических кислот мы можем по усмотрению (в зависимости от взятых молярных соотношений) направлять реакцию по уравнениям (1) или (2):



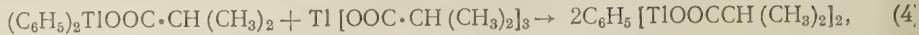
а исходя из соответствующих ртутьноорганических соединений можно выйти к таллийорганическим соединениям  $ArTl(OOCR)_2$  или  $Ar_2TlOOCR$  и с заместителями в ядре.

Полученные нами соединения  $ArTl(OOCR)_2$  идентичны соединениям, синтезированным по разработанному нами<sup>(5)</sup> методу прямого таллирования. Диизобутират фенилталлия, следовательно, может быть получен из бензола и триизобутират таллия (выход 90%):



\* В настоящей работе мы пользовались солями изомасляной кислоты, однако, как показывает опыт, применимы соли и других органических кислот.

Реакция, «обратная диспропорционированию»,

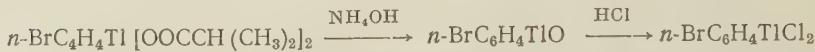


идущая у нас с количественным выходом, также приводит к неокрашенным таллийорганическим соединениям.

Замена остатка органической кислоты на галоид по уравнению



или



в условиях опыта также не приводит к появлению окраски, следовательно описанная в литературе (2) окрашенность есть результат примесей, а не является свойством самого вещества.

### Экспериментальная часть

Триизобутират таллия (1 мол.) и дифенилртуть (1 мол.). Смешивают растворы 4,65 г триизобутирата таллия и 3,6 г дифенилртути (каждое вещество в 7 мл нагретого сухого хлороформа) и оставляют стоять в течение получаса при комнатной температуре. Выпавший осадок отсасывают и промывают петролейным эфиром. Получено 4 г вещества (87, 9%, уравнение (1)), которое после перекристаллизации из дихлорэтана имело т. пл. 221—222°.

Найдено %: Tl\* 44,82; 44,93  
 $C_{14}H_{19}TlO_4$ . Вычислено %: Tl 44,84

Дизобутират фенилталлия — белые кристаллы, устойчивые (в отличие от исходного триизобутирата) на воздухе.

Триизобутират таллия (1 мол.) и дифенилртуть (2 мол.). 4,65 г. триизобутирата таллия, растворенного при нагревании в 7 мл сухого хлороформа, смешивают с 7,1 г дифенилртути в 12 мл того же нагретого растворителя. Смесь оставляют на полчаса при комнатной температуре. Выпавший осадок отсасывают и промывают петролейным эфиром. Получено 3,6 г. вещества (80,9% теории, уравнение (2)), которое после перекристаллизации из дихлорэтана имело т. пл. 241°.

Найдено %: Tl 45,59; 45,76  
 $C_{16}H_{17}TlO_2$ . Вычислено %: Tl 45,84

Изобутират дифенилталлия — белое кристаллическое вещество, устойчивое на воздухе.

Таллирование бензола. После нагревания в течение 18 час. 2,35 г. триизобутирата таллия с 2,5 мл сухого, не содержащего тиофена бензола (избыток), на кипящей водяной бане в запаянном сосуде и при последующем охлаждении выпавший осадок был отсосан и промыт петролейным эфиром. Выход дизобутирата фенилталлия 90%. Т. пл. после перекристаллизации из дихлорэтана 221°.

Найдено %: Tl 44,53; 44,41  
 $C_{14}H_{19}TlO_4$ . Вычислено %: Tl 44,84

Смешанная проба (см. предыдущий опыт) без депрессии.

Триизобутират таллия и изобутират дифенилталлия. 2,25 г (1 мол.) изобутирата дифенилталлия (см. выше) в 45 мл

\* Везде определение таллия — хроматным методом.

сухого хлороформа смешано с 2,35 г (1 мол.) триизобутиратом таллия в 6 мл того же растворителя. После стояния в течение ночи в открытой колбочке для частичного испарения растворителя выпавший осадок был отсосан и промыт петролейным эфиром. Выделено 3,5 г вещества (из маточника дополнительно 0,9 г). После перекристаллизации из дихлорэтана т. пл. 221—222°. Т. пл. изобутиратом фенилталлия, полученного двумя иными найденными нами путями (см. выше), равна 221°. Выход практически количественный.

Смешанная проба (см. предыдущий опыт) без депрессии.

Превращение диизобутирата фенилталлия в двуххлористый фенилталлий. 2 г диизобутирата фенилталлия в 25 мл метанола обработано избытком водного раствора 10—15%-го аммиака. Выпавший осадок отсосан и промыт водой. К суспензии его в 20 мл метанола прибавлен 1,5 N раствор хлористого водорода в том же растворителе до кислой реакции на конго. Получено 1,06 г двуххлористого фенилталлия в виде белого кристаллического вещества с т. пл. 233° (с разложением). По литературным данным (1) т. пл. 235° (с разложением).

Триизобутират таллия (1 мол.) и ди-*n*-бромфенилртуть (1 мол.). К 4,65 г триизобутирата таллия, растворенного в 7 мл горячего сухого хлороформа, прибавлена суспензия 5,12 г ди-*n*-бромфенилртути в 20 мл того же растворителя. В начале слияния ди-*n*-бромфенилртуть переходила в раствор, затем перестала растворяться. По прибавлении всего количества смесь была нагрета до растворения осадка и затем охлаждена до комнатной температуры. Выпавший осадок отсосан, промыт петролейным эфиром. Выход 3,2 г (50% теории; уравнение (3)). После перекристаллизации из дихлорэтана вещество плавилось при 219° (с разложением, быстрое нагревание).

Найдено %: T<sub>1</sub> 37,92; 37,77  
C<sub>14</sub>H<sub>18</sub>TlBrO<sub>4</sub>. Вычислено %: T<sub>1</sub> 38,20

Диизобутират *n*-бромфенилталлия — белое кристаллическое вещество, устойчивое на воздухе.

Превращение диизобутирата *n*-бромфенилталлия в двуххлористый *n*-бромфенилталлий. К 2,5 г диизобутирата *n*-бромфенилталлия, растворенного в 50 мл спирта, прибавлен спиртовый раствор (1,5 N) хлористого водорода до появления кислой реакции на конго. Раствор отфильтрован от мути, испарен при комнатной температуре до малого объема, и осадок отсосан. Получено 1,6 г вещества с т. пл. 261°. После перекристаллизации из этилацетата т. пл. 262°. Т. пл. двуххлористого ди-*n*-бромфенилталлия, по литературным данным (6), 262—263°.

Физико-химический институт  
им. Л. Я. Карпова

Поступило  
10 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> F. Challenger, B. Parker, J. Chem. Soc., 1931, 1462. <sup>2</sup> С. С. Наметкин, Н. Н. Мельников, Г. П. Грачева, ЖОХ, 5, 1455 (1935). <sup>3</sup> Н. Н. Мельников, Г. П. Грачева, ЖОХ, 5, 1786 (1935). <sup>4</sup> A. Goddard, D. Goddard, Organometallic Compounds, part 1, p. 242. (Newton Friend, A textbook of Inorganic Chemistry, 11), London, 1928. <sup>5</sup> В. П. Глушкова, К. А. Кочешков, ДАН, 103, 615 (1955). <sup>6</sup> F. Challenger, O. Richards, J. Chem. Soc., 1934, 405; С. С. Наметкин, Н. Н. Мельников, Г. П. Грачева, ЖОХ, 5, 1455 (1935).

Л. И. ЗАХАРКИН и О. Ю. ОХЛОБЫСТИН

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АЛЮМИНИЙТРИАЛКИЛОВ ДЛЯ СИНТЕЗА ЭЛЕМЕНТООРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

(Представлено академиком А. Н. Несмеяновым 8 V 1957)

В связи с тем, что алюминийорганические соединения в последнее время стали легко доступными благодаря исследованиям Циглера и сотрудников<sup>(1)</sup>, естественно возникает вопрос о возможности использования их для синтеза других элементоорганических соединений.

В патентной литературе описаны способы получения цинк-, кадмий- и ртутьноорганических соединений типа  $RMeX$ <sup>(2)</sup>, а также триалкилбори-нов<sup>(3)</sup> из галоидных соединений этих элементов и смеси алкилалюминий-галогенидов, образующейся при действии на алюминий соответствующих галоидных алкилов:



Поскольку последняя реакция идет только с низшими алкилами ( $R$  не выше  $C_3H_7$ ), данный метод не может являться достаточно общим, что в сочетании с необходимостью использования для синтеза галоидных алкилов не делает этот способ более предпочтительным, чем, например, магнийорганический синтез.

Недавно Кёстером было указано на возможность получения алкильных производных бора и кремния, исходя из алюминийтриалкилов и трехфтористого бора или четыреххлористого кремния<sup>(4)</sup>. В настоящей работе нами изучено взаимодействие галогенидов бора, сурьмы, мышьяка, фосфора, олова и ртути с триэтилалюминием и триизобутилалюминием.

Во всех исследованных случаях имеет место реакция обмена с образованием галоидного алюминия и алкильных производных взятых элементов.

При добавлении к триизобутилалюминию (27,1 г) эфирата трехфтористого бора (19,0 г) при температуре 60—65° (за счет теплоты реакции) образуется триизобутилбор, который может быть отогнан непосредственно из реакционной массы; выход 13,0 г (~60% от теоретического), т. кип. 174—176°/745 мм; 57—58°/5 мм,  $n_D^{22,5}$  1,4188. Литературные данные<sup>(5)</sup>: т. кип. 86°/20 мм,  $n_D^{22,8}$  1,4188.

При пропускании газообразного трехфтористого бора в раствор триэтилалюминия в декалине образуется триэтилбор, т. кип. 95—96°. Литературные данные: т. кип. 90—96°<sup>(6)</sup>.

Так же легко протекает взаимодействие эфирата триизобутилалюминия (из 20,0 г  $Al$  (изо- $C_4H_9$ )<sub>3</sub>) с суспензией трехфтористой сурьмы (17,9 г) в эфире; разгонкой реакционной массы получен в виде бесцветной жидкости триизобутилстибин, выход 22,2 г (77% от теоретического), т. кип. 101,5°/8 мм,  $n_D^{19,5}$  1,4955;  $d_4^{20}$  1,124. Литературные данные<sup>(7)</sup>: т. кип. 135°/31 мм,  $d_4^{23}$  1,323.

Найдено %: С 48,48; 48,56; Н 9,08; 9,06  
 $C_{12}H_{27}Sb$ . Вычислено %: С 49,17; Н 9,28

Дибромид, полученный бромированием триизобутилстибина в четыреххлористом углероде, имел температуру плавления 95° (из эфира) и не показывал депрессии температуры плавления смешанной пробы с дибромидом (т. пл. 94°) из триизобутилстибина (т. кип. 64—66°/1 мм,  $n_D^{20}$  1,4957), синтезированного нами из  $SbCl_3$  и изо- $C_4H_9MgBr$ .

Следует отметить, что взаимодействие эквивалентных количеств изобутилмагнийбромида и  $SbCl_3$  дает триизобутилстибин с выходом лишь 22—23%, причем продукт получается окрашенным (7).

Взаимодействие триизобутилалюминия (36,7 г, 1 моль) с треххлористым мышьяком (33,0 г, 1 моль) в эфире не приводит к триалкиларсину; главными продуктами реакции являются изобутилдихлорарсии и дизобутилхлорарсии. После окончания реакции реакционная смесь обработана 200 мл соляной кислоты (1:1), смесь хлорарсинов извлечена эфиром. Фракционированием смеси были получены:

а. Изобутилдихлорарсин, выход 12 г, т. кип. 57—58°/8 мм,  $n_D^{20,5}$  1,5108,  $d_4^{20}$  1,4126. Литературные данные (8): т. кип. 95,8°/50 мм,  $d_4^{20}$  1,4465.

Найдено %: As 37,19, 37,11  
 $C_4H_9AsCl_2$ . Вычислено %: As 36,91

б. Диизобутилхлорарсин, выход 20 г., т. кип. 76—77°/8 мм,  $n_D^{20,5}$  1,4862,  $d_4^{20}$  1,1265.

Найдено %: As 33,33; 33,49  
 $C_8H_{18}AsCl$ . Вычислено %: As 33,35

Сложнее протекает взаимодействие триизобутилалюминия с треххлористым фосфором. В результате энергичной реакции независимо от взятого растворителя (эфир,  $\eta$ -гептан или избыток  $PCl_3$ ) происходит образование комплекса продуктов реакции с хлористым алюминием.

Из реакционной массы может быть отогнан в вакууме изобутилдихлорфосфин. Из 32,5 г триизобутилалюминия при добавлении к избытку  $PCl_3$  получено 11,5 г изобутилдихлорфосфина, т. кип. 148—149°,  $n_D^{20}$  1,4818,  $d_4^{20}$  1,1268;  $MR_D$  39,07. Вычислено для  $C_4H_9PCl_2$   $MR_D$  38,55. Литературные данные: т. кип. 155—157°,  $d_4^{23}$  1,1236 (9), т. кип. 48,5—49,5/12 мм,  $n_D^{20}$  1,4719,  $d_4^{20}$  1,172 (10).

Найдено %: C 30,55; 30,67; H 5,75; 5,88; Cl 44,27; 44,72; P 18,91; 18,85  
 $C_4H_9PCl_2$ . Вычислено %: C 30,24; H 5,64; Cl 44,60; P 19,48

При дальнейшем нагревании остатка после отгонки изобутилдихлорфосфина в вакууме происходит глубокое разложение с образованием летучих продуктов и элементарного фосфора.

Взаимодействие эквимолекулярных количеств триизобутил- или триэтилалюминия с бромной ртутью или сулемой в эфире или гексане приводит, главным образом, к симметричным диалкильным производным ртути. Так, при прибавлении к суспензии  $HgBr_2$  (28 г) в 100 мл эфира триизобутилалюминия (15,5 г) после разложения реакционной массы льдом и бикарбонатом натрия получены: а) дизобутилртуть, выход 16,0 г (65,5% от теоретического), т. кип. 123—123,5°/65 мм,  $n_D^{20}$  1,4964,  $d_4^{20}$  1,770; литературные данные (11): т. кип. 108—109°/25 мм,  $n_D^{20}$  1,4969,  $d_4^{20}$  1,7670.

Найдено %: C 30,02; 30,24 H 5,78; 5,70  
 $C_8H_{18}Hg$ . Вычислено %: C 30,46; H 5,76

в. Бромистая изобутилртуть, т. пл. 78° (из спирта), не обнаружившая депрессии температуры плавления смешанной пробы с образцом, полученным из  $HgBr_2$  и изо- $C_4H_9MgBr$ .

Найдено %: C 13,89; 13,96; H 2,68; 2,61  
 $C_4H_9HgBr$ . Вычислено %: C 14,22; H 2,68

Из супемы (27,1 г) и триэтилалюминия (11,4 г) в гексане (100 мл) получена диэтилртуть, выход 15,0 г (58,6% от теоретического), т. кип. 95—96°/90 мм,  $n_D^{22}$  1,5400;  $d_4^{20}$  1,4658. Литературные данные: т. кип. 57°/16 мм,  $n_D^{23,2}$  1,5399 (12),  $d_4^{20}$  1,4660 (13).

Четыреххлористое олово (18,8 г) при действии триизобутилалюминия (19,0 г) в гептане при 40—48° дает (после разложения раствором NaOH) тетраизобутилолово, выход 8,5 г (53,6% от теоретического), т. кип. 128—129°/8 мм,  $n_D^{19,5}$  1,4751;  $d_4^{20}$  1,0517. Литературные данные (14): т. кип. 143°/16,5 мм,  $n_D^{20}$  1,4760.

Найдено %: C 55,00; 55,14; H 10,37; 10,59; Sn 33,77; 34,11  
 $C_{16}H_{36}Sn$ . Вычислено %: C 55,35; H 10,43; Sn 34,18

Кроме того, при перегонке остатка над натрием может быть выделена окись триизобутилолова, выход 7,4 г, т. кип. 197—198°/12 мм,  $n_D^{21}$  1,4850,  $d_4^{20}$  1,1547, образовавшаяся, по-видимому, при дегидратации соответствующей гидроокиси.

Найдено %: C 48,52; 48,71; Sn 39,90; 39,90; H 9,04; 9,31  
 $C_{24}H_{54}Sn_2O$ . Вычислено %: C 48,36; Sn 39,83; H 9,14

Таким образом, в случае взаимодействия триизобутилалюминия и четыреххлористого олова образуется  $(изо-C_4H_9)_4Sn$  и  $(изо-C_4H_9)_3SnCl$ .

Институт элементоорганических соединений  
Академии наук СССР

Поступило  
7 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> K. Ziegler, H. G. Geilert et al., Angew. Chem., 67, 424 (1955). <sup>2</sup> R. F. Ruthruff, Am. пат. 2247821 (Chem. Abstr., 35, 6269). <sup>3</sup> R. V. Lindsey, Am. пат. 2473434, (Chem. Abstr., 43, 7953). <sup>4</sup> R. Köster, Angew. Chem., 68, 383 (1956). <sup>5</sup> E. Krause, V. N. Nitsche, Ber., 54, 2784 (1921). <sup>6</sup> H. Meerwein, G. Hinz, H. Majeit, H. Söpke, J. Prakt. Chem., 147, 226 (1936). <sup>7</sup> W. J. C. Dyke, W. C. Davies, W. J. Jones, J. Chem. Soc., 1930, 463. <sup>8</sup> C. S. Gibson, J. D. A. Johnson, J. Chem. Soc., 1931, 2518. <sup>9</sup> F. Guichard, Ber., 32, 1572 (1899). <sup>10</sup> А. И. Разумов, О. А. Мухачева, Сим До-Хен, Изв. АН СССР, ОХН, 1952, 899. <sup>11</sup> Н. Н. Мельников, ЖОХ, 16, 2065 (1956). <sup>12</sup> C. S. Marvel, V. L. Coulard, J. Am. Chem. Soc., 44, 153 (1922). <sup>13</sup> H. Gilman, R. E. Brown, J. Am. Chem. Soc., 52, 3314 (1930). <sup>14</sup> L. L. Gershbein, V. N. Ipatieff, J. Am. Chem. Soc., 74, 1541 (1952).

ХИМИЯ

Т. И. ОРЛОВА и Н. И. ГАВРИЛОВ

О НЕКОТОРЫХ ПРОДУКТАХ ЭЛЕКТРОВОССТАНОВЛЕНИЯ  
ГРАМИЦИДИНА С

(Представлено академиком А. Н. Несмеяновым 7 V 1957)

Представление о наличии в грамицидине С дикетопиперазинового цикла, состоящего из пролина и фенилаланина, было получено<sup>(1)</sup> косвенно — по уменьшению аминного азота на 2 аминные группы в гидролизате восстановленного грамицидина С по сравнению с гидролизатом невосстановленного. Мы полагали важным выделить из продуктов восстановления 1,2-триметилен-5-бензил-пиперазин, происходящий из *d*-фенилаланил-*l*-пролилангирида.

Нами был восстановлен 1 г грамицидина С, однако обнаружить искомый пиперазин не удалось. Было выделено основание, оказавшееся *d*-фенилаланинолом ( $\alpha$ -бензил- $\alpha$ -амино-этанол). Н. И. Гаврилов и А. В. Коперина<sup>(2)</sup> наблюдали восстанавливаемость линейных диалкиламидов фенилуксусной кислоты, но продукты реакции ими подробно не были изучены. Пока мы воздерживаемся от трактовки причин образования аминоспирта при электровосстановлении грамицидина С; по-видимому, это является основным направлением реакции, так как фенилаланин исчезает полностью, а из продуктов восстановления обнаружен один *d*-фенилаланинол.

Экспериментальная часть.

Для электровосстановления использовали электрофоретически однородный грамицидин С, дважды перекристаллизованный из спирта и один раз из смеси хлороформ-петролейный эфир.

Электровосстановление грамицидина С. Грамицидин С был восстановлен по методике, описанной ранее<sup>(1)</sup>, при температуре не выше 25°. Катодный раствор после восстановления упарен в вакууме при 30—35°, остаток растворен в небольшом количестве воды и экстрагирован хлористым метиленом для удаления невосстановившегося грамицидина С. Водный раствор упарен в вакууме, остаток — гигроскопичное вещество, т. пл. 200—210° (с разложением). Порциями было восстановлено 1 г грамицидина С. Электрохроматограмма восстановленного грамицидина С проводилась в 30% уксусной кислоте при градиенте потенциала 6,8 см в течение 5 час. При проявлении бензидином и нингидрином обнаружено одно интенсивное, смещенное на 7 см из точки нанесения к катоду пятно и несколько менее интенсивных пятен, смещенных к катоду на 4; 5 и 10 см.

Хроматографическое исследование гидролизата восстановленного грамицидина С. 100 мг восстановленного грамицидина С гидролизовали 10 мл 20% HCl в течение 42 час., гидролизат упарили в вакууме, остаток растворили в 2 мл воды и хроматографировали на ленинградской хроматографической бумаге № 2 в системе растворителей бутанол — вода — уксусная кислота в отношении 4:5:1. В качестве свидетеля использовали гидролизат грамицидина С. Четыре хроматограммы

проявляли бензидином, изатином и 0,4% раствором нингидрина в метаноле при комнатной температуре и при 105°.

а. При проявлении нингидрином при комнатной температуре обнаружены аминокислоты: орнитин ( $R_f = 0,06$ ), пролин ( $R_f = 0,28$ ), валин ( $R_f = 0,47$ ), лейцин ( $R_f = 0,64$ ). Пролин проявился интенсивным желтым пятном. Фенилаланин отсутствует.

б. При проявлении нингидрином при 105° обнаружены аминокислоты: орнитин, пролин, валин, лейцин и еще одно новое вещество с  $R_f = 0,75$ . Фенилаланин отсутствует.

в. При проявлении изатином (3) в исследуемом растворе и в гидролизате грамицидина С пролин проявляется интенсивными голубыми пятнами.

г. При проявлении бензидином (4) обнаружены примерно равные по интенсивности окраски пятна, соответствующие орнитину, пролину, валину, лейцину и пятно с  $R_f = 0,76$ . Фенилаланин отсутствует.

Выделение органического основания из гидролизата восстановленного грамицидина С. 1 г восстановленного грамицидина С гидролизовали 50 мл 20% HCl в течение 42 час. Гидролизат упарили, растворили остаток в небольшом количестве воды, подщелочили и экстрагировали 5 раз перегнанным хлористым метиленом (по 10 мл). Хлористый метилен промыли 3 мл воды, высушили над плавленым KOH и отогнали растворитель в вакууме. Осталось белое кристаллическое вещество со слабым аминным запахом, вес 100 мг. Перекристаллизовано из сухого хлористого метилена с добавлением низкокипящего петролейного эфира. Вес 60 мг, т. пл. 90—91°. Т. пл. *d*-фенилаланинола, по литературным данным, 91,5° (5).

Найдено %: N 9,25  
 $C_9H_{13}NO$ . Вычислено %: N 9,25

Получен кислый оксалат осаждением из спирта эфирным раствором щавелевой кислоты, т. пл. 161—162°. По литературным данным для кислого оксалата *l*-фенилаланинола т. пл. 161—163° (6).

Найдено %: C 54,98; H 6,41; N 6,12  
 $C_{11}H_{15}NO_5$ . Вычислено %: C 54,77; H 6,26; N 5,87

Выделенный *d*-фенилаланинол растворим в спирте, хлороформе, эфире, нерастворим в петролейном эфире, его кислый оксалат нерастворим в спирте, растворим в воде; при обработке йодной кислотой они выделяют аммиак, который был обнаружен реагентом Несслера, что является качественной реакцией на  $\alpha$ -аминоспирты (7). Выделенный *d*-фенилаланинол хроматографически однороден и имеет  $R_f = 0,75$ . На электрохроматограмме в 30% уксусной кислоте при градиенте потенциала 6,8 в/см движется к катоду со скоростью 2 см/час.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова,

Поступило  
4 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 П. Г. Иоанисиани, Н. И. Гаврилов, М. И. Плехан, ЖОХ, 24, 364 (1954).
- 2 Н. И. Гаврилов, А. В. Коперина, ЖОХ, 9, 1395 (1939).
- 3 A. S a i f e r, J. O g r e s k e s, Science, 119, 539 (1954).
- 4 F. Reindel, W. Horre, Ber., 87, 1105 (1954).
- 5 Р. Каггег, K. E h g h a r d t, Helv. Chim. Acta, 34, 2202 (1951).
- 6 Р. Каггег, Р. Portmann, M. Suter, Helv. Chim. Acta, 31, 1617 (1948).
- 7 L. P é n a s s e, M. Yutisz, C. Fromageot, H. Fraenkel-Conrat, Biochim. et Biophys. Acta, 9, 551 (1952).

А. И. РАЗУМОВ и Н. Н. БАНКОВСКАЯ

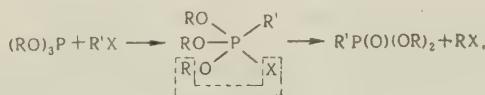
**ПОЛУЧЕНИЕ И НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ПРОДУКТОВ АРБУЗОВСКОЙ ПЕРЕГРУППИРОВКИ**

(Представлено академиком А. Е. Арбузовым 6 V 1957)

Перегруппировка, известная в мировой химической литературе как арбузовская, протекает в две фазы с образованием промежуточного продукта. Общая схема перегруппировки предложена ее автором в следующем виде <sup>(1)</sup>:

В перегруппировку вступают эфиры 3-валентного фосфора с соединениями, имеющими подвижный галоид. В литературе описано около 400 разнообразных примеров такой перегруппировки <sup>(2)</sup>.

Известны, правда, и другие взгляды на механизм перегруппировки — как на реакции ионного <sup>(3)</sup> или радикального типа <sup>(4-6)</sup>.



Возможность ионного или радикального типа протекания указанной реакции в отдельных случаях не исключена, однако экспериментальных доказательств для этого очень мало.

Одним из лучших доказательств двухфазности процесса является выделение промежуточных продуктов и их термическое разложение на галоидное соединение и производное фосфиновых кислот.

Первое доказательство было дано А. Е. Арбузовым, автором этой перегруппировки, термически разложившим йодистый трифенилметилфосфоний, полученный А. Михаэлисом и Кенэ <sup>(7)</sup>, на йодбензол и фениловый эфир метилфосфиновой кислоты.

К настоящему времени выделено в аналитически-чистом состоянии несколько промежуточных продуктов <sup>(8-11)</sup>.

Все идентифицированные промежуточные продукты получены присоединением только к ароматическим эфирам 3-валентного фосфора. Пять из указанных соединений термически разложены в полном соответствии с арбузовской схемой перегруппировки <sup>(1, 10, 11)</sup>.

Относительно промежуточных продуктов, полученных из алифатических эфиров 3-валентного фосфора, существовало мнение, что они не могут быть выделены из-за своей неустойчивости <sup>(1)</sup> и способности к самопроизвольному распаду <sup>(12)</sup>. Правда, В. С. Абрамову с сотрудниками удалось рядом косвенных доказательств показать образование промежуточных продуктов при взаимодействии алифатических эфиров фосфористой кислоты с  $\alpha$ -,  $\beta$ -дигидроксиловыми эфирами и осуществить их дальнейший термический распад в соответствии со схемой А. Е. Арбузова. Однако выделить эти промежуточные продукты в чистом виде не удалось <sup>(13, 14)</sup>.

В самое последнее время появилось интересное сообщение Г. Х. Камая и В. А. Кухтина о получении циклического промежуточного продукта при

взаимодействии алифатического фосфита с  $\alpha$ -,  $\beta$ -непредельным альдегидом. Идентифицировать этот продукт им не удалось (15).

Изучение арбузовской перегруппировки Б. А. Арбузовым с сотрудниками физическими методами также подтверждает двухфазный процесс перегруппировки (16-17).

Авторы настоящей работы полагали, что если промежуточные продукты неустойчивы, то этому тем более способствует нагревание, при котором чаще всего протекает арбузовская перегруппировка между алифатическими фосфитами и галоидными алкилами. Казалось более вероятным надеяться на получение промежуточных продуктов с такими алифатическими производными 3-валентного фосфора, которые способны вступать в перегруппировку без нагревания, т. е. склонность которых к реакции присоединения является более сильной.

Взятые для этой цели эфиры диалкилфосфинистых кислот показали, что они способны вступать в реакции с галоидными алкилами без нагревания. Более того, добавление йодистого метила к этиловому эфиру этилфосфинистой кислоты при комнатной температуре ведет к сильному взрыву с разложением продуктов и выделением паров йода.

При проведении той же реакции при  $-6^\circ$ , реакция проходит спокойно и заканчивается примерно через 30 мин. образованием кристаллического продукта. После промывки кристаллов сухим эфиром, они аналитически чисты, имеют т. пл.  $56-58^\circ$  и отвечают составу йодистого метилдиэтилэтоксифосфония. Выход количественный.

Найдено %: С 30,94; 30,83; Н 6,68; 6,70; Р 11,00; 10,90  
C<sub>7</sub>H<sub>18</sub>OPJ. Вычислено %: С 30,43; Н 7,24 Р 11,23

Взаимодействие йодистого этила с тем же эфиром протекает при комнатной температуре ( $21^\circ$ ) и заканчивается через 22—23 часа образованием кристаллического продукта. После промывки кристаллы были аналитически чисты, имели т. пл.  $79-81^\circ$  и отвечали по составу йодистому триэтилэтоксифосфонию.

Найдено %: С 33,30; 33,22; Н 7,09; 7,10; Р 10,40; 10,22  
C<sub>8</sub>H<sub>20</sub>OPJ. Вычислено %: С 33,10; Н 6,86; Р 10,68

Взаимодействие йодистого *n*-пропила с тем же эфиром заканчивалось при комнатной температуре ( $18^\circ$ ) через 42—44 часа образованием кристаллов с т. пл.  $73-75^\circ$ , аналитически чистых и отвечающих составу йодистого *n*-пропилдиэтилэтоксифосфония.

Найдено %: С 35,60; 35,65; Н 7,24; 7,21; Р 10,54; 10,48  
C<sub>9</sub>H<sub>22</sub>OPJ. Вычислено %: С 35,55; Н 7,23; Р 10,19

Все три продукта хорошо растворяются в полярных растворителях, а также в бензole. Нерастворимы в 4-хлористом углероде.

Для выяснения их устойчивости, все три продукта были помещены в вакуум-эксикаторы над фосфорным ангидридом. Наблюдение показало, что полученные продукты неустойчивы и самопроизвольно разлагаются. Период их жизни неодинаков и зависит от структуры. Первый существует 24—25 дней при комнатной температуре ( $18^\circ$ ), второй — 15 дней ( $21^\circ$ ) и третий — 10 дней ( $18^\circ$ ).

Интересен для кинетики процесса тот факт, что в течение периода их жизни кристаллическая структура продукта на глаз не меняется, а затем быстро в течение суток начинается разжижение, и все кристаллы превращаются в однородную жидкую массу, что нами и считалось концом II фазы перегруппировки. Не исключается, что процесс диссоциации начинается и ранее, но, несомненно, что он протекает в таком случае очень медленно и лишь в самом конце заканчивается быстро.

Вероятно, в ближайшее время нам удастся определить порядок реакции I, и II фаз, который до сих пор остается не совсем ясным. При более вы-

соких температурах скорость как I, так и II фаз реакции значительно увеличивается. Так, проведение реакции в термостате при  $45^{\circ}$  ( $\pm 0,1^{\circ}$ ) показывает, что образование йодистого триэтилэтооксифосфония заканчивается через 20 мин., а полное завершение перегруппировки через 5 час. 45 мин.; при  $55^{\circ}$ , соответственно, через 10 мин. и 2 часа.

После распада фосфониевых соединений образуются, в соответствии с арбузовской перегруппировкой, окиси фосфинов. По-видимому, последние находятся в растворе выделившихся галоидных алкилов. Вскрытие эксикаторов обнаруживает исчезновение или ослабление вакуума и сильный запах галоидного алкила. После удаления последнего при помощи вакуума остаются кристаллические окиси фосфинов. Однако анализ окисей произвести очень затруднительно из-за их исключительно высокой гигроскопичности. Поэтому окиси были идентифицированы в виде их комплексных соединений с хлорным золотом. Так, окись триэтилфосфина, смешанная с хлорным золотом в подкисленном водном растворе, образовала золотисто-желтые кристаллы комплексного соединения с т. пл.  $53-54^{\circ}$ . Литературные данные  $54-56^{\circ}$  (<sup>18</sup>).

Дипольный момент, измеренный для йодистого *n*-пропилдиэтилэтооксифосфония, довольно высок ( $5,03 \text{ D}^*$ ). Подобная же величина получена и для йодистого метил-трифеноксифосфония (<sup>16</sup>). Вероятно, природа связи квазифосфониевых соединений не является чисто ковалентной или ионной.

Казанский химико-технологический  
институт им. С. М. Кирова

Поступило  
3 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. Е. Арбузов, О строении фосфористой кислоты и ее производных, Диссертация, 1905. <sup>2</sup> Б. А. Арбузов, Реакции и методы исследования органических соединений, 3, М., 1954. <sup>3</sup> B. Smith, A. B. Vierge, J. Am. Chem. Soc., 75, 5891 (1953). <sup>4</sup> P. Rumpf, V. Chavane, C. R., 224, 919 (1947). <sup>5</sup> V. Chavane, Bull. Soc. Chim., 27, 774 (1948). <sup>6</sup> P. Rumpf, Bull. Soc. Chim., 128 C (1951). <sup>7</sup> A. Michaelis, R. Kaehne, Ber., 31, 1048 (1898). <sup>8</sup> A. Michaelis, W. La-Coste, Ber., 18, 2109 (1885). <sup>9</sup> А. Е. Арбузов, Г. Х. Камай, Л. В. Нестеров, Тр. Казанск. хим-техн. инст., 16, 17 (1952). <sup>10</sup> А. Е. Арбузов, Л. В. Нестеров, Изв. АН СССР, ОХН, 1954, 431. <sup>11</sup> К. А. Петров, Г. А. Сокольский, ЖОХ, 26, 3379 (1956). <sup>12</sup> G. Kosolapoff, Organophosphorus Compounds, 1950. <sup>13</sup> В. С. Абрамов, Г. Карп, ДАН, 91, 1095 (1953). <sup>14</sup> В. С. Абрамов и др., ЖОХ, 24, 1823 (1954); 26, 163 (1956); 26, 2014 (1956). <sup>15</sup> Г. Х. Камай, В. А. Кутухин, ДАН, 112, 868 (1957). <sup>16</sup> Б. А. Арбузов, А. В. Фуженкова, В. С. Виноградова, Т. Г. Толкачева, Химия и применение фосфорорганических соединений, М., 1957. <sup>17</sup> Б. А. Арбузов, А. В. Фуженкова, М. К. Сайкина, В. М. Зароастрова, Тез. докл. на совещ. Вопросы структуры органических соединений, Казань, 1957. <sup>18</sup> R. H. Rickard, J. Keupon, J. Chim. Soc., 89, 262 (1906).

\* Измерения сделаны Т. Г. Толкачевой (лаборатория акад. Б. А. Арбузова), за что авторы приносят ей свою благодарность.

И. Б. РАПОПОРТ, Р. М. ФЛИД и К. ЛИС

О РЕАКЦИИ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ И ЦИКЛИЗАЦИИ ИЗОБУТИЛЕНА

(Представлено академиком Б. А. Казанским 4 V 1957)

Полимеризация олефинов с различным числом углеродных атомов про- текает при невысоких температурах, атмосферном и повышенном давлениях в присутствии различных катализаторов (1, 2), обладающих кислотными свойствами.

Термодинамические данные по полимеризации изобутилена показывают, что при 100—200° эта реакция протекает с большой глубиной.

Таблица 1

Значение  $K_p$  для реакции  $2 i\text{-C}_4\text{H}_8 \rightleftharpoons \text{C}_6\text{H}_4(\text{CH}_3)_2 + 3\text{H}_2$   
при  $P=1$  атм

	При 400° К	При 500° К	При 600° К	При 700° К
<i>o</i> -Ксиол	$1,23 \cdot 10^2$	$3,47 \cdot 10^3$	$3,32 \cdot 10^4$	$1,78 \cdot 10^5$
<i>m</i> -Ксиол	$4,37 \cdot 10^2$	$9,1 \cdot 10^3$	$7,75 \cdot 10^4$	$3,8 \cdot 10^5$
<i>n</i> -Ксиол	$1,8 \cdot 10^2$	$4,03 \cdot 10^2$	$3,47 \cdot 10^4$	$1,66 \cdot 10^5$
$K_{\text{см}}$	$7,4 \cdot 10^2$	$16,1 \cdot 10^3$	$14,44 \cdot 10^4$	$7,24 \cdot 10^5$

одинаковы. Б. А. Казанский и М. И. Розенгарт (4) изучали полимеризацию бутиленов на алюмосиликатном катализаторе и показали, что основными продуктами являются димеры и тримеры. По данным этих авторов, скорость полимеризации изобутилена значительно выше, чем бутилена. Изобутилен при 200° превращается с выходом около 60,0% в полимеры. Полимеризация бутиленов на алюмосиликатных катализаторах сопровождается изомеризацией с образованием различных изомерных октенов. Г. Н. Маслянский с сотрудниками (4a) показали, что над алюмосиликатным катализатором бутилен при 370° образует олефиновые, а при 450—500° — ароматические углеводороды. А. В. Топчиев и Б. М. Тумерман (5) изучали полимеризацию изобутилена над этилэфиратом фтористого бора, нанесенного на активированный уголь при температурах от 5 до 130° с образованием, в основном, тримеров. По данным Я. М. Паушкина с сотрудниками (6), в присутствии фтористого бора изобутилен полимеризуется с образованием высших полимеров. В продуктах каталитической полимеризации изобутилена над различными катализаторами установлено наличие ди-, три-, тетра- и пентамеров.

Приведенный краткий литературный обзор показывает, что полимеризация изобутилена легко протекает над различными катализаторами при 20—200° с образованием ди-, три-, тетра- и пентамеров.

Термодинамические расчеты показывают, что для изобутилена возможна не только реакция полимеризации, но также реакция ароматизации (см. табл. 1).

Произведенный нами термодинамический анализ как брутто-реакции, так и отдельных ее стадий, приводит к следующим основным выводам:

Повышение температуры приводит к снижению активности катализатора вследствие отравления его смолистыми продуктами.

Х. Ватерман с сотрудниками (3) изучали полимеризацию изобутилена на алюмосиликатных катализаторах и показали, что продукты полимеризации, полученные на синтетических и природных алюмосиликатах, по составу

Х. Ватерман с сотрудниками (3) изучали полимеризацию изобутилена на алюмосиликатных катализаторах и показали, что продукты полимеризации, полученные на синтетических и природных алюмосиликатах, по составу

Х. Ватерман с сотрудниками (3) изучали полимеризацию изобутилена на алюмосиликатных катализаторах и показали, что продукты полимеризации, полученные на синтетических и природных алюмосиликатах, по составу

Х. Ватерман с сотрудниками (3) изучали полимеризацию изобутилена на алюмосиликатных катализаторах и показали, что продукты полимеризации, полученные на синтетических и природных алюмосиликатах, по составу

Х. Ватерман с сотрудниками (3) изучали полимеризацию изобутилена на алюмосиликатных катализаторах и показали, что продукты полимеризации, полученные на синтетических и природных алюмосиликатах, по составу

Х. Ватерман с сотрудниками (3) изучали полимеризацию изобутилена на алюмосиликатных катализаторах и показали, что продукты полимеризации, полученные на синтетических и природных алюмосиликатах, по составу

Х. Ватерман с сотрудниками (3) изучали полимеризацию изобутилена на алюмосиликатных катализаторах и показали, что продукты полимеризации, полученные на синтетических и природных алюмосиликатах, по составу

1. Брутто-реакция  $2C_4H_8 \rightleftharpoons 3H_2 + C_6H_4(CH_3)_2$  (*o*-, *m*-, *n*-) (табл. 1) возможна (при  $P=1$  атм) с практически полной конверсией изобутилена уже при низких температурах ( $120-130^\circ$ ) с преимущественным образованием *m*-ксилола.

Равновесие стадии циклизации изооктена в изомерные (цис- и транс-, *o*-, *m*-, *n*-) диметилциклогексаны практически смешено вправо независимо от температуры.

2. Степень димеризации изобутилена с повышением температуры понижается. С повышением давления реакция несколько смещается вправо.

3. Равновесный выход смеси ксилолов при дегидрировании изомерных (цис- и транс-, *o*-, *m*-, *n*-) диметилциклогексанов возрастает с повышением температуры. Практически полная конверсия может быть достигнута при  $T=600^\circ K$  (при  $P=1$  атм).

Возможность образования смеси ксилолов из изобутилена будет определяться условиями осуществления последней стадии процесса — стадии дегидрирования.

Повышение давления вызывает необходимость повышения температуры процесса.

Соотношение *o*-, *m*-, *n*-ксилолов выражается, соответственно: при  $600^\circ K$   $1:1,25:0,80$ , при  $700^\circ K$   $1:1,1:0,88$ .

При использовании окисных катализаторов температура процесса (даже при  $P=1$  атм) должна быть выше, что связано с условиями десорбции водорода.

Весьма желательным является проведение процесса при повышенных давлениях, так как при этом: а) облегчается стадия димеризации изобутилена; б) обеспечиваются более длительные циклы ароматизации.

На основании литературного материала и приведенных выше расчетных данных следует ожидать возможности осуществления реакции ароматизации, протекающей над катализаторами ароматизации. Известно, что последние состоят из окиси хрома или окиси молибдена, высаженных на активной окиси алюминия.

Изучению реакции полимеризации и ароматизации над катализатором  $MoO_3-Al_2O_3$  и посвящено настоящее сообщение.

### Экспериментальная часть

Изобутилен для процесса полимеризации и ароматизации получался путем пропускания изобутилового спирта над активной окисью алюминия при  $350^\circ$ . Получаемый при этом изобутилен содержал собственно изобутилен 97—99%.

Катализатором для процесса служила  $MoO_3$ , нанесенная на  $Al_2O_3$ .

Опыты проводились в проточной системе.

Как видно из данных, приведенных в табл. 2, с повышением температуры от  $120$  до  $385^\circ$  уменьшаются выходы жидких продуктов. При  $300^\circ$  в остаточном газе уже появляется водород. Коэффициент лучепреломления жидких продуктов возрастает. Дальнейшее повышение температуры до  $450^\circ$  практически не меняет выхода жидких продуктов, но коэффициент лучепреломления последних возрастает; увеличивается содержание водорода в остаточном газе.

Приведенные в табл. 3 данные по анализу жидких продуктов в сопоставлении с данными, приведенными в табл. 2, позволяют предполагать, что до  $200^\circ$  изобутилен над смешанным катализатором  $MoO_3/Al_2O_3$  подвергается полимеризации с образованием ди- и три-изобутилена.

Уже в опытах, проведенных при низких температурах во фракции, кипящей выше  $170^\circ$ , наблюдается повышение коэффициента лучепреломления. С повышением температуры опыта коэффициент преломления повышается. В опытах, проведенных при  $300$  и  $400^\circ$ , фракции, кипящие соответственно выше  $170$  и  $132^\circ$ , имеют высокие коэффициенты преломления.

Спектральный анализ фракции, кипящей при 132—148°, полученной в опыте при 400°, показал наличие около 10% олефинов и 90% ароматических углеводородов, в том числе около: 25% *n*-ксилола, 35% *m*-ксилола и 30% *o*-ксилола.

Таблица 2

Влияние температуры на выход и состав продуктов полимеризации (объемная скорость 100,  $P$  атм)

Температура, °C	Прореагировано изобутилена, %	Выход жидких продуктов, мл/м³	Показатель лучепреломления, $n_D^{20}$	Продукты конденсации на катализаторе, г	Состав отходящего газа, об. %				
					$CO_2$	CO	$H_2$	$CnH_{2n}$	$CnH_{2n+2}$
120	91,0	2740,0	1,4281	2,17	1,14	0,36	—	98,5	—
200	72,4	1950,0	1,4258	2,50	1,10	0,40	—	98,5	—
300	26,7	530,0	1,4348	1,23	1,20	0,30	1,1	97,4	—
350	18,6	197,0	1,4415	1,60	1,06	0,10	3,0	93,5	2,4
385	21,0	35,7	1,4880	2,10	1,20	0,20	8,0	89,0	1,6
400	22,2	37,7	1,4991	2,00	1,55	0,10	11,0	84,55	2,7
425	23,7	40,0	1,5120	—	1,55	0,10	14,4	81,75	2,2
450	21,5	36,0	1,5220	2,50	1,55	0,10	21,5	70,05	6,8

Таблица 3

Выходы и характеристика фракций, полученных при пропуске изобутилена над катализатором при различной температуре

Пределы кипения фракций, °C	Продукт, полученный при 120°				Продукт, полученный при 200°			
	выход, вес. %	$n_D^{20}$	$\rho_{20}^{20}$	бронное число	выход, вес. %	$n_D^{20}$	$\rho_{20}^{20}$	бронное число
42—102	—	—	—	—	—	—	—	—
72—102	9,25	1,4128	—	—	12,1	1,4118	—	—
102—109	31,20	1,4158	0,7253	124,1	42,2	1,4181	0,7289	134,9
109—115	1,85	1,4182	—	—	12,0	1,4211	—	120,7
115—120	4,85	1,4198	—	—	6,6	1,4262	—	—
120—132	0,55	1,4330	—	—	>120—22,8	1,4410	—	96,9
132—170	48,50	1,4343	0,7682	63,25	—	—	—	—
> 170	3,00	—	—	—	—	—	—	—
Потери	0,80	—	—	—	2,3	—	—	—
Пределы кипения фракций, °C	Продукт, полученный при 300°				Продукт, полученный при 400°			
	выход, вес. %	$n_D^{20}$	$\rho_{20}^{20}$	бронное число	выход, вес. %	$n_D^{20}$	$\rho_{20}^{20}$	бронное число
42—102	8,9	1,4080	—	162,0	69—132°	1,4325	—	—
72—102	—	—	—	—	19,0	—	—	—
102—109	26,8	1,4168	0,7309	151,7	132—148°	1,4858	—	39,2
109—115	29,1	1,4208	0,7357	148,0	17,3	—	—	—
115—120	7,8	1,4241	—	155,5	148—170°	—	—	—
120—132	3,4	1,4314	—	—	19,95	—	—	—
132—170	5,9	—	—	—	>170°—48,6	1,5461	—	—
> 170	—8,2	1,4757	—	108,2	—	—	—	—
выше 200°	7,2	1,5350	—	62,55	—	—	—	—
Потери	2,7	—	—	—	1,5	—	—	—

Уменьшение или увеличение объемной скорости в пределах 50—200, в опытах, проведенных при 400°, сказывается на уменьшении выходов продуктов; в большей степени увеличение объемной скорости сказывается на уменьшении коэффициента лучепреломления. Так, например, продукт,

полученный при  $400^\circ$  и объемной скорости 50, имеет  $n_D^{20} = 1,4976$ , при объемной скорости 100  $n_D^{20} = 1,4991$ , а при 200, соответственно, 1,4770.

В процессе проведения опытов над  $\text{MoO}_3 - \text{Al}_2\text{O}_3$ -катализатором наблюдалось снижение активности катализатора во времени в особенности при температурах  $300$  и  $400^\circ$ . Без значительного снижения активности при этих температурах катализатор работает в течение 120—180 мин., после чего активность его начинает снижаться. Регенерация катализатора может быть осуществлена в случае выгрузки его из реакционной трубы, прокаливанием в муфели при  $450$ — $500^\circ$  в течение 120—180 мин. в атмосфере воздуха или в струе инертного газа с добавкой к последнему воздуха так, чтобы содержание кислорода в газе было около 5% при тех же температурах.

Таблица 4

Влияние регенерации катализатора на его активность (количество катализатора 60 мл,  $t = 400^\circ$ , объемная скорость 100, длительность рабочего цикла 120 мин.)

Наименование регенераций	Выход жидких продуктов		Показатель лучшего плавления	Продукт конденсации на катализаторе, г	Состав отходящего газа, об. %				
	мл/м <sup>3</sup>	г/м <sup>3</sup>			CO <sub>2</sub>	CO	H <sub>2</sub>	C <sub>n</sub> H <sub>2n</sub>	C <sub>n</sub> H <sub>2n+2</sub>
Свежий катализатор	37,7		1,4991	1,95	1,55	0,40	10,95	84,7	2,7
После I регенерации	62,5	50,3	1,4920	1,80	1,10	0,40	12,00	83,8	2,7
» II »	66,0	52,3	1,4921	1,90	1,20	0,50	16,30	79,20	2,8
» III »	53,0	40,0	1,4976	1,70	—	—	—	—	—
» IV »	66,0	—	1,4905	1,90	0,70	—	16,10	80,40	2,80
» V »	—	—	1,4885	1,70	1,00	—	16,80	79,20	3,0
» VI »	57,5	43,3	1,4857	1,60	—	—	—	—	—
» VII »	61,0	51,60	1,4860	1,80	0,90	0,40	15,70	80,70	2,6
» VIII »	70,0	54,6	1,4848	1,60	—	—	—	—	—
» IX »	72,7	55,6	1,4840	1,80	1,10	0,20	13,40	82,40	2,90

С целью подтверждения неизменной активности катализатора при регенерации на одной и той же порции катализатора было проведено свыше 10 циклов ароматизации изобутилена и последующей его регенерации.

Как видно из данных, приведенных в табл. 4, активность катализатора после регенерации не меняется.

Процесс на регенерированном катализаторе протекает вполне стабильно.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Впервые показана возможность полимеризации с последующей ароматизацией изобутилена над молибденово-алюминиевым катализатором.

2. При температурах до  $200^\circ$  над молибденово-алюминиевым катализатором протекает реакция полимеризации с образованием ди-, три- и более высоких полимеров. По мере повышения температуры направление реакции меняется, и в катализаторе появляются ароматические углеводороды.

3. Во фракции, кипящей при  $132$ — $148^\circ$ , полученной при пропускании изобутилена над молибденово-алюминиевым катализатором при  $400^\circ$ , установлено до 60% пара- и мета-ксилола, или около 6 г на 1 м<sup>3</sup> газа.

Московский институт тонкой химической технологии  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
3 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. Н. И п а т ь е в, Каталитические реакции при высоких температурах и давлениях, Изд. АН СССР, 1936. <sup>2</sup> Я. М. Паушкин, Каталитическая полимеризация олефинов в моторное топливо, Изд. АН СССР, 1955. <sup>3</sup> Н. Watermann, J. Leenders, Rec. trav. chim. des Pays Bas, 53, 1151 (1934). <sup>4</sup> Б. А. Казанский, М. И. Розенгардт, Изв. АН СССР, ОХН, 1941, 115; ЖХХ, 12, 246 (1942); 13, 304 (1943). <sup>5</sup> Г. Н. Маслянский с сотр., ЖХХ, 16, 12, 2132 (1946). <sup>6</sup> А. В. Топчиев, Б. М. Тумерман, Нефт. хоз., 11, 454 (1946). <sup>7</sup> Я. М. Паушкин, Л. И. Щербаков, ДАН, 90, 795 (1953); Я. М. Паушкин, Г. Н. Кислик, ДАН, 90, 557 (1953).

Академик А. В. ТОПЧИЕВ, Н. С. НАМЕТКИН и Ф. Ф. МАЧУС

НЕКОТОРЫЕ КРЕМНИЙУГЛЕВОДОРОДЫ РЯДА ДИСИЛАНМЕТАНА  
И ДИСИЛАНЭТАНА

В ряде предыдущих сообщений нами были описаны кремнийуглеводороды ряда дисиланметана и дисиланэтана, полученные при взаимодействии магнийорганических соединений с гексахлор-, пентахлор-, тетрахлорпроизводными дисиланметана и с гексахлордисиланэтаном (1-6). Была показана также возможность реакции присоединения пентахлор- и тетрахлордисиланметана к непредельным углеводородам, приводящая к образованию алкил- и диалкилхлорпроизводных дисиланметана (7).

В настоящем сообщении описываются кремнийуглеводороды ряда дисиланметана с разными органическими радикалами, полученные при взаимодействии литийорганических соединений с описанными нами ранее (7) алкил- и диалкилхлорпроизводными дисиланметана, а также гексаоктилпроизводные дисиланметана и дисиланэтана, полученные при взаимодействии магнийорганических соединений с гексахлордисиланметаном и гексахлордисиланэтаном.

В табл. 1 приведены свойства полученных кремнийуглеводородов.

Экспериментальная часть

1. Получение гексилтетраэтилдисиланметана. К магнийброметилу, приготовленному из 33 г бромистого этила, 7,3 г магния в 100 мл эфира, прибавлялось 7,3 г гексилтетрахлордисиланметана. Реакционная смесь нагревалась 2 часа на водяной бане и после отгонки эфира 2 часа на масляной бане при 125°. Получено 3,7 г (выход 55%) гексилтетраэтилдисиланметана. Т. кип. 125—130°/2мм.

Найдено %: С 66,04; 66,03; Н 13,28; 13,38  
 $C_{15}H_{36}Si_2$ . Вычислено %: С 66,09 Н 13,31

2. Получение гексилпентабутилдисиланметана. К литийбутилу, приготовленному из 14 г лития и 140 г бромистого бутила в 400 мл эфира, приливалось 35 г гексилпентахлордисиланметана. Реакционная смесь нагревалась 10 час. на водяной бане. После перегонки над металлическим натрием, получено 30 г (выход 68%) гексилпентабутилдисиланметана. Т. кип. 179—181°/2 мм.

Найдено %: С 73,85; 78,66; Н 13,63; 13,68  
 $C_{27}H_{60}Si_2$ . Вычислено %: С 73,55 Н 13,72

3. Получение гептилпентабутилдисиланметана. К литийбутилу, приготовленному из 14 г лития и 140 г бромистого бутила в 400 мл эфира, приливалось 33 г гептилпентахлордисиланметана. Реакционная смесь нагревалась на водяной бане 10 час. После перегонки над метал-

лическим натрием, получено 28 г (выход 64%) гептилпентабутилдисиленметана. Т. кип. 185—188°/2 мм.

Найдено %: C 73,87; 73,96; H 13,58; 13,53  
 $C_{28}H_{62}Si_2$ . Вычислено %: C 73,92; H 13,74

4. Получение дигексилтетрабутилдисиленметана. К литийбутилу, приготовленному из 3 г лития и 28 г бромистого бутила в 100 мл эфира, приливалось 7 г дигексилтетрахлордисиленметана.

Таблица 1

Некоторые кремнийуглеводороды дисиленметана и дисиленэтана

№ п.п.	Соединение	Формула	Т. кип. °C/mm рт. ст.	$d_4^{20}$	$n_D^{20}$	$MR_D$	
						найд.	выч.
1	Гексилтетраэтилдисиленметан	$\begin{array}{c} C_2H_5 \quad C_2H_5 \\   \quad   \\ C_6H_{13}SiCH_2Si-H \\   \quad   \\ C_2H_5 \quad C_2H_5 \end{array}$	125—130/2	0,8344	1,4605	92,09	92,40
2	Гексилпентабутилдисиленметан	$\begin{array}{c} C_4H_9 \quad C_4H_9 \\   \quad   \\ C_6H_{13}-SiCH_2Si-C_4H_9 \\   \quad   \\ C_4H_9 \quad C_4H_9 \end{array}$	179—181/2	0,8334	1,4641	146,02	146,40
3	Гептилпентабутилдисиленметан	$\begin{array}{c} C_4H_9 \quad C_4H_9 \\   \quad   \\ C_7H_{15}SiCH_2SiC_4H_9 \\   \quad   \\ C_4H_9 \quad C_4H_9 \end{array}$	185—188/2	0,8391	1,4646	149,67	151,03
4	Дигексилтетрабутилдисиленметан	$\begin{array}{c} C_4H_9 \quad C_4H_9 \\   \quad   \\ C_6H_{13}Si-CH_2Si-C_6H_{13} \\   \quad   \\ C_4H_9 \quad C_4H_9 \end{array}$	199—203/2	0,8354	1,4664	155,21	155,66
5	Дигептилтетрабутилдисиленметан	$\begin{array}{c} C_4H_9 \quad C_4H_9 \\   \quad   \\ C_7H_{15}SiCH_2Si-C_7H_{15} \\   \quad   \\ C_4H_9 \quad C_4H_9 \end{array}$	121—125/2	0,8396	1,4673	164,28	164,92
6	Гексаоктилдисиленметан	$\begin{array}{c} C_8H_{17} \quad C_8H_{17} \\   \quad   \\ C_8H_{17}SiCH_2SiC_8H_{17} \\   \quad   \\ C_8H_{17} \quad C_8H_{17} \end{array}$	285—286/3	0,8408	1,4698	248,52	248,26
7	Гексаоктилдисиленэтан	$\begin{array}{c} C_8H_{17} \quad C_8H_{17} \\   \quad   \\ C_8H_{17}-Si-C_2H_4Si-C_8H_{17} \\   \quad   \\ C_8H_{17} \quad C_8H_{17} \end{array}$	299—301/3	0,8426	1,4703	252,87	252,89

Реакционная смесь нагревалась 12 час. на водяной бане. После перегонки над металлическим натрием получено 4,7 г (выход 53%) дигексилтетрабутилдисиленметана. Т. кип. 199—203°/2 мм.

Найдено %: C 74,21; 74,23; H 14,04; 13,98  
 $C_{29}H_{64}Si_2$ . Вычислено %: C 74,27; H 13,76

5. Получение дигептилтетрабутилдисиланметана. К литийбутилу, приготовленному из 3 г лития и 28 г бромистого бутила в 100 мл эфира, приливалось 8 г дигептилтетрахлордисиланметана. Реакционная смесь нагревалась 12 час. на водяной бане. После перегонки над металлическим натрием получено 5,4 г (выход 56%) дигептилтетрабутилдисиланметана. Т. кип. 121—125°/2 мм.

Найдено %: С 75,68; 75,69; Н 14,09; 14,16  
 $C_{31}H_{68}Si_2$ . Вычислено %: С 74,92; Н 13,79

6. Получение гексаоктилдисиланметана. Смесь из 290 г *n*-бромистого октила и 35,5 г гексахлордисиланметана в 150 мл эфира добавлялась к 36 г магния и 150 мл эфира. Реакционная смесь нагревалась на водяной бане 3 часа и затем после отгонки эфира 3 часа на масляной бане при 150—160°. Получено 40 г (выход 40,4%) гексаоктилдисиланметана. Т. кип. 285—286°/3 мм.

Найдено %: С 78,56; 78,36; Н 14,01; 13,98  
 $C_{49}H_{104}Si_2$ . Вычислено %: С 78,52; Н 13,98

7. Получение гексаоктилдисиланэтана. Смесь из 290 г *n*-бромистого октила, 36 г гексахлордисиланэтана и 150 мл эфира добавлялась к 36 г магния и 150 мл эфира. Реакционная смесь нагревалась на водяной бане 3 часа и затем после отгонки эфира еще 3 часа на масляной бане при 150—160°. Получено 43 г (выход 44,3%) гексаоктилдисиланэтана. Т. кип. 299—301°/3 м.

Найдено %: С 78,63; 78,72; Н 14,05; 13,95  
 $C_{50}H_{106}Si_2$ . Вычислено %: С 78,65; Н 13,99

Поступило  
30 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. В. Топчиев, Н. С. Наметкин, А. А. Щербакова, ДАН, 86, 559 (1952).
- <sup>2</sup> Н. С. Наметкин, А. В. Топчиев, Ф. Ф. Мачус, ДАН, 96, 1003 (1954).
- <sup>3</sup> А. В. Топчиев, Н. С. Наметкин, Л. С. Поваров, ДАН, 97, 99 (1954).
- <sup>4</sup> Н. С. Наметкин, А. В. Топчиев, Л. С. Поваров, ДАН, 99, 403 (1954).
- <sup>5</sup> А. В. Топчиев, Н. С. Наметкин, В. И. Зеткин, ДАН, 99, 551 (1954).
- <sup>6</sup> Н. С. Наметкин, А. В. Топчиев, Л. С. Поваров, ДАН, 103, 435 (1955).
- <sup>7</sup> Н. С. Наметкин, А. В. Топчиев, О. П. Соловова, ДАН, 93, 285 (1953).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

М. Г. КАГАНЕР

МЕТОД РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УДЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ  
ПО АДСОРБЦИИ ГАЗОВ В МОНОМОЛЕКУЛЯРНОЙ ОБЛАСТИ

(Представлено академиком М. М. Дубининым 4 VI 1957)

Существует несколько методов определения удельной поверхности адсорбентов. Наиболее распространеными являются методы, основанные на адсорбции газов. К ним относятся методы Брунауэра, Эмметта и Теллера (Б.Э.Т.), Гаркинса и Юра (Г.Ю.) и Грэгга. Последний способ применяется редко; недавно было показано<sup>(1)</sup>, что он не является независимым, а связан с уравнением Б.Э.Т. Методы Б.Э.Т. и Г.Ю. основаны на измерении полимолекулярной адсорбции. Поэтому они дают ненадежные значения поверхности для тонкопористых адсорбентов, в частности многих активных углей.

Новый, независимый от существующих метод может быть основан на измерениях в области мономолекулярной адсорбции. Нами была измерена адсорбция азота при 77,4° К и  $p/p_s$  от  $1 \cdot 10^{-5}$  до  $0,5$  образцами силикагеля и окиси алюминия. Измерения выполнены объемным методом. При давлениях ниже  $1 \cdot 10^{-3}$  мм рт. ст. равновесие достигалось через 15—25 час. При определении давления вносились поправка на термомолекулярный эффект<sup>(2)</sup>. Изотермы адсорбции приведены на рис. 1.

При малых величинах степени покрытия поверхности  $\Theta$  большое влияние на форму изотермы оказывает неоднородность поверхности. Наиболее активные места покрываются обычно при низких значениях  $p/p_s$ . При  $\Theta$  порядка нескольких десятых долей непокрытыми остаются относительно однородные участки поверхности, что характеризуется приблизительным постоянством теплоты адсорбции [см., например, (3)]. Можно предположить, что измерения на этом участке мономолекулярной адсорбции ( $\Theta > 0,2—0,3$ ) пригодны для определения поверхности.

В указанной области  $\Theta$  полученные нами данные лучше всего описываются уравнением М. М. Дубинина и Л. В. Радушкевича<sup>(4)</sup>:

$$a = \frac{w_0}{v} \exp \left[ -B \frac{T^2}{\beta^2} \left( \lg \frac{p_0}{p} \right)^2 \right], \quad (1)$$

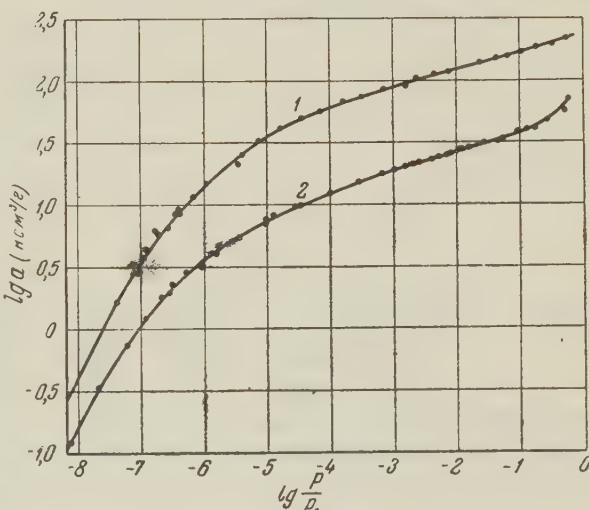


Рис. 1. Изотермы адсорбции азота при 77,4° К и давлениях от  $1 \cdot 10^{-5}$  до  $4 \cdot 10^{-2}$  мм рт. ст. 1 — силикагель, 2 — окись алюминия

где  $w_0$  и  $B$  — константы, характерные для адсорбента,  $v$  — удельный объем жидкости, пары которой адсорбируются, и  $\beta$  — коэффициент аффинности характеристических кривых.

Уравнение может быть написано также в следующем виде.

$$\lg a = C - D \left( \lg \frac{p_0}{p} \right)^2 = C - D \left( \lg \frac{p}{p_s} \right)^2, \quad (2)$$

где  $C = \lg (w_0/v)$  и  $D = 0,43BT^2/\beta^2$ . М. М. Дубинин, Е. Д. Заверина и Л. В. Радушкевич установили (5, 6), что в случае адсорбции бензола на активных углях линейная зависимость  $\lg a$  от  $\left( \lg \frac{p}{p_s} \right)^2$  соблюдается при  $p/p_s$  от  $10^{-5}$  —  $10^{-4}$  до  $0,01$  —  $0,5$ .

Изучение приведенных на рис. 1, а также других опубликованных опытных данных по адсорбции при малых  $\Theta$  привело нас к выводу, что в определенной области уравнению (2) подчиняются все адсорбенты, причем отклонение точек от прямой линии при высоких значениях  $p/p_s$  тем больше, чем более крупнопористым является адсорбент, т. е. чем больше  $n$  (среднее чис-

Таблица 1

Удельная поверхность адсорбентов, определенная различными методами

№ п.п.	Образец	S, м <sup>2</sup> /г			D	Источ- ник
		по Б.Э.Г.	по Г.Ю.	по мономол.- адсорбции		
1	Кокосовый уголь	1550	—	1410	0,0172	(7)
2	Силикагель	674	—	644	0,0247	автор
3	Силикагель К	440	430	422	0,0401	(8)
4	Алюмосиликагель	240	240	249	0,0463	(9)
5	Окись алюминия	155	158	146	0,0281	автор
6	Сажа графон	80,4	88,7	83,1	0,0160	(10)
7	Коктяной уголь	28,9	26,4	28,3	0,0297	(7)
8	Сернокислый ба- рий	9,7	9,65	9,6	0,0169	(11)

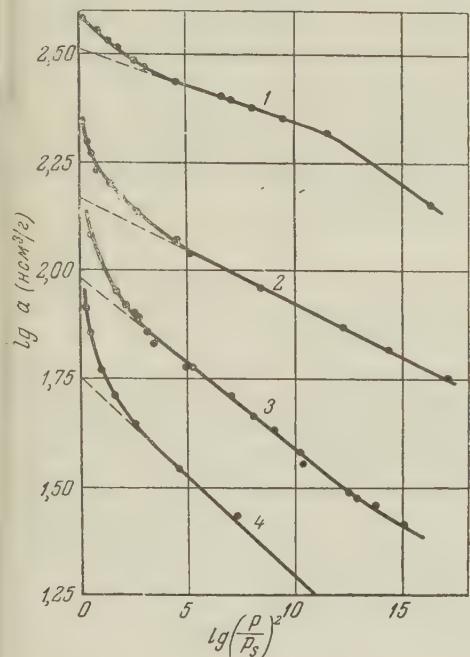
ло слоев, которое может адсорбироваться на стенках пор). В случае тонкопористых активных углей с  $n \approx 1$  величина  $w_0/v$  равна объему газа, адсорбированного в мономолекулярном слое,  $a_m$ . В этом случае опытные точки ложатся в координатах уравнения (2) на прямую, пересекающую ось ординат в точке  $K$  с ординатой  $C = \lg a_m$ .

На основании изложенного может быть высказано предположение, что для любого адсорбента экстраполирование прямолинейного участка изотермы в указанных координатах к оси ординат ( $p/p_s = 1$ ) приводит к значению  $a_m$ . Это соответствует предположению, что уравнение (2) описывает адсорбцию первого слоя молекул, а отклонения при высоких  $p/p_s$  вызываются адсорбцией во втором и последующих слоях.

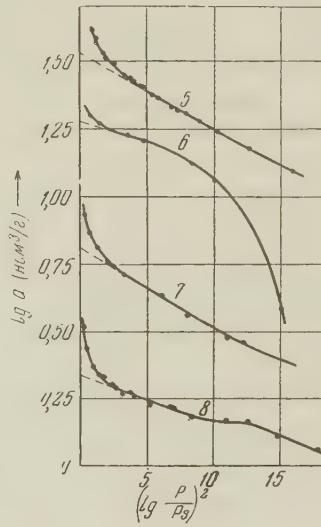
Сделанное предположение полностью подтвердилось нашими опытными данными и данными других исследователей по адсорбции азота при низких давлениях. На рис. 2 приведены изотермы адсорбции азота при 77—78° К на восьми различных адсорбентах, имеющих поверхность от 10 до 1500 м<sup>2</sup>/г. Все изотермы имеют прямолинейный участок в координатах уравнения (2) при значениях  $p/p_s$  от  $10^{-4}$  —  $10^{-3}$  до  $0,01$  —  $0,02$ , т. е. при  $\Theta$  от 0,3—0,5 до 0,75—0,9. Следовательно, можно считать, что заметное заполнение вто-

рого и последующих слоев начинается при заполнении первого слоя на 75—90%.

Сравнение значений удельной поверхности, полученных различными методами, дано в табл. 1. Исследователи, производившие измерения для кокосового угля (7), определили его поверхность из уравнения Лэнгмюра, так как метод Б.Э.Т. оказался неприменимым. Полученное ими значение равно  $1744 \text{ м}^2/\text{г}$ . Более правильные результаты дает метод (12),



а



б

Рис. 2. Изотермы адсорбции азота при 77—78° К в координатах уравнения М. М. Дубинина и Л. В. Радушкевича. Цифры на кривых соответствуют номерам образцов в табл. 1: а — образцы 1—4, б — образцы 5—8

основанный на использовании полного уравнения Б.Э.Т. и связанный с довольно сложными расчетами. Определение по этому методу дало значения  $n = 1,20$ ,  $C = 187$  и  $a_m = 356 \text{ нсм}^3/\text{г}$ , т. е.  $S = 1550 \text{ м}^2/\text{г}$ . В остальных случаях значения  $S$  определены обычным путем и взяты из соответствующих работ без изменений.

Как видно из табл. 1, расхождения между величинами, полученными методом Б.Э.Т. и предлагаемым способом, составляют в среднем  $\pm 4\%$ , достигая 9% для кокосового угля, имеющего очень тонкие поры. Преимуществом предлагаемого метода является возможность надежного определения поверхности любых адсорбентов, включая и тонкопористые активные угли. Кроме того, метод, основанный на измерении адсорбции при низких давлениях, удобен для определения малых величин поверхности непористых веществ. Для определения поверхности достаточно измерить адсорбцию в 2—3 точках при  $p/p_s = 10^{-4} — 10^{-2}$  ( $p = 0,1 — 10 \text{ мм. рт. ст.}$  для азота при 77,4° К).

Уравнение (2) принимает следующий вид.

$$\lg \frac{a}{a_m} = - D \left( \lg \frac{p}{p_s} \right)^2. \quad (3)$$

Представление изотерм для различных адсорбентов в абсолютных координатах сводится к эквидистантному смещению изотерм до совпадения точек  $K$  с точкой, соответствующей объему мономолекулярного слоя, адсорбированного единицей поверхности ( $10,2 \mu\text{моль}/\text{м}^2$  для азота при 77,4° К).

Как следует из табл. 1 (значения  $D$ ) и из рис. 2, абсолютные изотермы адсорбции азота на различных адсорбентах в мономолекулярной области заметно расходятся между собой, что свидетельствует <sup>(13)</sup> о возмущающем влиянии сужения пор. Коэффициент  $D$ , определенный приблизительно из изотерм адсорбции азота на порошкообразном кварце и крупнопористом силикагеле <sup>(13)</sup>, равен 0,04. Это хорошо согласуется со значением для крупнопористых адсорбентов 3 и 4 в табл. 1. Следовательно, абсолютная изотерма адсорбции азота при  $77,4^{\circ}$  К на крупнопористых адсорбентах характеризуется в рассматриваемой области величиной  $D$ , равной 0,040—0,045.

Таким образом использование уравнения М. М. Дубинина и Л. В. Радушкевича, хорошо описывающего мономолекулярную адсорбцию азота на различных адсорбентах при  $\Theta = 0,4 — 0,8$ , приводит к новому методу определения удельной поверхности адсорбентов.

Всесоюзный научно-исследовательский  
институт кислородного машиностроения

Поступило  
2 IV 1957

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> A. G. Parts, Austral. J. Appl. Sci., 6, 183 (1955). <sup>2</sup> S. Ch Liang, J. Appl. Phys., 22, 148 (1951). <sup>3</sup> A. D. Grawell, D. M. Young, Trans. Farad. Soc., 49, 1080 (1953). <sup>4</sup> М. М. Дубинин, Л. В. Радушкевич, ДАН, 55, 331 (1947). <sup>5</sup> М. М. Дубинин, Е. Д. Заверина, Л. В. Радушкевич, ЖФХ, 21, 1351 (1947). <sup>6</sup> М. М. Дубинин, Е. Д. Заверина, ЖФХ, 23, 469 (1949). <sup>7</sup> J. de Dios Lopez-Gonzalez, F. G. Carpenter, V. R. Deitz, J. Res. Nat. Bur. Stand., 55, 11 (1955). <sup>8</sup> В. П. Древинг, А. В. Киселев, О. А. Лихачева, ЖФХ, 25, 710 (1951). <sup>9</sup> В. П. Древинг, А. В. Киселев, О. А. Лихачева, ДАН, 82, 277 (1952). <sup>10</sup> L. G. Jouper, R. H. Emmett, J. Am. Chem. Soc., 70, 2353 (1948). <sup>11</sup> Б. В. Ильин, А. В. Киселев и др., ДАН, 75, 827 (1950). <sup>12</sup> L. G. Jouper, E. B. Weinger, C. W. Montgomerie, J. Am. Chem. Soc., 67, 2182 (1945). <sup>13</sup> А. П. Карапаухов, А. В. Киселев, Е. В. Храпова, ДАН, 94, 915 (1954).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

П. С. ШАНТАРОВИЧ

**КИНЕТИКА РАСПАДА ДИАЗОМЕТАНА В СТРУЕ АЗОТА**

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 6 IV 1957)

Метиленовый радикал  $\text{CH}_2$  принимает участие в ряде химических превращений, поэтому изучение его реакций с молекулами различных веществ ( $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CH}_4$ ...) представляет для химической кинетики значительный интерес. Однако, так как метилен сам является продуктом распада, возникла необходимость изучения кинетики разложения таких веществ, которые могут быть источником радикала  $\text{CH}_2$ . Учитывая, что метилен обнаруживает различное время жизни в зависимости от условий его получения и природы окружающей среды <sup>(1)</sup>, мы сочли, что метод теплового распада диазометана в среде инертного газа позволит получить  $\text{CH}_2$  в его нормальном состоянии и изучить его реакционную способность.

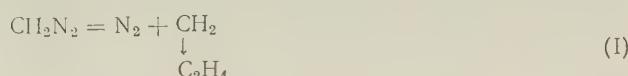
В литературе известно несколько работ, в которых излагаются результаты качественных наблюдений реакции распада диазометана <sup>(2, 3)</sup>. Авторы приводят некоторые доводы в пользу мономолекулярного механизма первичного акта:  $\text{CH}_2\text{N}_2 \rightarrow \text{CH}_2 + \text{N}_2$ . Прямое доказательство образования  $\text{CH}_2$  как первичного продукта разложения  $\text{CH}_2\text{N}_2$  было дано методом зеркал <sup>(4)</sup>.

**Методика и результаты**

Диазометан, полученный разложением нитрозометилмочевины в щелочной среде, растворялся в холодном дигидрофталате, из которого затем струей абсолютного чистого азота переводился в ресивер. Таким способом концентрацию  $\text{CH}_2\text{N}_2$  в газе можно было менять.

В предварительных опытах было установлено, что наблюдать медленный (невзрывной) распад диазометана при высоких температурах можно только в среде инертного газа. При этом оказалось, что, если разбавление достаточно велико, то при соответствующих значениях  $t^\circ$  и  $\sigma$  этилен является единственным (кроме  $\text{N}_2$ ) продуктом полного распада диазометана. Непрореагировавший диазометан может быть выделен или низкотемпературной разгонкой с последующим полным разложением в струе азота или поглощением бензойной кислотой и анализом газового остатка.

В табл. 1 приведены результаты наблюдений распада  $\text{CH}_2\text{N}_2$  в струе азота. В графике 3 дано количество  $\text{C}_2\text{H}_4$ , выделенного из отходящих реакционных газов, в графике 5 — количество этилена, полученного при разложении непрореагировавшего диазометана. Сумма этих величин дает содержание  $\text{CH}_2\text{N}_2$  в исходной смеси, а их отношение — глубину распада. В последней графике таблицы даны значения констант, рассчитанные по закону для реакций первого порядка. Из всех данных следует, что медленный распад диазометана протекает по уравнению:



Следовательно, для этой реакции в стационарных условиях должна быть справедлива зависимость

$$2\Delta P = x \dots, \quad (1)$$

где  $x$  (мм) — количество распавшегося  $\text{CH}_2\text{N}_2$ . На рис. 1 приведены результаты расчета кинетики распада диазометана по закону реакций первого порядка с учетом теоретического соотношения (1). Хорошее совпадение экспериментальных точек с расчетной кривой подтверждает механизм распада диазометана и соотношение полученных продуктов. При более высоких концентрациях диазометана в газовой смеси ( $\text{CH}_2\text{N}_2 + \text{N}_2$ ) расчет совпадает с опытом только для начальной стадии разложения, не осложненной вторичными реакциями.

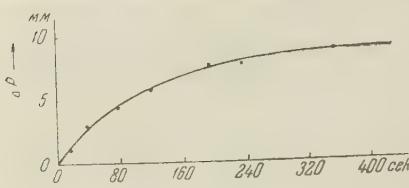


Рис. 1. Кинетика расхода  $\text{CH}_2\text{N}_2$  в стационарных условиях в среде  $\text{N}_2$

### Температурная зависимость скорости распада диазометана

В реакции распада  $\text{CH}_2\text{N}_2$  можно предполагать существование вторичных реакций  $\text{CH}_2$  с исходной молекулой диазометана.

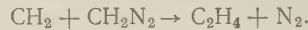


Таблица 1

Распад  $\text{CH}_2\text{N}_2$  в струе  $\text{N}_2 \cdot P = 20$  мм,  $t = 381^\circ$

Взято газо-вой смеси, л	Время кон-такта $\sigma$ , сек.	Найдено			Начальное давле-ние $\text{CH}_2\text{N}_2, P_0$ , мм	Распад, %	$P_\sigma$ мм	Константа рас-пада $K$ , сек <sup>-1</sup>		
		непроеагиро-вавш. $\text{CH}_2\text{N}_2$ $\text{C}_2\text{H}_4 = \text{CH}_2\text{N}_2$ см <sup>3</sup>	проеагиро-вавш. $\text{CH}_2\text{N}_2$ $\text{C}_2\text{H}_4 = \text{CH}_2\text{N}_2$ см <sup>3</sup>	концентрация $\text{CH}_2\text{N}_2$ смеси, %						
8,90	0,03	46,76	93,56	3,30	6,60	1,06	0,212	6,59	0,1981	2,27
4,75	0,52	9,14	18,28	20,06	40,12	1,44	0,288	68,70	0,090	2,23
4,15	0,49	3,39	6,78	7,90	15,80	0,52	0,104	72,30	0,029	2,62
2,05	0,14	7,20	14,40	3,05	6,10	1,00	0,200	29,75	0,141	2,53
3,55	0,08	17,58	35,16	3,72	7,44	1,20	0,240	17,46	0,198	2,40
4,72	0,53	11,91	23,82	26,32	52,65	1,62	0,324	68,86	0,101	2,20
4,50	0,50	4,83	9,66	12,50	25,00	0,77	0,154	72,14	0,043	2,55
6,00	0,35	13,77	27,54	19,23	38,46	1,10	0,220	58,27	0,092	2,30
4,40	0,50	6,40	12,80	15,60	31,20	1,00	0,200	70,90	0,057	2,50

Однако результаты кинетических исследований и особенно очень четкие опыты с зеркалами Те показывают, что эта реакция связана с большой энергией активации или, вероятно, с большими стерическими препятствиями. Из наших опытов следует, что относительно небольшое повышение температуры разложения  $\text{CH}_2\text{N}_2$  (в интервале до  $500^\circ$ ) резко снижает время удаления стандартного зеркала теллура, что можно объяснить только очень малой вероятностью реакции (II) в области температур до  $500^\circ$ . Выход этилена является, таким образом, результатом только рекомбинации метиленовых радикалов как первичного продукта распада диазометана. Из зависимости  $\lg K (1/T)$  мы находим  $E = 31750$  кал. Полное выражение для константы теплового распада  $\text{CH}_2\text{N}_2$  будет иметь вид:

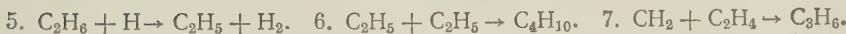
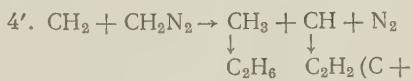
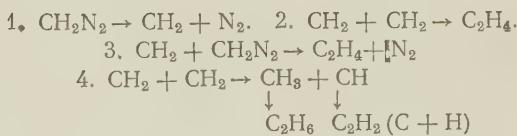
$$K = 0,8 \cdot 10^{11} e^{-\frac{31750}{RT}}. \quad (2)$$

Найденная величина  $E$  относится к процессу перераспределения связей в молекуле диазометана  $\begin{array}{c} \text{H} \\ | \\ \text{H}-\text{C}=\text{N} \\ || \\ \text{H}-\text{N} \end{array}$ , ведущему к образованию двух новых частиц:  $\text{CH}_2 + \text{N}_2$ . Величина предэкспоненциального коэффициента в выражении для  $K$  кажется вполне разумной, если сопоставить ее с выражениям для константы распада зажигания азота, где образуются сходные по своей природе продукты разложения.

### Механизм распада диазометана в струе азота

При изучении температурной зависимости скорости распада установлено, что ход логарифмической прямой (рис. 2) при  $t \geq 500^\circ$  меняется, причем, как оказалось, меняется и состав продуктов распада. Наряду с главным продуктом реакции, этиленом, появляется этан, ацетилен и в небольшом количестве (1,0—1,5%) бутан и пропилен. Реакционная трубка покрывается слоем угля.

Изменение углеводородного состава при изменении температуры распада  $\text{CH}_2\text{N}_2$  приведено на рис. 3. Пунктирной кривой показано количество  $\text{CO}_2$ , полученное выжиганием угля, осевшего на стенках реакционной трубы. Этот результат, полученный масс-спектрологическим и химическим анализами, дает достаточно оснований считать, что механизм теплового распада диазометана в условиях наших опытов складывается из следующего ряда превращений:



Очевидно, что первые две реакции представляют основной способ распада диазометана, реализующийся при всех условиях. Этот путь реакции при  $t < 450^\circ$  в среде инертного газа является единственным, что можно, по-видимому, считать вполне доказанным. При  $t \geq 500^\circ$  появляется возможность вторичных реакций метиленового радикала. Из них значение реакций 5, 6, 7 невелико. Общий максимальный выход высших углеводородов ( $\Sigma \text{C}_3 + \text{C}_4$ ) превышает 1,5%.

Особый интерес представляет механизм образования этана. Ясно, однако, что его появление в продуктах распада может быть объяснено только двумя способами: или реакцией диспропорционирования метиленовых радикалов (4) или их взаимодействием с исходной молекулой диазометана (4').

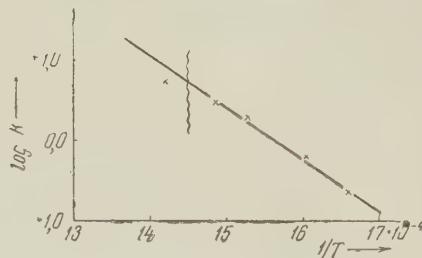


Рис. 2. Температурная зависимость скорости распада  $\text{CH}_2\text{N}_2$  в струе азота

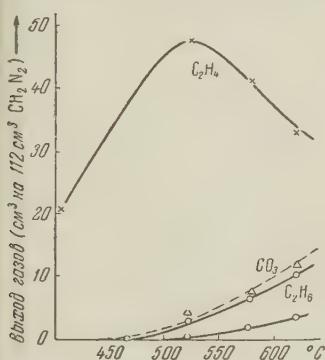


Рис. 3. Выход продуктов распада  $\text{CH}_2\text{N}_2$  в зависимости от температуры.  $\text{C}_{\text{CH}_2\text{N}_2} = 2,62\%$

Дать убедительные доказательства в пользу исключительного выбора одной из них или доли в их совместном участии — невозможно. Совершенно аналогичные условия складываются и в реакции распада кетена. Таким образом, из температурной зависимости выхода этана (при  $t > 500^\circ$ ) в распаде диазометана или кетена не удается установить величину энергии активации для реакции диспропорционирования метиленовых радикалов. Из хода кривых накопления  $C_2H_6$  и  $C_2H_4$  (рис. 3) можно лишь предполагать, что эта величина должна быть порядка 18—20 ккал.

Институт физической химии  
Академии наук СССР

Поступило  
2 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> G. Pearson, R. Parcell, G. Saigh, J. Am. Chem. Soc., 1938, 409.  
<sup>2</sup> E. W. R. Steacie, J. Phys. Chem., 35, 1493 (1931). <sup>3</sup> R. G. W. Norrington, F. W. Kirkbride, J. Chem. Soc., 1933, 119. <sup>4</sup> F. Rice, A. Glasebrook, J. Am. Chem. Soc., 56, 2381 (1934).

ГЕОХИМИЯ

О. В. ШИШКИНА

**ХЛОРИДНО-НАТРИЙ-КАЛЬЦИЕВЫЕ ВОДЫ В ЧЕТВЕРТИЧНЫХ  
ОТЛОЖЕНИЯХ ЧЕРНОГО МОРЯ**

(Представлено академиком Н. М. Страховым 25 VI 1957)

Одной из задач, стоявших перед экспедицией Института океанологии АН СССР в Черном море летом 1956 г., являлось получение и исследование иловых вод из длинных монолитов осадков. Колонки донных отложений длиной свыше 10 м были взяты на разных глубинах поршневой трубкой системы Кудинова с борта экспедиционного судна «Академик Вавилов».

По длине колонок были выделены слои осадков, из которых под давлением до 400 кг/см<sup>2</sup> отжаты иловые воды. Методы получения и химического исследования иловых вод были описаны ранее<sup>(1)</sup>. При исследовании химического состава иловых вод было обнаружено, что помимо понижения с глубиной их общей минерализации (впервые отмеченной С. В. Бруевичем<sup>(2)</sup> по падению содержания в них хлор-иона) происходит изменение концентрации других основных компонентов солевого состава воды, в результате чего образуются воды, по типу отличные от морской. В осадках Черного моря, кроме бессульфатных вод хлоридно-щелочного типа, аналогичных описанным ранее иловым водам Охотского моря<sup>(3)</sup>, были встречены воды хлоридно-натрий-кальциевые. Постепенное с глубиной по колонке превращение вод морского типа, т. е. хлоридно-натрий-магниевых, в воды хлоридно-натрий-кальциевые удалось проследить в ряде исследованных колонок, взятых как на небольших глубинах, так и в центральной части моря. Особенно отчетливо изменение характера иловой воды прослеживается в колонке, взятой на траверзе г. Ялты на глубине 215 м. Осадки этой колонки сверху до горизонта 60 см представляют собой современные глинистые илы серого цвета с известковыми прослойками мощностью 1—2 мм и большим количеством рассеянных обломков раковин. С горизонта 60 см и ниже до конца колонки залегают новоевксинские плотные глинистые илы серого цвета, с часто встречающимися обломками раковин *Dreissensia* и крупными включениями гидротроилита, образующего неправильной формы комки и прослои\*. Вверху колонки в слое 20—30 см содержание органического углерода 1,73%, ниже по всей колонке от 0,45 до 0,57%. Содержание карбонатов (CO<sub>2</sub>) в верхнем слое 5,18%, ниже — от 7,21 до 8,20%. Механический анализ показал, что содержание пелитовой фракции в осадках из слоя 20—30 см 75,04%, из слоя 650—660 см 75,88%. В осадках широко распространен пирит в виде скопления мелких шариков. Иловые воды из осадков этой колонки были отжаты из семи слоев. Результаты исследования их солевого состава приведены в табл. 1\*\*.

Из табл. 1 видно, что все изменения солевого состава воды с глубиной по колонке, как и во всех исследованных иловых водах Черного моря, происходят на фоне падения концентрации хлора и общей минерализации. Если в слое 20—30 см содержание хлора было 11,65‰, то в нижнем слое оно доходит

\* Стратиграфия осадков установлена Н. М. Страховым и Г. Ю. Бутузовой.

\*\* Данные по содержанию карбонатов и органического углерода получены из отдела сравнительной литологии Института геологических наук АН СССР.

Таблица 1

Изменение по вертикали солевого состава иловой воды из осадков колонки, взятой в Черном море, на глубине 215 м

Слой в колонке (в см от дна)	Описание осадка	Содержание в иловых водах (в мг-экв/кг)										pH			
		Содерж. в осадках (в % на abs. сух. вес)	CO <sub>2</sub> карбон	С орг. веществ.	Br'	Cl'	SO <sub>4</sub> ''	Alk	Σ <sub>зн</sub>	Na'	K'	NH <sub>4</sub> '	Ca''	Mg''	Σ <sub>кат</sub>
20—30	Глинистый ил с прослойми. Современные отложения	5,18	1,73	0,5	328,3	30,4	4,8	364,0	281,5	6,9	0,5	17,2	57,3	363,4	7,4
125—435	Глинистый ил с примесью гидротропита и раковин. Новоевтинские отложения	8,20	0,48	0,5	319,0	19,9	2,7	342,1	266,0	5,6	1,7	16,1	52,7	342,4	8,0
202—211	То же	7,58	0,47	0,5	309,8	15,2	4,1	329,6	261,2	5,0	2,0	16,4	44,0	328,6	8,0
310—320		7,82	0,53	0,5	299,9	5,9	3,6	309,9	241,1	4,0	3,6	22,8	39,1	310,6	8,0
440—450		7,21	0,57	0,4	287,8	1,7	4,5	294,4	224,9	2,2	2,8	33,0	32,1	295,0	8,0
550—560		7,80	0,51	0,4	262,4	1,3	3,1	267,2	198,4	1,4	5,4	38,1	25,0	268,3	8,0
650—660		8,14	0,45	0,4	247,5	1,7	2,3	251,9	179,3	0,9	5,1	45,5	22,5	253,3	8,0

до 8,79%. Суммарная концентрация понизилась с 21,2 г/кг до 14,5 г/кг. Процесс восстановления сульфатов привел к резкому понижению с глубиной их концентрации, отношение  $SO_4^{''}/Cl'$  в водах из нижних слоев понизилось до 0,007—0,009 по сравнению с 0,125 в верхнем слое (20—30 см). Характерной особенностью описываемых иловых вод является то, что обычно наблюдалось в процессе редукции сульфатов повышение щелочного резерва в них отсутствует. Щелочной резерв колеблется в небольших пределах (2,3—4,8 мг-экв.), при этом к низу колонки он понижается и в последнем исследованном слое равен 2,3 мг-экв. Величина pH в воде из верхнего слоя 7,4, затем повышается до 8 и остается постоянной до конца колонки. Содержание в иловых водах брома с глубиной немного повышается,  $Cl'/Br'$  отношение в воде из слоя 650—660 см равно 268 по сравнению с 296 в слое 20—30 см. В совершенно ином направлении, чем во всех ранее изученных иловых водах, изменяется катионный состав. Эти изменения хорошо прослеживаются по понижению или повышению соответствующих геохимических коэффициентов. Так, количество натрия по сравнению с морской водой и с глубиной по колонке падает таким образом, что коэффициент  $Na'/Cl'$  понижается от 0,555 в слое 20—30 см до 0,468 в слое 650—660 см. Очень сильно понижается концентрация калия. Коэффициент  $K'/Cl'$  в слое 20—30 см 0,023, в слое 650—660 см он равен 0,004. Содержание магния также понижается, коэффициент  $Mg''/Cl'$  в слое 20—30 см 0,0598, в слое 650—660 см 0,0312. Напротив, сильно возрастает с глубиной концентрация аммония,  $NH_4'/Cl'$  коэффициент в слое 650—660 см равен 0,0104 по сравнению с 0,0008 в верхнем слое (20—30 см). Особенно сильно повышается содержание кальция. Коэффициент  $Ca''/Cl'$  в слое 20—30 см равен 0,0296, а в слое 650—660 см он повышается до 0,1039.

Таким образом, постепенное изменение содержания отдельных эле-

ментов в иловых водах приводит к тому, что начиная со слоя 440—450 см, характер воды существенным образом меняется, и возникают воды хлоридно-натрий-кальциевого типа. Изменения концентраций кальция и натрия в иловых водах, видимо, связаны с процессами обмена между жидкой и твердой фазами, что подтверждается приведенными в табл. 2 данными увеличения с глубиной по колонке содержания кальция и почти эквивалентным уменьшением концентрации натрия. Понижение концентрации натрия по сравнению с хлором, в результате выпадения каких-либо солей натрия, при существующей минерализации иловой воды, исключается.

Процессам обмена должно способствовать отмеченное Н. М. Страховым (4) поступление в Черное море большого количества глинистого материала, содержащего кальций в поглощающем комплексе.

Таблица 2  
Изменение по вертикали содержания натрия и кальция  
в иловых водах из колонок Черного моря

Слон. в колонке (в см от дна)	Содерг. в иловых водах $\text{Cl}'$ (в мг-экв/кг)	Данные по натрию (в мг-экв/кг)		Данные по кальцию (в мг-экв/кг)	
		содерг. $\text{Na}'$ высчитанное по $\text{Cl}'$ из ус- ловий посто- янства $\text{Na}'/\text{Cl}'$	действитель- ное содерг. $\text{Na}'$	$\Delta\text{Na}'$	содерг. $\text{Ca}''$ высчитанное по $\text{Cl}'$ из ус- ловий посто- янства $\text{Ca}''/\text{Cl}'$
20—30	328	281	281,5	+0,5	12,6
125—135	319	273	266	-7	12,2
202—211	310	266	261	-5	11,8
310—320	300	257	241	-16	11,5
440—450	288	247	225	-22	11,0
550—560	262	224	198	-26	10,1
650—660	248	212	179	-33	9,5

Колонка, взятая на глубине 215 м

20—30	328	281	281,5	+0,5	12,6	17,2	+4,6
125—135	319	273	266	-7	12,2	16,1	+3,9
202—211	310	266	261	-5	11,8	16,4	+4,6
310—320	300	257	241	-16	11,5	22,8	+11,3
440—450	288	247	225	-22	11,0	33,0	+22,0
550—560	262	224	198	-26	10,1	38,1	+28,0
650—660	248	212	179	-33	9,5	45,5	+36,0

Колонка, взятая на глубине 570 м

31—40	322	276	276	0	12,3	16,5	+4,2
157—167	289	248	231	-17	11,2	27,2	+16,0
288—298	267	229	209	-20	10,2	29,9	+19,7
400—410	255	218	193	-25	9,7	30,5	+20,8

Образование хлоридно-натрий-кальциевых вод в осадках Черного моря говорит о совершенно ином механизме взаимодействия между жидкой и твердой фазами в осадках Черного моря по сравнению с дальневосточными морями (где такого типа вод не наблюдалось).

Чтобы исключить предположение о том, что иловые воды хлоридно-натрий-кальциевого типа образовались в морских осадках не в процессе диагенеза, а являются опресненными водами, были проделаны расчеты, заключающиеся в определении направления, в котором меняется состав воды в случае смешения морской воды с пресной в соотношениях, соответствующих изменению солености иловой воды в осадках рассматриваемой колонки, т. е. от солености 21,2 г/кг в слое 20—30 см до солености 14,5 г/кг в слое 650—660 см. Состав пресной воды принят для стока р. Дуная (5).

Как видно из табл. 3, смешение морской воды с пресной до получения указанной солености не меняет геохимических отношений элементов, кроме небольших сдвигов в отношениях  $(\text{Na}' + \text{K}')/\text{Cl}'$  и  $\text{Alk}/\text{Cl}'$ . Таким образом, из приведенного сопоставления совершенно ясно следует, что наблюдаемое с глубиной по колонке, а следовательно, со временем, изменение солевого состава иловых вод происходит в процессе диагенеза, а не является следствием влияния пресных вод. Также нет оснований предполагать, что воды новоевксинского бассейна имели существенно отличный по типу состав воды.

Видимо, они отличались от современной воды Черного моря только меньшей минерализацией. Существует мнение о том, что в водах древних морей было более высокое содержание кальция, в то время как воды третичных морей имели уже современный характер. Исследованные же нами иловые воды Черного моря относятся к четвертичному времени. В других колонках, взятых в том же рейсе, хлоридно-натрий-кальциевые воды были обнаружены на разных горизонтах. В некоторых колонках повышению концентрации

Таблица 3

Сравнение состава вод (в г/кг), полученных смешением и метаморфизованных в процессе диагенеза

	Иловая вода из самого верхн. исследован. слоя (20–30 см) (исходн. иловая вода)	Вода, получ. смешением иловой воды из слоя 20–30 см и воды р. Дуная	Иловая вода самого нижн. исследован. слоя (150–660 см) (вода, метаморфизирована в процессе диагенеза)
Cl <sup>+</sup> + Br <sup>-</sup>	11,66	8,00	8,79
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	1,46	0,99	0,08
Alk	0,29	0,26	0,14
Na <sup>+</sup> + K <sup>+</sup>	6,73	4,50	4,16
Ca <sup>++</sup>	0,35	0,25	0,91
Mg <sup>++</sup>	0,69	0,47	0,27
Σ <sub>конц</sub>	21,18 (21,2)	14,47 (14,5)	14,35 (14,5)
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> /Cl <sup>-</sup>	0,125	0,124	0,009
Alk/Cl <sup>-</sup>	0,025	0,032	0,016
Na <sup>+</sup> + K <sup>+</sup> /Cl <sup>-</sup>	0,577	0,562	0,475
Ca <sup>++</sup> /Cl <sup>-</sup>	0,030	0,031	0,104
Mg <sup>++</sup> /Cl <sup>-</sup>	0,060	0,059	0,031

нения в различных частях света и в связи с тем, что они часто являются спутниками нефти, уделяется большое внимание (<sup>6</sup>), однако вопрос этот остается все еще неясным. Можно надеяться, что проведенное исследование, впервые позволившее обнаружить образование в процессе диагенеза хлоридно-натрий-кальциевых вод в четвертичных отложениях Черного моря, даст новые данные для решения проблемы генезиса пластовых вод.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
22 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> О. В. Шишкина, Тр. Инст. океанол. АН СССР, 17 (1956). <sup>2</sup> С. В. Бруевич, ДАН, 84, № 6 (1952). <sup>3</sup> О. В. Шишкина, ДАН, 105, № 6 (1955). <sup>4</sup> Н. М. Стражов, Н. Г. Бродская, Л. М. Князева и др., Образование осадков в современных водоемах, Изд. АН СССР, 1954. <sup>5</sup> А. М. Алмазов, Гидрохим. материалы, 23 (1955). <sup>6</sup> А. Н. Бунеев, Основы гидрогохимии минеральных вод осадочных отложений, М., 1956.

БИОХИМИЯ

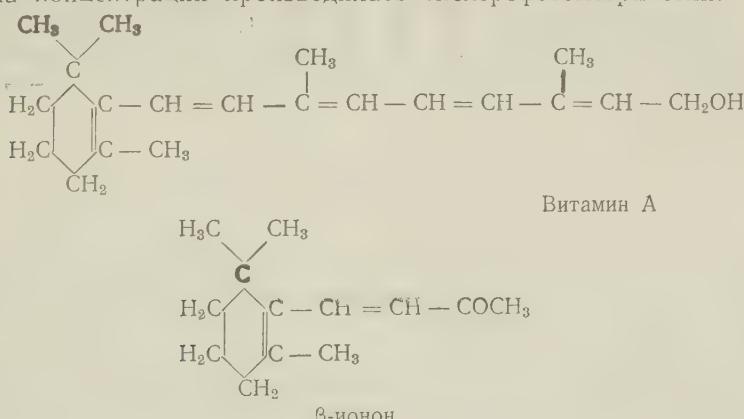
С. Д. БАЛАХОВСКИЙ и Е. Е. ПРОВОЛОВИЧ

ОБ АНТИГИСТАМИННОЙ АКТИВНОСТИ ВИТАМИНА А  
И  $\beta$ -ИОНОНА

(Представлено академиком А. И. Опарином 16 V 1957)

В ряде предыдущих сообщений было показано, что вещества, родственные витамину А (ретинолу), обладают явно выраженной антимедиаторной активностью <sup>(1)</sup>, они в модельном опыте противодействуют ацетилхолину, гистамину и в некоторых случаях адреналину <sup>(2)</sup>. Данные эти находят подтверждение в опытах, при которых удается подавлять участие медиаторов в некоторых биологических процессах (например, боль, воспаление и др.)<sup>(3)</sup>.

В настоящем сообщении мы уточним взаимоотношения между гистамином, витамином А и фрагментом молекулы последнего —  $\beta$ -иононом. Ориентировочные опыты в этом направлении были произведены несколько лет назад по нестандартной методике <sup>(4)</sup>, при которой величина сокращения гладкой мышечной ткани определялась после отмывания исследуемого вещества. В результате были получены сильно заниженные величины. Измерения показывают, что как  $\beta$ -ионон, так и витамин А обладают существенно большей активностью при снятии спазма гладкой мышцы, чем это можно было заключить на основании предыдущих опытов.  $\beta$ -Ионон и витамин А применялись в виде водноколлоидных растворов, не содержащих спирта; проверка концентрации производилась спектрофотометрически.



Тестобъектом в наших опытах служил отрезок кишечника морской свинки. Сокращение его вызывалось гистамин-дихлоргидратом в концентрации  $1 \cdot 10^{-8}$  до  $2 \cdot 10^{-8}$ . Отрезок кишечника инкубировался 15 мин. в растворе изучаемого антагониста гистамина, после чего без отмывания прибавляется гистамин в количестве, необходимом для того, чтобы концентрация его достигла только что названных значений. Сравнивая сокращение в присутствии антагониста и в отсутствие его, можно составить представление об активности этого вещества.

Во время опытов необходимо постоянно пропускать воздух через сосуд,

где подвешен отрезок, иначе при отсутствии аэрации ткань погибает и больше не отвечает сокращением на гистамин. Однако пропускание воздуха через раствор легко окисляемого вещества может привести к изменению последнего. Мы увидим ниже, что в опытах с  $\beta$ -иононом, устойчивость которого гораздо выше, чем устойчивость витамина А, результаты получаются более однородными.

На рис. 1 приведены графические результаты 11 опытов с  $\beta$ -иононом. Тонкие линии означают контрольные сокращения отрезка кишки (выра-

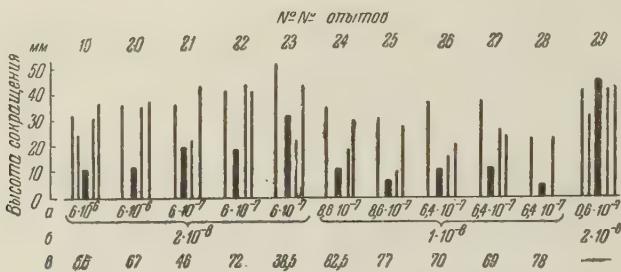


Рис. 1. Опыты с  $\beta$ -иононом; *a* — концентрация  $\beta$ -ионона, *b* — концентрация гистамина, *в* — уменьшение сокращения (в процентах к контролю)

женные в миллиметрах) под влиянием действия одного гистамина. Более толстые линии показывают величину сокращения, вызванного гистамином в присутствии  $\beta$ -ионона.

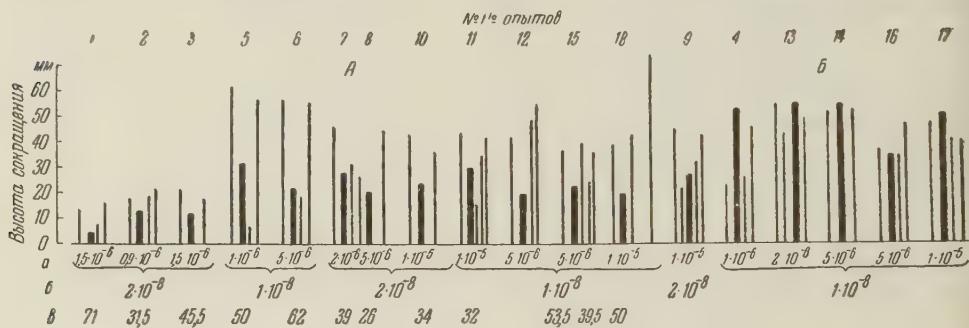


Рис. 2. Опыты с витамином А-ацетатом. Обозначения те же

Рассмотрение рис. 1 показывает, что в условиях опыта  $\beta$ -ионон в разведении от  $6 \cdot 10^{-6}$  до  $6 \cdot 10^{-7}$  снижает приблизительно на 50—70% высоту сокращения отрезка кишки, вызванного действием гистамина хлоргидрата, приблизительно до концентрации от  $1 \cdot 10^{-8}$  до  $2 \cdot 10^{-8}$ .

На рис. 2 графически изображено антигистаминное действие витамина А. Из рассмотрения первых 12 опытов (рис. 2) видно, что витамин А также обладает антигистаминной активностью, но несколько меньшей, чем  $\beta$ -ионон. Чтобы получить результаты, подобные полученным с  $\beta$ -иононом, приходится брать более высокую концентрацию витамина А-ацетата — приблизительно от  $1 \cdot 10^{-5}$  до  $5 \cdot 10^{-6}$ .

Эти данные показывают, что витамин А-ацетат обладает меньшей активностью, чем витамин А-альдегид (ретинен): согласно нашим опытам (5), активность последнего обнаруживается еще при разведении  $1 \cdot 10^{-10}$ .

Как было сказано выше, приходится иметь в виду легкую окисляемость и большую неустойчивость витамина А. Возможно, что в ряде случаев витамин А разрушается во время опыта. Если это действительно так, мы получаем простое объяснение тому факту, что ощутимая часть опытов с вита-

мином А дает нулевой результат (см. опыты 13, 14, 16, 17 — рис. 2). Кроме того, с витамином А изредка получаются результаты, которые трудно поддаются истолкованию (например, опыты 4 и 9, рис. 2).

Таким образом,  $\beta$ -ионон, обладающий по нашим и по литературным данным (2) антиадреналиновыми свойствами, проявляет также значительную антигистаминную активность. Отметим здесь, что согласно опубликованным опытам  $\beta$ -ионону присуща также антиацетилхолиновая активность, примерно равная антигистаминной (6).

Все это вместе взятое показывает, что  $\beta$ -ионон — продукт распада витамина А, обладает антимедиаторной активностью, простирающейся на медиаторы — ацетилхолин, гистамин и адреналин. Витамин А, взятый в виде ацетата, проявляет активность того же направления, но более слабую.

Институт биохимии им. А. Н. Баха  
Академии наук СССР

Поступило  
11 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> С. Д. Балаховский, Н. А. Троицкая, Н. В. Колесникова, Биохимия, 15, № 3, 467 (1950); С. Д. Балаховский, Д. Е. Рыкина, Н. Н. Дроздова, ДАН, 88, № 3, 527 (1953); 92, № 2, 377 (1953); С. Д. Балаховский, Н. Н. Дроздова, Усп. совр. биол., 42, № 2 (5) (1956) <sup>2</sup> С. Д. Балаховский, М. Н. Мейсель, Бюлл. эксп. биол. и мед., 19, 19 (1945); Н. Дегег, Д. Ногвуд, Fed. Proc., 6, № 1 (1947). <sup>3</sup> С. Д. Балаховский, Клин. мед., 19, № 1—3 (1941); 13, № 3 (1935). <sup>4</sup> С. Д. Балаховский, В. В. Бородатов, Е. В. Будницкая, ДАН, 54, № 3, 243 (1946). <sup>5</sup> С. Д. Балаховский, Д. Е. Рыкина, В. Н. Федорова, ДАН, 93, № 5, 869. (1953). <sup>6</sup> С. Д. Балаховский, Е. Е. Проловович, ДАН, 113, № 3, 643 (1957).

ЕЖИ МЕДУСКИ и М. С. ВОЛКОВА

РАДИАЦИОННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛЯРНОГО ВЕСА  
ФОСФОЛИПАЗЫ-С CLOSTRIDIUM PERFRINGENS WELCHII

(Представлено академиком А. И. Опарином 3 VI 1957)

Актуальной задачей биохимии при изучении газовой гангрены, вызываемой одним из самых распространенных патогенных для человека микроорганизмов *Clostridium perfringens* Welchii, является определение свойств основного экзотоксина этого микроорганизма — фосфолипазы С. Этот фермент, расщепляющий ненасыщенный и насыщенный лецитин и лецитинобелки (<sup>1</sup>) с выделением фосфорилхолина, высоко чувствителен к поверхности инактивации (<sup>2</sup>). В связи с этим до сих пор не удалось получить фермент в чистом виде. Однако современные методы белковой химии позволяют получить некоторые физико-химические данные, исходя из неочищенных сухих препаратов фермента. К этому разряду методов может быть отнесено определение молекулярного веса путем радиационной инактивации. В настоящее время инактивация сухих препаратов биологически активных белков используется для определения их молекулярного веса (<sup>3-8</sup>). Целью настоящей работы являлось определение молекулярного веса фосфолипазы С при помощи радиационной инактивации  $\gamma$ -лучами.

В статье показано, что молекулярный вес фосфолипазы С *C. perfringens* Welchii равен 106000 ( $\pm 3000$ ) и что частицы фермента, по-видимому, имеют сферическую форму.

Для проведения настоящих исследований был использован препарат фосфолипазы С, полученный Медуским, Зброжиной, Закжевской, Ольковской (<sup>1</sup>) в Государственном институте гигиены (Варшава).

Сухой препарат фосфолипазы С был получен из стерильного фильтрата 6-часовой культуры *C. perfringens*, инкубированной при 37° на питательной среде, приготовленной описанным ниже способом. На 1000 мл бульона из экстракта бычьих сердец \* добавлялось 10 г пепсинного пептона и 5 г NaCl, после чего среда кипятилась 20 мин. pH 7,8 устанавливалось прибавлением 10% раствора NaOH. После фильтрования среда стерилизовалась. Схема приготовления сухого препарата фосфолипазы С из стерильного фильтрата культуры *C. perfringens* описана ниже.

Полученный препарат представляет собой коричневый порошок, трудно растворимый в воде и хорошо растворимый в боратном буфере pH 8,6. Препарат имеет широкий оптимум pH в диапазоне от 5,5 до 8,7. Концентрация лецитина в молях, соответствующая половине максимальной скорости расщепления его энзимом, равняется  $2,94 \cdot 10^{-5}$  M (для ненасыщенного лецитина) и  $4,05 \cdot 10^{-5}$  M (для насыщенного лецитина) (<sup>1</sup>). При помощи зонального электрофореза была показана электрофоретическая гомогенность этого препарата (Успенская и Медуски).

Первая ступень получения сухого препарата состояла в добавлении к стерильной культуральной жидкости сульфата аммония до конечной концентра-

\* Экстракт из сердец готовился следующим образом. 1 кг очищенных и смолотых сердец + 2 л водопроводной воды оставлялись стоять на 15 час. при температуре 0°. После 30-минутного кипячения экстракт фильтровался через полотно.

ции 60%. Образующийся при этом поверхностный преципитат растворяли в воде (рН 6,5) и диализовали в течение 3 дней, в диализат добавляли сульфат аммония до концентрации 42%, осадок снова растворяли в воде до рН 6,5 и диализовали в течение 12 часов, затем к диализату добавляли 0,8 объема насыщенного сульфата аммония, и образовавшийся осадок высушивали в вакуумэкскаторе.

В основе метода количественного серийного определения С-фосфолипазной активности, разработанного Медуским и Успенской, лежит наблюдение Мак-Фарлейн, Суки и Анцерсона (9), которые показали, что  $\alpha$ -токсин, действуя на прозрачную эмульсию яичного желтка, вызывает ее помутнение.

Модификация Медуского и Успенской состоит в следующем: 1) обеспечивалось постоянство концентрации лецитина и отношение содержания Са к лецитину в прозрачной эмульсии желтка; 2) действие фосфолипазы С stormo-

Таблица 1

Результаты определения молекулярного веса фосфолипазы С при помощи радиационной инактивации  $\gamma$ -лучами

Доза облучения в млн. г	Число первичных ионизаций на 1 мл сухой фосфолипазы $C \times 10^3$	Инактивация фермента и расчеты молекулярного веса						
		водные растворы рН 6,6			буферные растворы рН 8,6			
		$\frac{n}{n_0}$	$v \times 10^{-19}$ мл	масса моле- кулы $\times 10^{-19}$	молекуляр- ный вес	$\frac{n}{n_0}$	$v \times 10^{-19}$ мл	масса мо- лекулы $\times 10^{-19}$
4,1	6,52	0,476	1,13	1,54	93300	0,440	1,25	1,7
5,6	8,91	0,388	1,22	1,64	99510	0,303	1,34	1,81
8,5	13,62	0,161	1,34	1,81	109700	0,155	1,36	1,85
14	22,75	0,050	1,34	1,81	109700	0,043	1,38	1,87
		Среднее		103050	106 000 ( $\pm 3000$ )		109550	
		Молекулярный вес (средний)						

зилось охлаждением до 0°; 3) количественно определялась степень помутнения на спектрофотометре СФ-4 при длине волны 815 м $\mu$ .

Для определения активности фосфолипазы С к 1 мл раствора токсина прибавлялось 2 мл субстрата, смесь инкубировалась при 37° в течение 15—30 мин., после чего определялась оптическая плотность.

Облучение  $\gamma$ -лучами производилось на установке  $Co^{60}$  при интенсивности излучения 77,5 г/сек. Сухой препарат фосфолипазы в количестве 20—40 мг облучался в чашечке из плексигласа в виде тонкого слоя, равномерно распределенного на дне сосуда. Сразу после окончания облучения производилось определение активности. Во всех опытах сравнивались калибровочные кривые облученного и необлученного препаратов. Производилось сравнение активности облученного и необлученного препаратов, растворенных в различных растворителях, одним из которых был боратный буфер рН 8,6, а другим — вода рН 6,6.

Сравнение активностей облученного и необлученного препаратов производилось двумя способами. Во-первых, сравнивались на двух кривых количества облученного и необлученного энзимов, одинаковых по своей активности. Во-вторых, по калибровочной кривой необлученного токсина отсчитывалось действие соответствующей навески облученного токсина. Полученные таким образом данные позволяли многократно и точно сопоставлять активности сравниваемых препаратов.

Определением инактивации фосфолипазы С при четырех постепенно возрастающих дозах облучения было установлено отношение остаточной активности к исходной  $\frac{n}{n_0}$  (табл. 1).

Если графически выразить зависимость оставшейся после облучения активности от дозы облучения в полулогарифмических координатах, то получаем прямую (рис. 1).

На основании вышеуказанного для вычисления чувствительной единицы веса фосфолипазы С<sup>(10)</sup> можно применить формулу

$$\frac{n}{n_0} = e^{-vI}, \quad (1)$$

где  $v$  — объем чувствительной к ионизации единицы \*,  $I$  — число первичных ионизаций на 1 мл сухого энзима.

Значение  $v$  вычислялось из уравнения (1) двумя способами.

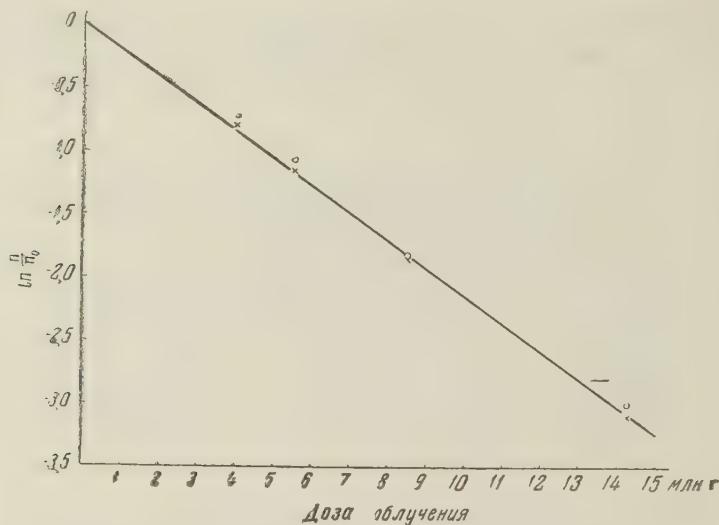


Рис. 1. Зависимость оставшейся активности фосфолипазы С от дозы излучения: о — вода рН 6,6, × — буфер рН 8,6

Первый способ состоит в том, что графически определяется доза, при которой в исследуемом препарате остается только 37% биологической активности; так как  $e^{-1} = 0,37$ , то при этом  $vI = 1$  и  $v = 1/I$ .

Пользуясь графиком (рис. 1), этим способом было установлено, что дозой облучения, вызывающей инактивацию на 63%, является  $4,6 \cdot 10^6$  г. Этой дозе соответствует (6)  $4,6 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{12} = 7,36 \cdot 10^{18}$  первичных ионизаций в 1 мл сухого энзима.

При примененных нами условиях излучения можно считать, что ионизации равномерно распределяются по объему. Таким образом, одна ионизация приходится на объем  $1/7,36 \cdot 10^{18}$  мл, что соответствует  $v = 1,36 \cdot 10^{-19}$  мл.

В случае многих энзимов, подвергнутых облучению в сухом виде, чувствительные единицы веса, вычисленные из данных облучения, совпадают с молекулярными весами, вычисленными на основе других методов. Иными словами, объем чувствительной единицы равняется объему молекулы (6-8).

При обычной плотности белков 1,3 масса одной молекулы равна  $1,36 \cdot 10^{-19} \cdot 1,3 = 1,77 \cdot 10^{-19}$  г, откуда молекулярный вес равен  $1,77 \cdot 10^{-19} \cdot 6,06 \cdot 10^{23} = 107000$ .

Второй способ основан на том же уравнении, но величина  $v$  определяется не по графику, а вычисляется из логарифмической формы уравнения:

$$\ln \frac{n}{n_0} = -vI. \quad (2)$$

\* За чувствительную к излучению единицу принимается агрегат атомов, в котором одна первичная ионизация ведет к потере биологической активности агрегата.

Пользуясь этим уравнением, были вычислены  $v$ , масса молекулы и молекулярный вес для каждого экспериментально полученного отношения  $\frac{n}{n_0}$  (табл. 1).

Таким образом мы получили значение молекулярного веса фосфолипазы С 106 000 ( $\pm 3000$ ).

Полученная нами величина молекулярного веса фосфолипазы С лежит как в пределах, в которых, показали Пасынский с сотрудниками на белках с известным молекулярным весом (<sup>6</sup>, <sup>7</sup>), можно достаточно точно определить молекулярный вес путем радиационной инактивации сухих препаратов биологически активных белков при  $\gamma$ -облучении.

В литературе не имеется данных о размерах молекулы фосфолипазы С. Единственные указания в этом направлении имеются в работах Левенсона и Грабаря (<sup>12</sup>), которые изучали размеры гемолизинов токсина С Cl. perfringens и установили, что летальные факторы этого токсина меньше молекулы гемолизина, следовательно меньше 300000. Как стало позже известно (<sup>13</sup>), в состав летальных факторов токсина С входит фосфолипаза С.

Сопоставляя полученные нами результаты с данными Ван Хейнингена и Бидуэла (<sup>14</sup>), которые определили константу диффузии фосфолипазы С ( $D_{20} = 7,41 \cdot 10^{-7} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ ), мы попытались подсчитать  $f/f_0$  (<sup>15</sup>). Была получена величина 0,93, очень близкая к 1, что приводит к выводу о сферической форме молекулы фосфолипазы С.

Этот вывод имеет существенное значение, так как  $M \approx 100000$  при сферической форме частиц соответствует их диаметру  $\approx 69 \text{ \AA}$ , что значительно меньше среднего расстояния между ионизациями при  $\gamma$ -облучении ( $\geq 100 \text{ \AA}$ ). Это показывает, что между инактивируемыми объемами нет перекрывания, что оправдывает примененный метод расчета.

Вводя полученную нами величину молекулярного веса и константу диффузии в известное уравнение Сведберга:

$$M = \frac{s RT}{D(1 - \bar{v}\rho)},$$

где  $v$  — удельный парциальный объем белка, а  $\rho$  — плотность растворителя, мы подсчитали вероятную константу седиментации фосфолипазы С  $S = 7,9 \cdot 10^{-13}$ .

Авторы выражают свою благодарность проф. А. Г. Пасынскому за ценные консультации при проведении данной работы, В. И. Затуловскому за содействие при облучении препаратов и Я. А. Зброжине за участие в приготовлении препаратов фосфолипазы С.

Институт биохимии им. А. Н. Баха  
Академии наук СССР,  
Государственный Институт гигиены  
и Биохимический комитет  
Польской Академии наук

Поступило  
3 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> J. Meduski, A. Zbrogyna, A. Zakrzewska, D. Olkowska, *Acta Microbiol. Polon.*, 5, 73 (1956). <sup>2</sup> L. D. S. Smith, *Introduction to the Pathogenic Anaerobes*, Chicago, 1955. <sup>3</sup> D. Lea, K. M. Smith, B. Holmes, K. Markham, *Parasitology*, 36, 110 (1944). <sup>4</sup> Adne Oge, *Radiat. Res.*, 6, 27 (1957). <sup>5</sup> D. Lea, *Actions of Radiations on Living Cells*, 1946. <sup>6</sup> Е. В. Будницкая, И. Г. Борисова, А. Г. Пасынский, ДАН, 110, 603 (1956). <sup>7</sup> М. С. Волкова, А. М. Тонгур, А. С. Чунаева, А. Г. Пасынский, *Биофизика*, 2, № 4 (1957). <sup>8</sup> D. L. Agonson, M. J. Fraser, C. L. Smith, *Radiat. Res.*, 5, 225 (1956). <sup>9</sup> R. G. Macfarlane, L. C. Oakley, C. G. Anderson, *J. Path. Bact.*, 52, 99 (1941). <sup>10</sup> E. Pollard, W. K. Guild, F. Hutchinson, R. B. Setlow, *Progr. in Biophys.*, 5, 72 (1952). <sup>11</sup> W. E. Van Heyningen, *Biochem. J.*, 35, 1246 (1941). <sup>12</sup> S. Levenson, P. Grabar, C. R. Soc. Biol., 132, 210 (1939). <sup>13</sup> A. R. Prévot, *Biologie des Maladies dues aux Anaérobies*, 1955, p. 246. <sup>14</sup> W. E. Van Heyningen, E. Bidwell, *Biochem. J.*, 42, 130 (1948). <sup>15</sup> D. M. Greenberg, *Amino Acids and Proteins*, 1951, p. 392.

Академик А. И. ОПАРИН, Г. А. ДЕБОРИН и В. З. БАРАНОВА

**ВЛИЯНИЕ ДЕЗОКСИРИБОНУКЛЕИНОВОЙ КИСЛОТЫ  
НА РАСЩЕПЛЕНИЕ БЕЛКОВ ТРИПСИНОМ**

В связи с той важной ролью, которую играют в организме нуклеиновые кислоты, в последние годы внимание ряда исследователей привлечено к изучению влияния этой группы веществ на активность различных ферментов в опытах *in vitro*. Славик и Сметана<sup>(1)</sup>, Шорм и Грубешова<sup>(2)</sup> показали, что РНК тормозит действие протеиназ ниже их изоэлектрической точки в физиологических концентрациях. Чепинога и Павловский<sup>(3)</sup> на белковых препаратах из мышц — альдолазе и энолазе — показали обратимое торможение их ферментативной активности при взаимодействии с нуклеиновыми кислотами, особенно с высокополимерной ДНК. Обнаружено также торможение активности аргиназы<sup>(4)</sup> и лизоцима<sup>(5)</sup> в присутствии нуклеиновых кислот. Батлер<sup>(6)</sup> нашел, что подавление активности амилаз солода в присутствии РНК обусловлено сильной адсорбирующей способностью последней.

Механизм взаимодействия нуклеиновых кислот с ферментными белками не является пока достаточно выясненным, однако имеются основания считать, что при этом образуются комплексы, компоненты которых могут быть связаны между собой при помощи электростатического взаимодействия, водородной связи, вандерваальсовых сил или ковалентной химической связи. Образование таких комплексов было установлено методом электрофореза<sup>(7, 8)</sup> и методом светорассеяния<sup>(9)</sup>.

Нами исследовалось влияние высокополимерной ДНК на протеолитический процесс в условиях выше изоэлектрической точки, т. е. в условиях, когда взаимодействие ДНК с ферментом не приводило к выпадению осадка.

В опытах использовалась ДНК из зобной железы теленка, молекулярный вес которой, определенный вискозиметрически<sup>(10)</sup>, составлял  $0,8 - 1,4 \cdot 10^6$ . Кристаллический трипсин был получен по методу Кунитца и Нортропа<sup>(11)</sup>. Определение кинетики протеолиза проводилось спектрофотометрически по модифицированному методу Кунитца. Из опытных смесей, содержащих фермент и субстрат, через определенные интервалы времени инкубации (в фосфатном буфере  $\text{pH } 8,0 - 8,4$ ) брались пробы по 0,1 мл, к которым одновременно прибавляли по 4 мл дистиллированной воды и по 0,1 мл 90% трихлоруксусной кислоты. После 45 мин. стояния при комнатной температуре и тщательного перемешивания определялись оптические плотности образовавшихся суспензий при  $400 \text{ мкм}$  в спектрофотометре СФ-4. Прирост протеолиза характеризовался величиной  $\Delta E$ , соответствующей разности между оптической плотностью, получаемой при нулевом времени инкубации, и оптической плотностью, получаемой в определенный отрезок времени. Контролем служил ход протеолиза с добавлением вместо ДНК эквивалентного объема 1 *M* раствора  $\text{NaCl}$ , так как использованный в опытах препарат ДНК также находился в растворе 1 *M*  $\text{NaCl}$ .

На рис. 1 представлены кривые хода протеолиза трипсином различных

субстратов: сывороточного альбумина, яичного альбумина и казеина. Каждая опытная кривая (с добавлением ДНК) должна сравниваться с соответствующей контрольной кривой. В случае различных субстратов имеет место заметное торможение протеолитического процесса.

Для выяснения природы торможения процесса протеолиза в присутствии ДНК проводилось исследование влияния на ход протеолиза предварительной инкубации с ДНК одного фермента или одного субстрата.

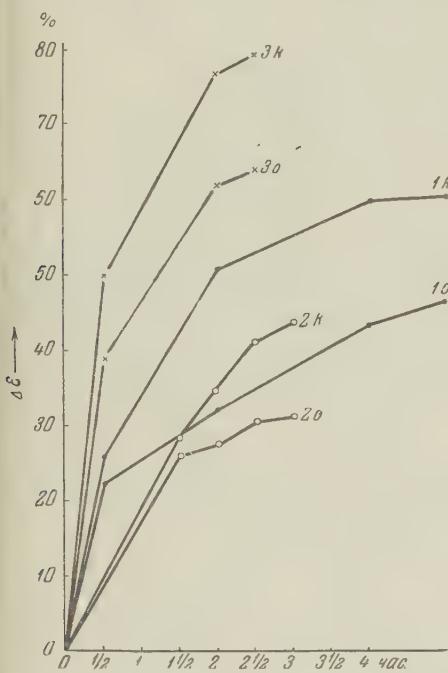


Рис. 1

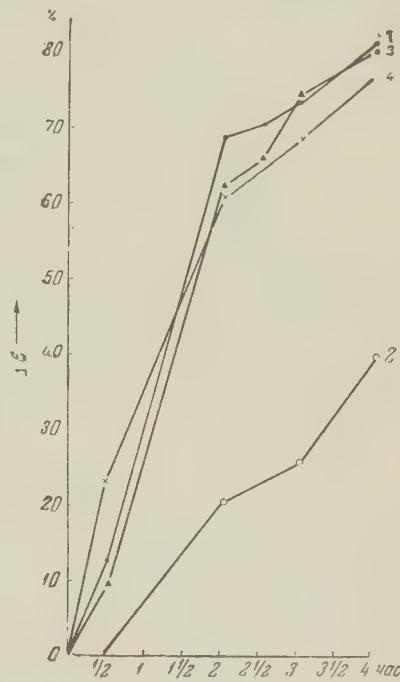


Рис. 2

Рис. 1. Влияние ДНК на ход протеолиза трипсином различных субстратов: 1 — сывороточный альбумин, 2 — яичный альбумин, 3 — казеин, к — контроль, о — опыт

Рис. 2. Влияние предварительной инкубации с ДНК одного субстрата и одного фермента на ход протеолиза: 1 — инкубирование сывороточного альбумина с NaCl в течение 45 мин. при 37°, затем добавление свежего фермента, 2 — инкубирование сывороточного альбумина с ДНК, затем добавление фермента, 3 — инкубирование трипсина с NaCl и добавление свежего субстрата, 4 — инкубирование трипсина с ДНК.

На рис. 2 приведены результаты одного из опытов этой серии. В вариантах опыта 2 и 4 количество ДНК одинаково и соотношение ДНК : субстрат равно 1 : 15. Соотношение ДНК : трипсин при предварительной инкубации их смеси составляло 4 : 1, а соотношение фермент : субстрат в этих опытах равнялось 1 : 70. Из рассмотрения этих кривых следует, что резкое торможение протеолиза происходит только в случае предварительной инкубации с ДНК субстрата, тогда как предварительная инкубация с ДНК фермента практически не сказывалась на кинетике протеолиза. В аналогично поставленном опыте с использованием в качестве субстрата казеина при других соотношениях компонентов получена сходная, но несколько менее ярко выраженная картина. На основании результатов этих опытов можно прийти к заключению, что в использованных системах ДНК оказывает влияние не на фермент, а на субстрат, давая общую картину торможения протеолитического процесса.

Определение влияния на ход протеолиза величины соотношения ДНК : сывороточный альбумин при предварительной инкубации их смеси пока-

зало, что увеличение этого соотношения приводит к усилению торможения протеолиза, и только при большом избытке ДНК над сывороточным альбумином (1 : 0,6 и 1 : 0,5) не происходило дальнейшего торможения протеолиза. В ряде опытов обнаружено, что торможение протеолиза наступает и при очень большом избытке сывороточного альбумина над ДНК. Так, например, предварительная инкубация ДНК с сывороточным альбумином в отношении 1 : 76 давала заметное торможение протеолиза.

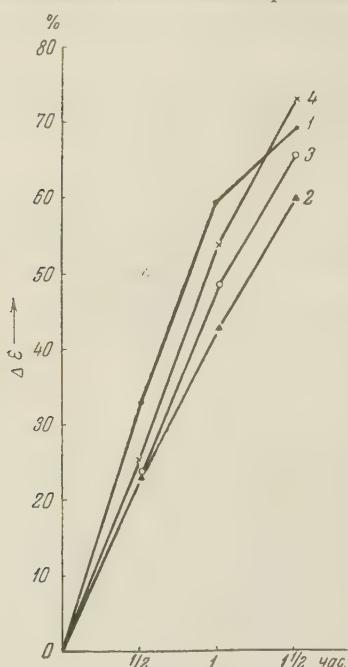


Рис. 3. Ход протеолиза казеина в присутствии различных препаратов ДНК: 1 — контроль, 2 — инкубирование казеина с препаратом ДНК мол. веса  $8 \cdot 10^5$ , 3 — инкубирование казеина с ДНК мол. веса около  $4 \cdot 10^5$ , 4 — инкубирование казеина с ДНК, предварительно деполимеризованной дезоксирибонуклеазой до полного разжижения.

влияет на кинетику протеолитического процесса. Совокупность этих фактов свидетельствует о многообразии возможных путей регулирования энзиматических процессов в такой сложной и многокомпонентной системе, какой является клетка.

Институт биохимии им. А. Н. Баха  
Академии наук СССР

Поступило  
26 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> K. S l a v i k, R. S m e t a n a, Chem. Listy, **47**, 253 (1953). <sup>2</sup> F. S o g t, M. H g i b e s o v a, Chem. Listy, **49**, 115 (1955). <sup>3</sup> O. P. C h e p i n o g a, I. O. P a v l o v s k i y, Укр. биохим. журн., **28**, № 3, 308 (1956). <sup>4</sup> S. M o s s, Science, **115**, 69, (1952). <sup>5</sup> R. S c a g n e s, D. W a t s o n, J. Bacteriol., **70**, 110 (1955). <sup>6</sup> J. B u t l e r, Nature, **156**, 781 (1945). <sup>7</sup> H. Y a m a p e, J. Physiol. Soc. Japan, **17**, 555 (1955). <sup>8</sup> R. N a t h, M. C o h l y, K. G i v i, J. Ind. Inst. Sci., **37**, 163 (1955). <sup>9</sup> E. G e i d u s c h e k, P. D o t y, Biochim. et Biophys. Acta, **9**, 609 (1952). <sup>10</sup> D. M. S p i t k o v s k i y, Биофизика, **1**, в. 4, 319 (1956). <sup>11</sup> D. H o r t r o p, M. K u n i t z, P. H e r r i o t, Кристаллические ферменты, ИЛ, 1950. <sup>12</sup> A. O r a g i n, N. G e l m a n, G. D e b o r i n, Arch. Biochem. and Biophys. (in press).

А. А. ПРОКОФЬЕВ и Г. В. НОВИЦКАЯ

АКТИВНОСТЬ ЛИПАЗЫ И НАКОПЛЕНИЕ ЖИРА  
В СЕМЕНАХ ЛЬНА И МАКА

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 11 VI 1957)

Согласно существующим представлениям (1-4) заключительный этап образования глицеридов, т. е. образование эфирной связи между глицерином и жирными кислотами, осуществляется с помощью специального фермента липазы. Принимается также, что и обратный процесс — распад или омыление жира, происходящий, например, при прорастании семян масличных растений, также катализируется липазой (5, 6). Во всяком случае,

Таблица 1

Изменение активности липазы и накопление масла в созревающих семенах льна и мака

Число дней с момента цветения	Вес 1000 абс. сух. семян (г)	Содержание воды (%)	Содержание масла		Прирост масла за сутки в 1000 семян (мг)	Активность липазы (мл 0,1N NaOH)		
			на 1000 семян (мг)	на абс. сух. вес (%)		на 1000 семян	на 1 г сыр. веса	на 1 г абс. сух. веса
<b>Семена льна</b>								
9	0,2	85,0	2	1,1	8	0,8	0,61	4,01
13	1,1	82,3	34	3,1	115	—	—	—
20	2,7	64,6	840	31,0	137	8,8	1,15	4,24
26	4,1	52,6	1661	40,5	73	9,2	1,07	2,26
40	6,4	27,7	2691	42,1	24	3,4	0,38	0,54
54	6,5	9,7	3032	46,2		2,7	0,38	0,42
<b>Семена мака</b>								
5	0,12	89,7	14	1,2	6,8	0,06	0,05	0,49
10	0,18	79,5	48	26,7	18,5	0,32	0,36	1,76
16	0,33	63,5	159	48,1	16,2	0,77	0,85	2,33
21	0,46	52,6	240	—		3,28	3,41	7,19
25	0,46	47,6	—	50,8	2,2	1,01	1,16	2,23
31	0,53	36,7	262	50,9		0,78	0,93	1,47

как справедливо отмечает Баманн (2), всюду, где происходит превращение жира, обнаруживается активная липаза.

Серьезным доводом в пользу непосредственного участия липазы в синтезе жира могло бы явиться установление корреляции между темпами накопления жира и степенью активности липазы в созревающих семенах масличных растений. Известно, что при созревании семян льна активность липазы остроенено падает (7, 8). Кроме того, был отмечен факт известной корреляции активности липазы с напряженностью жирообразовательного процесса

в созревающих семенах подсолнечника<sup>(9)</sup>. Для других масличных растений данные либо неполные, либо отсутствуют.

В настоящей работе была поставлена задача проследить характер связи между накоплением жира и активностью липазы. Основными объектами служили семена льна и мака в течение всего периода их формирования и созревания. Растения выращивались в 1955 и 1956 гг. на опытном участке Института физиологии растений АН СССР. Отбор средних проб производился систематически с предварительно отмеченных (время цветения) типичных растений. Число растений в каждой пробе колебалось от 25 (мак) до 50 (лен). Активность липазы определялась алкалиметрическим методом по Ермакову<sup>(10)</sup>, с теми изменениями, которые были внесены нами ранее<sup>(9)</sup>. К сожалению, об активности фермента приходится судить на основании

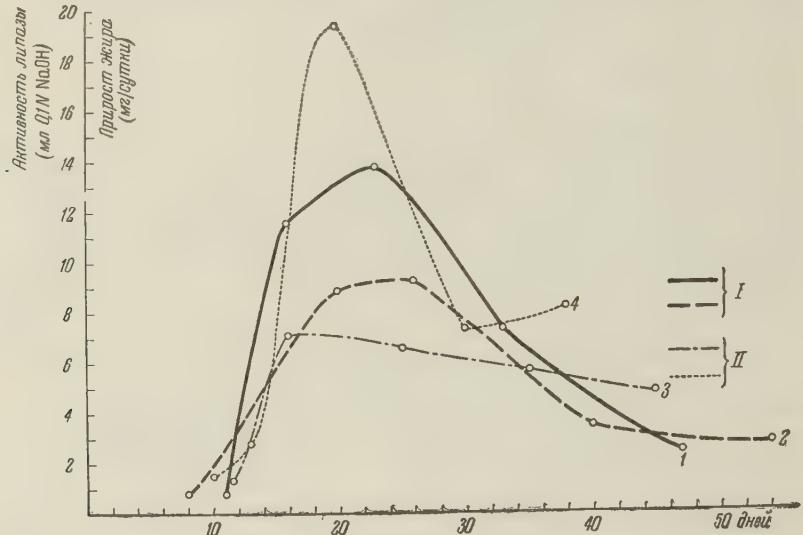


Рис. 1. Изменение активности липазы (2 и 4) и прирост жира (1 и 3) в созревающих семенах льна (I) и подсолнечника (II)

определения его гидролитической деятельности, так как сколько-нибудь удовлетворительных методов учета синтетической активности липазы в настоящее время еще не существует. Количество жира определялось рефрактометрически<sup>(10)</sup>. Материал для определения жира предварительно фиксировался в аппарате Коха, после чего высушивался в вентиляторной сушилке при 40—45°. Для учета сухого веса семян последние фиксировались высокой температурой (15 мин. при 105°) с последующей сушкой в сушильном шкафу (50—60°). Влажность семян определялась обычным весовым путем. Прибавка жира (мг/сутки) вычислялась на основании абсолютных величин накопления жира в 1000 семян. Результаты, характеризующие закономерные изменения в семенах льна в процессе их созревания, представлены в табл. 1. Как видно из данных табл. 1, в процессе формирования и созревания семян происходит неуклонное увеличение веса семян и падение их влажности. Относительное содержание жира очень быстро растет примерно до 26 дней с момента цветения, после чего изменяется сравнительно мало. Накопление абсолютных количеств жира происходит до полного созревания семян. Расчет суточного накопления жира показывает, что наиболее интенсивно этот процесс происходит в период между 13—26 днями. Материалы таблицы свидетельствуют о том, что наибольшая активность липазы также приходится на указанный период. О том, что данная закономерность свойственна в известной мере, по-видимому, некоторым другим масличным семенам, свидетельствуют материалы, полученные ранее<sup>(9)</sup>. В указанных опытах была прослежена динамика накопле-

ния жира и активности липазы. Произведенный нами расчет коррелятивной связи между интенсивностью накопления жира и активностью липазы у семян подсолнечника показывает, что и у семян данного растения максимальный суточный прирост жира достаточно хорошо совпадает с наибольшей активностью фермента (рис. 1).

Подобное исследование было проведено также с маком масличным. Двухлетние опыты дали весьма сходные результаты, хотя метеорологические условия 1955 и 1956 гг. были различны (рис. 2).

Как видно из графика, в семенах мака не наблюдается такой корреляции между интенсивностью накопления жира и активностью липазы, как в семенах льна и подсолнечника. Максимумы липазной активности несколько сдвинуты вправо, т. е. наибольшая активность фермента приходится на

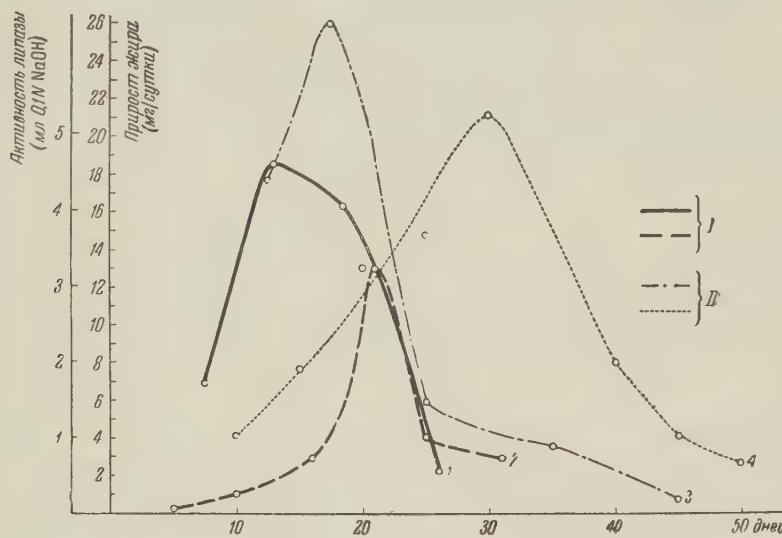


Рис. 2. Изменение активности липазы (2 и 4) и прирост жира (1 и 3) в созревающих семенах мака масличного. I — 1955 г., II — 1956 г.

период, непосредственно следующий за наиболее интенсивным накоплением жира. Особенно ярко подобное «отставание» липазы было выражено в условиях 1956 г., который характеризовался более растянутым периодом созревания семян вследствие низких температур и высокой влажности вегетационного периода.

В то же время другие закономерности, свойственные созревающим семенам масличных растений, полностью сохранялись и у мака (табл. 1).

Чем объясняется подобное различие в поведении фермента у разных масличных семян, остается пока неясным и требует дополнительных исследований. Не исключена возможность, что более тесная связь между жиронакоплением и активностью липазы могла бы выясниться при учете синтезирующей активности фермента.

На основании приведенных материалов можно прийти к заключению, что изменение активности липазы и динамика накопления жира в созревающих семенах масличных растений графически выражаются одновершинными кривыми. В молодых семенах, в тканях которых откладываются небольшие количества жира, активность липазы сравнительно невелика. В более зрелых семенах темпы накопления жира увеличиваются, растет также и активность фермента. В созревающих семенах активность фермента и жиронакопление заметно ослабевают. Низкие уровни накопления жира и активности липазы хорошо коррелируют между собой у всех исследован-

ных растений. В отношении же максимальных значений показателей такая корреляция обнаруживается далеко не всегда. Достаточно полная, прямая корреляция между накоплением жира и активностью липазы (на всех этапах созревания семени) обнаруживается у льна, менее полная — у подсолнечника. Наконец, у семян мака наивысшая активность фермента не совпадает с максимальным приростом жира.

Поступило  
10 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. А. Зиновьев, Химия жиров, М., 1952. <sup>12</sup> Е. Ватманн, Е. Уллманн, Biochem. Zs., 312, 8 (1942). <sup>3</sup> Е. Ватманн, Е. Уллманн, Handbuch der Pflanzenphysiologie, 7, Berlin—Cöttingen—Heidelberg, 1957. <sup>4</sup> С. Иванов, Ber. deutsch. Bot. Gesellsch., 29, 595 (1911). <sup>5</sup> В. Крекер, Л. Бартон, Физиология семян, ИЛ, 1955. <sup>6</sup> Е. Вальдшмидт-Лейц, Ферменты, их действие и свойства, Л., 1929. <sup>7</sup> Е. Theis, I. Long, C. Brown, Ind. and Eng. Chem., 21, 1244 (1929). <sup>8</sup> Е. Theis, I. Long, G. Beal, Ind. and Eng. Chem., 22, 768 (1930). <sup>9</sup> Л. П. Жданова, Г. В. Иванова (Новицкая), Физиол. раст., 1, № 2, 122 (1954). <sup>10</sup> А. И. Ермаков, Методы биохимического исследования растений, 1952.

БИОХИМИЯ

Б. А. РУБИН и Л. М. ХАНДОБИНА

ДЕЙСТВИЕ ФТОРИСТОГО НАТРИЯ НА ДЫХАНИЕ  
ЗДОРОВОЙ И ПОРАЖЕННОЙ ФОМОЗОМ МОРКОВИ

(Представлено академиком А. И. Опариным 7 VI 1957)

К числу наиболее характерных изменений в ходе физиологических процессов, возникающих у высших растений под влиянием инфекции, относится повышение интенсивности дыхания (1-4, 7-11). В наших исследованиях, наряду с повышением в 2,5—3 раза интенсивности дыхания в корнях моркови в связи с заражением *Phoma Rostrupii*, наблюдалась активация полифенолоксидазы и пероксидазы (иногда в 9—11 раз).

В ряде исследований показано, что активирование дыхания под влиянием заражения должно рассматриваться как одно из наиболее ярких проявлений защитных функций растительного организма (1-4, 7, 10, 11). В самое последнее время установлено, что происходящие при этом сдвиги в дыхании имеют не только количественный характер, но и связаны с качественной перестройкой процесса (3, 7, 11).

Всем сказанным подчеркивается необходимость дальнейшего детального изучения изменений в окислительном обмене растительной клетки, которые возникают в ней под влиянием патогенных микроорганизмов.

В настоящей работе изложены данные проведенных нами наблюдений над влиянием, которое оказывает NaF на дыхание моркови — здоровой и зараженной *Phoma Rostrupii*.

Как известно, фтористый натрий действует на первый этап дыхания — гликолиз, подавляя энолазу (5, 6). Имеются, кроме того, указания на то, что NaF подавляет реакции фосфорилирования и влияет также на цитохромную систему (6).

Работа проводилась с двумя сортами моркови: ранним — Нантская и поздним — Московская зимняя. Чистосортный материал мы получали на протяжении периода хранения из овощехранилища Грибовской селекционной станции при содействии С. П. Агапова.

Искусственное заражение производилось кусочками мицелия чистой культуры *Phoma Rostrupii*, которые вносились в надрез вокруг головки корня. Контрольные корни также надрезались. Зараженная и незараженная морковь хранилась в отдельных ящиках в мокром песке в холодильнике при 4°.

На основании проведенной нами методической работы мы остановились на концентрации NaF 0,02 M.

Введение NaF в ткань корня моркови осуществлялось методом вакуум-инфилtrации; контрольные корни инфильтрировались водой. При определении влияния NaF на дыхание мицелия *Phoma Rostrupii* последний помещался в раствор фтористого натрия; контрольные пробы помещали в воду.

Определения проводились на 20 день после заражения в аппарате Варбургра при температуре 25°.

У зараженной моркови большое количество мицелия находится в разрушенной, почерневшей ткани в пустотах, образовавшихся в этой ткани. Кроме такой некротизированной ткани исследовалась отдельно ткань

внешне здоровая, расположенная рядом с местом поражения; при микроскопическом исследовании этих участков корней, в них не было обнаружено мицелия гриба.

Часть полученных данных приведена в табл. 1—3.

Таблица 1

Действие фтористого натрия на дыхание здоровой и зараженной *Phoma Rostrupii* моркови

Дата	Вариант	Поглощение $O_2$			Выделение $CO_2$		
		в $\mu l/g \cdot час$		в % от контроля	в $\mu l/g \cdot час$		в % от контроля
		$H_2O$ (контроль)	NaF		$H_2O$ (контроль)	NaF	
Московская зимняя							
1 II	Незараженная	99,3	42,1	42,4	—	—	—
	Зараженная внешне здоровая ткань	181,8	87,3	48,0	—	—	—
4 III	Некротизированная ткань	345,8	362,9	104,9	—	—	—
	Незараженная	113,8	27,4	24,0	64,7	0,0	0,0
20 IV	Зараженная	202,6	88,4	43,6	176,9	63,4	35,8
	Незараженная	184,6	75,5	40,9	183,3	79,4	43,7
	Зараженная внешне здоровая ткань	174,8	115,8	66,2	110,7	58,2	52,6
	Некротизированная ткань	205,7	243,5	118,4	142,6	190,1	133,3
Нантская							
1 II	Незараженная	86,8	19,2	22,1	—	—	—
	Зараженная внешне здоровая ткань	194,6	52,9	27,2	—	—	—
5 III	Некротизированная ткань	347,5	413,7	119,5	—	—	—
	Незараженная	71,6	2,9	4,0	17,8	0,0	0,0
18 IV	Зараженная	203,0	67,9	33,3	198,4	72,7	36,6
	Незараженная	110,4	20,9	18,9	107,0	21,0	12,3
	Зараженная внешне здоровая ткань	68,4	26,5	38,7	60,6	33,0	54,4
	Некротизированная ткань	182,1	192,6	105,6	76,1	107,0	140,6

Фтористый натрий, как видно из табл. 1, сильно подавляет дыхание здоровых корней моркови. Так, поглощение кислорода под действием NaF составляет лишь 4—22% от дыхания контроля для Нантской и 24—42% для Московской зимней. Еще сильнее подавляется выделение углекислого газа. В разные периоды хранения эффект, вызываемый фторидом натрия, не одинаков. Максимальное подавление наблюдалось в марте; до этого, также ближе к весне действие NaF было слабее.

Влияние NaF на дыхание зараженной моркови существенно отличается от влияния этого ингибитора на незараженную.

Определения показали, что в незараженной моркови обоих сортов в марте выделение  $CO_2$  под действием NaF полностью подавляется, тогда как в зараженной оно составляло около  $1/3$  от контроля.

Поглощение кислорода под действием NaF подавлялось у незараженной моркови также гораздо больше, чем у зараженной. Та же закономерность наблюдалась и в другие сроки. Таким образом, при заражении моркови грибом *Phoma Rostrupii* устойчивость дыхания тканей моркови к действию NaF значительно возрастает.

При введении NaF в некротизированную ткань, дыхание последней не подавлялось, но значительно активировалось. Активация отмечалась как по поглощению  $O_2$  (4—19%), так и по выделению  $CO_2$  (около 40%).

Следовательно, при заболевании моркови фомозом происходит не только интенсификация дыхания и активация отдельных ферментов, что отмечалось выше, но и качественная перестройка дыхательных процессов.

Для выяснения причин этого интересного факта мы предприняли изучение действия NaF на дыхание мицелия *Phoma Rostrupii*. При этом оказалось, что поглощение кислорода под действием NaF, а также и выделение углекислого газа у более молодого мицелия изменяется сильнее. Так, дыхание под действием NaF у 15—20-дневного мицелия по поглощению  $O_2$  составляло 79,4%, а по выделению  $CO_2$  54,8% от контроля. У 30—35-дневного мицелия влияния NaF на дыхание почти не наблюдалось. При исследовании дыхания 70-дневной культуры отмечалась значительная стимуляция дыхания (табл. 2).

Таблица 2

Действие NaF  
на дыхание *Phoma Rostrupii*

Возраст культуры гриба в днях	Поглощение $O_2$		Выделение $CO_2$		в % от контроля	
	в $\mu l/g\cdot\text{час}$		в $\mu l/g\cdot\text{час}$			
	$H_2O$ (контроль)	NaF	$H_2O$ (контроль)	NaF		
15—20	309,0	245,4	79,4	520,2	285,0	54,8
30—35	558,9	523,0	93,6	682,0	675,3	99,0
70	185,2	210,8	113,8	78,9	106,4	134,8

Изменение дыхательного коэффициента у *Phoma Rostrupii* в связи со временем выращивания на питательной среде

Возраст культуры гриба в днях	$H_2O$ (контроль)	NaF
15—20	1,68	1,16
30—35	1,22	1,25
70	0,37	0,50

Надо отметить, что интенсивность дыхания старого мицелия сравнительно низкая (см. табл. 2) при ненормальном для *Phoma Rostrupii* низком дыхательном коэффициенте (табл. 3). По-видимому, при длительном росте на морковном экстракте *Phoma Rostrupii* начинает ощущать недостаток питательных веществ, представляющих дыхательный субстрат, что, возможно, влечет за собой угнетение дыхания, особенно на первой ступени — гликолизе; вполне вероятно, что именно этим и обусловлено то, что в эти сроки NaF не подавляет дыхания мицелия.

Таким образом, заражение моркови *Phoma Rostrupii* наряду с сильной активацией дыхания и действия отдельных оксидаз вызывает качественные сдвиги в дыхательной системе. Не исключено, что у моркови при этом значительно возрастает доля участия прямого окисления. Вопрос этот требует экспериментального изучения.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
4 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 Е. В. Арциховская, Докторская диссертация, Инст. биохимии АН СССР, 1957.
- 2 А. Н. Бах, Журн. Русск. физ.-хим. общ., 44, в. 1 (1912).
- 3 Б. А. Рубин, Е. П. Четверикова, Биохимия плодов и овощей, Сборн. 3 (1955).
- 4 Б. П. Стrogанов, Сборн. научн. работ комсомольцев биологов, Изд. АН СССР, 1940.
- 5 В. Дежимс, Дыхание растений, ИЛ, 1956.
- 6 Д. Б. Самнер, Г. Ф. Сомерс, Химия ферментов и методы их исследования, ИЛ, 1948.
- 7 Г. Фаркаш, З. Кираль, Изв. АН СССР, сер. биол., № 5 (1956).
- 8 Р. J. Allen, Phytopathology, 43, 221 (1953); Ann. Rev. Plant Physiol., 5 (1954).
- 9 C. Sempio, Phytopathology, 40, 1 (1950).
- 10 К. Томиути, N. Takase, R. Sakai, M. Takakuwa, Ann. Phytopathol. Soc. Japan, 20, № 2—3 (1955).
- 11 I. Uritani, T. Akazawa, M. Uritani, Nature, 174, № 4440 (1954).



ГЕОЛОГИЯ

Н. А. АЙБУЛАТОВ

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ПОТОКОВ ВЗВЕШЕННЫХ  
ПЕСЧАНЫХ НАНОСОВ У МОРСКИХ БЕРЕГОВ**

(Представлено академиком А. А. Григорьевым 29 IV 1957)

При строительстве гидротехнических сооружений на морских побережьях одной из важных задач является определение мощности потока песчаных наносов. Существующие в практике методы подсчета перемещающихся масс песка весьма неточны (<sup>3,4</sup>) и базируются в основном на геоморфологических данных. Если галечные наносы перемещаются лишь в приурезовой зоне моря, где сравнительно легко производить непосредственные наблюдения, то на песчаных отмелых берегах, характеризующихся большой шириной потока наносов (иногда более 1 км), такие наблюдения трудно выполнимы.

Возможность изучения перемещения песчаных наносов непосредственно на подводном береговом склоне появилась в результате разработки способа окраски песка органическими люминофорами (<sup>1,3</sup>). Для исследований была сооружена подвесная дорога длиной 200 м, позволяющая проводить наблюдения во время шторма в зоне наиболее интенсивного перемещения песчаного материала.

Участок работ представляет собой отмель аккумулятивный берег Анапской пересыпи Черного моря. Подводный береговой склон исследуемого берега осложнен тремя подводными валами с разделяющими их ложбинами. Механический состав наносов довольно однообразен и представлен фракцией 0,10—0,25 мм, уклоны дна составляют 0,013—0,015 (<sup>1</sup>). На этом участке автору под руководством проф. В. П. Зенковича удалось уточнить и дополнить ранее сделанные определения скорости перемещения песка при различных гидрометеоусловиях (<sup>7</sup>), а также определить мощность вдольберегового потока взвешенных наносов.

Комплекс исследований включал: 1) получение штормового профиля подводного берегового склона и измерения уровня моря; 2) определение средней концентрации взвеси (мутности потока) в различных точках профиля подводного склона ( $\rho$ ) и выделение зон различной мутности; 3) вычисление площади живого сечения каждой зоны; 4) измерение скоростей течений ( $v$ ) и расхода воды по каждой зоне; 5) вычисление расхода (мощности) потока взвешенных наносов по зонам и суммарной мощности потока по всей длине подвесной дороги; 6) вычисление ходового расхода взвешенных наносов, проходящих через данный створ в различных направлениях, и подсчет баланса наносов для исследуемого участка берега.

В результате установлено, что при слабых и умеренных волнениях (2—3 балла) основной транзит наносов идет в зоне 1-го (от берега) подводного песчаного вала, где в данных условиях происходит первое забурунивание волн (рис. 1). Величина средней мутности здесь почти вдвое больше, чем в зоне 2-го вала, и в 15 раз больше, чем в ложбинах. Правда, в приурезовой полосе средняя мутность еще выше, чем на гребне подводного вала, но ширина полосы с такой мутностью несравненно меньше.

Распределение поверхностных течений при данных гидрометеорологи-

ческих условиях показывает, что максимум скоростей вдольбереговых течений также приходится на зону 1-го вала. Это позволяет, очевидно, говорить о расположении здесь и максимальных скоростей перемещения наносов так как скорость перемещения взвесей составляет около 75% от скорости

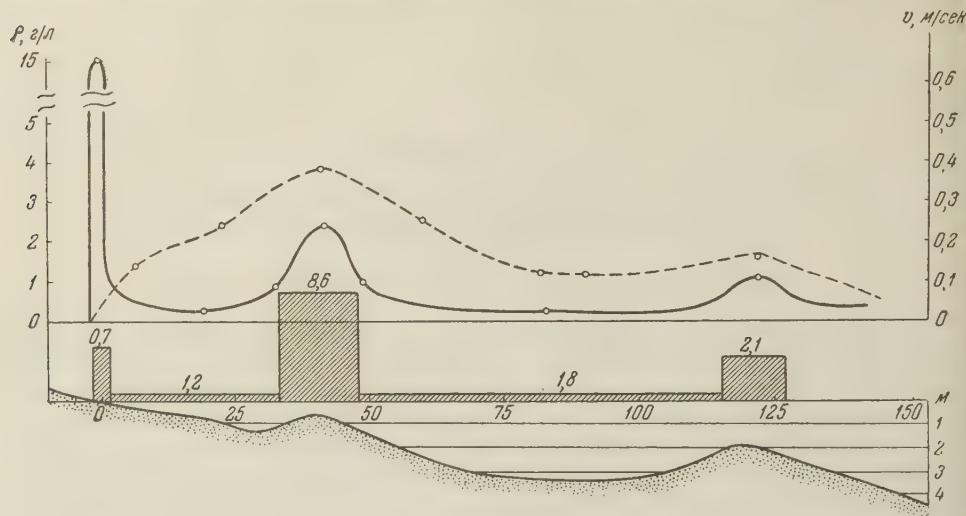


Рис. 1. Диаграмма распределения взвешенных наносов в зоне подводных валов при волнении 2—3 балла

поверхностного штормового течения. Максимальная скорость перемещения песка составила 2,8 км/час.

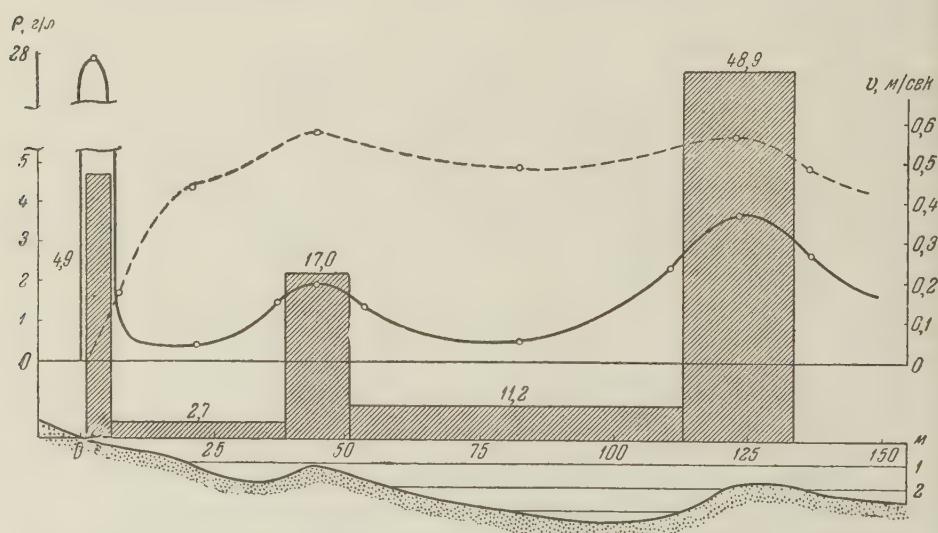


Рис. 2. Диаграмма распределения взвешенных наносов в зоне подводных валов при волнении 4—5 баллов

Расчеты показали, что наибольшая мощность потока взвешенных наносов на погонный метр профиля подводного склона совпадает с максимумами скоростей течений и средних мутностей, т. е. приурочена к полосе первого подводного вала. Общая масса наносов, перемещающихся во взвешенном состоянии, при указанных условиях равна  $14,4 \text{ м}^3/\text{час}$  — в полосе, равной длине подвесной дороги (см. рис. 1).

При значительных и сильных штормовых волнениях (4—5 баллов) полоса массового перемещения наносов значительно расширяется, и мощность потока резко увеличивается. Первичное разрушение волны происходит в зоне 3-го подводного вала (за пределами подвесной дороги). Здесь, очевидно, располагается и полоса максимальной мощности потока. На рис. 2 видно смещение зон максимальной мутности и максимальной скорости потока на 2-й подводный вал. Общая масса наносов, перемещаемых при указанных условиях на исследуемом отрезке подводного склона, исчисляется десятками кубометров в час (более 80 м<sup>3</sup>/час), из которых больше половины приходится на 2-й вал. Отодвигание в море максимума массового перемещения наносов на подводном береговом склоне по мере усиления волнения отмечается в работах Р. Я. Кнапса (4), но данная им характеристика этого явления носит качественный характер; выполненные работы подтверждают приведенное положение и дают первые количественные данные.

Подсчет годовой мощности потока взвешенных наносов на исследованном участке по срочным волновым наблюдениям за 3 года показал, что с северо-запада переместились 37 000 м<sup>3</sup>, а с юго-востока — 31 000 м<sup>3</sup>. Таким образом, можно утверждать, что здесь почти нет единого направленного потока, а происходят лишь местные миграции песчаного материала. Геоморфологические наблюдения ряда исследователей (3, 5), показывающие отсутствие здесь единого потока наносов, подтверждены, таким образом, количественными данными.

Из приведенных материалов следует также, что на долю наносов, перемещающихся во взвешенном состоянии, падает значительная часть общего песчаного потока. Это обстоятельство следует учитывать при расчетах гидротехнических сооружений на песчаных побережьях.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
29 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. Л. Б о л д ы р е в, Тр. Союзморпроекта ММФ, 3, 63 (1956). <sup>2</sup> Е. Н. Е г о р о в, Тр. Инст. океанол. АН СССР, 6, 88 (1951). <sup>3</sup> Е. Н. Е г о р о в, В. П. З е н к о в и ч, В. К. М а т в е е в, В. В. П а т р и к е е в, Транспортное строительство, № 3, 32 (1957). <sup>4</sup> В. П. З е н к о в и ч, Волновые процессы, 1, 1946. <sup>5</sup> В. П. З е н к о в и ч, Тр. Союзморпроекта ММФ, 3, 44 (1956). <sup>6</sup> Р. Я. К н а п с, Изв. АН ЛатвССР, 6 (1952). <sup>7</sup> В. С. М е д в е д е в, Н. А. А й б у л а т о в, Изв. АН СССР, сер. географ., № 4, 99 (1956). <sup>8</sup> Е. Н. Н е в е с с к и й, Тр. Инст. океанол. АН СССР, 21, 165 (1957).

Б. П. ЕПИФАНОВ

О ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОТНОШЕНИЯХ ЛИПЕЦКОГО И ТУЛЬСКОГО  
ЖЕЛЕЗОРУДНЫХ ГОРИЗОНТОВ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 3 V 1957)

Липецкие и тульские руды считались результатом накопления бурых окислов железа в сети озер начала или середины юрского периода, т. е. одновозрастными и одинаковыми по условиям образования (1), однако позже было показано, что тульские руды образовались в прибрежно-морских лагунах середины визейского века (2); теперь имеются материалы, позволяющие пересмотреть также вопрос о времени и условиях образования липецких руд.

В. Г. Пименовым описана расчистка в правом склоне р. Студенец при устье лога Борки в Липецком районе (рис. 1). Здесь, в первом выше рудном слое темно-серых глин, обнаружен комплекс спор *Lophotriletes macropunctatus* Naum., *L. scrobiculatus* Naum., *Brochotriletes crassus* Naum., в вышележащем слое песка — единичные споры *Lophotriletes macropunctatus* Naum. и *Hymenozonotriletes* Naum., в верхнем слое черных глин с углистыми остатками — комплекс спор *Dictyotriletes scabrum* Naum., *Trematotriletes commutatus* (Waltz) Naum., *Zonotriletes marginellus* Luber., *Stephanozonotriletes minor* Naum., *Hymenozonotriletes papillatus* Naum., *Lophotriletes macropunctatus* Naum., *Acanthotriletes rotundatus* Naum. Споры определены Л. Г. Раскатовой (Воронежский государственный университет) и, по ее заключению, указывают на нижнекаменноугольный возраст пород. Эти породы, мощностью более двух метров, находятся в коренном залегании, без признаков переотложения, и других органических остатков не содержат. В. Г. Пименов сообщает, что подобные (по внешним признакам) породы залегают на руде в ряде мест железорудного района, вблизи с. Варваринские Борки и Казино.

О. М. Шлефендорф описан рудный горизонт в шахте 9 Липецкого района; были изучены глины рудного горизонта (линзы межрудных глин), надрудные юрские глины и пески, а также внутрирудные и подрудные «вмывные» пески, послерудный возраст которых и карстовая природа доказаны М. С. Точилиным (3). Гранулометрический анализ пород показал следующие результаты (табл. 1).

Из табл. 1 видно, что по гранулометрическому составу породы рудного горизонта резко отличаются от надрудных юрских и вмывных пород малой величиной  $M_d$  и  $S_k$ .

Изучение минералогического состава зерен фракции 0,25—0,01 мм показало для глин рудного горизонта преобладание в тяжелой фракции окислов железа и бедность минеральными видами (встречены циркон, турмалин, мусковит); в легкой фракции для них характерно присутствие вторичного бесцветного гипса (иногда до 100%), незначительное количество полевых шпатов и полное отсутствие глауконита. Для надрудных юрских и вмывных пород в тяжелой фракции характерно высокое содержание ильменита, большое разнообразие минеральных видов (в порядке убывания — дистен, циркон, рутил, мусковит, эпидот, турмалин, ставролит, биотит, гранат, сфен), в ряде образцов много железной слюдки (до 65%); в легкой фракции характерно повышенное содержание полевого шпата и, особенно, глауконита.

до 86%). Кроме того, изучение хорошо описанной в литературе <sup>(1)</sup> «подрудной глиники» показало, в ряде случаев, присутствие в ней тонких прослоев глинистого вещества и зерен пирита. Таким образом, и по минералогическому составу породы рудного горизонта заметно отличаются от надрудных юрских и вмывных пород.

Таблица 1

Фракции (мм)	2-я типография			
	Издательства Академии Наук СССР Москва. Шубинский пер., д. 10	обр. № 15	обр. № 20	обр. № 17
2—1	—	—	—	—
1—0,5	—	—	—	—
0,5—0,25	0,16	—	—	—
0,25—0,10	0,51	—	—	—
0,10—0,05	2,19	—	—	—
0,05—0,025	17,65	16	—	—
0,025—0,01	7,74	—	—	—
0,01—0,005	19,65	1	—	—
0,005—0,002	18,03	—	—	—
0,002—0,001	3,63	1	—	—
0,001	30,44	3	—	—
Итого (%)	100,00	10	—	—
Средний диаметр ( $M_d$ )	0,006	0	—	—
Коэффициент отсортированности ( $S_0$ )	0,218	0	—	—
Асимметрия ( $S_k$ )	0,062	0	—	—

Примечание. Обр. № 15 — шахта 9 Студено-Хуторского участка, штрек 1—11; обр. № 20 — там же, штрек 1—14; обр. № 17 — там же, штрек 1—11; обр. № 315, 314 — там же, штрек 3 откаточный.

Анализы выполнены в лаборатории Московского геологического управления (1946 г.); разделение на тяжелую (уд. вес более 2,8) и легкую фракции для минералогического анализа выполнено во Всесоюзном институте минерального сырья. Константы вычислены по методу В. П. Батурина.

Следовательно, палеонтологический материал указывает на то, что липецкий рудный горизонт не может быть моложе нижнекаменноугольного времени, а литологические признаки, в соответствии с этим, не позволяют считать, что осадки рудного горизонта накапливались в одном бассейне с покрывающими его юрскими породами, как это допускал Г. С. Момджи <sup>(4)</sup>; против последнего предположения говорит и полное отсутствие в рудном горизонте или под ним остатков юрских организмов, а также доказанное Т. Н. Давыдовой и Б. Н. Семихатовым <sup>(5)</sup> и подтвержденное наблюдениями А. Д. Архангельского <sup>(6)</sup> срезание юрскими породами рудного горизонта.

Дальнейшее уточнение стратиграфического положения липецкого рудного горизонта, на первый взгляд, представляет непреодолимые трудности, поскольку в собственно Липецком рудном районе он залегает на известняках франского яруса, а покрываются среднекелловейскими породами <sup>(5)</sup>. Однако наблюдения автора, а также материалы многочисленных геологических съемок показывают, что в северном направлении липецкие руды переходят на более высокие горизонты девона, а затем — нижнее турне (упинский горизонт), но нигде не лежат на угленосных (сталиногорских)

отложениях. Наоборот, в ряде пунктов Белевского и Черепетского районов Тульской области, а также в Козельском и Думиничском районах Смоленской области вскрыты железные руды под угленосными отложениями.

Еще А. К. Белоусовым было установлено, что в ряде случаев бурые железняки залегают совместно, обычно в кровле бокситовых пород южного крыла Подмосковного бассейна (<sup>7</sup>); это подтверждается также наблюдениями автора и М. С. Сошниковой (например, у дер. Шенуровка при разведках вместо бокситов был встречен бурый железняк мощностью в 1 м). Интересно, что на восточном склоне Балтийского щита выше бокситоносного горизонта в иксинской свите, приблизительно того же возраста (верхи турне — низы визе), залегают железные руды (<sup>8</sup>). Таким образом, совокупность всех данных приводит к необходимости допустить, что липецкий рудный горизонт одинаков по возрасту с бокситовым горизонтом Подмосковного бассейна, переходит в него в северном направлении и относится к озерной стадии, или фации, угленосного времени (<sup>9</sup>). Первично-сидеритовая природа липецких руд предполагалась Б. П. Кротовым (<sup>10</sup>) и Г. С. Момджи и доказана окончательно М. С. Точилиным (<sup>11</sup>). В соответствии со взглядами Н. М. Страхова, по типу рудообразующего процесса сидериты липецкого рудного горизонта следует отнести к диагенетическим (<sup>12</sup>). Возможность образования осадочных железных руд в нижневизейское время увязывается с общей палеогеографической обстановкой этого времени, установленной М. С. Швецовым (<sup>13</sup>).

Следовательно, известные общие черты тульских и липецких рудных горизонтов объясняются принадлежностью того и другого к гумидной формации визейского яруса (<sup>14</sup>) и общностью послепалеозойской их истории (размыв в мезозое). Отличия этих горизонтов, в частности отсутствие в липецких рудах остатков морской фауны, объясняются принадлежностью их к разным фациям. Хорошо известные металлургам технологические отличия липецких руд объясняются их первично-сидеритовой природой.

Изложенные представления об отношениях двух рудных горизонтов имеют большое значение для направления поисковых работ.

Московский институт цветных металлов  
и золота им. М. И. Калинина

Поступило  
28 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Л. В. Пустовалов и др., Тр. Всесоюзн. геол.-разв. объедин., 285 (1933).  
<sup>2</sup> Б. П. Епифанов, ДАН, 108, 305 (1956). <sup>3</sup> М. С. Точилин, ДАН, 64, 113 (1949). <sup>4</sup> Г. С. Момджи, Горн. журн., № 5, 3 (1945). <sup>5</sup> Т. Н. Давыдова, Геологическое строение и условия залегания железных руд Липецкого района, 1933. <sup>6</sup> А. Д. Арахангельский, Д. Е. Перкин, ДАН, 24, А, 633 (1930). <sup>7</sup> А. К. Белоусов, Тр. Всесоюзн. инст. минер. сырья, 151, 45 (1939). <sup>8</sup> А. И. Кривцов, Информ. сборн. ВСЕГЕИ, № 2 (1955). <sup>9</sup> К. Ю. Волков, Тр. лаб. геол. угля АН СССР, в. 6, 391 (1956).  
<sup>10</sup> Б. П. Кротов и др., Железорудные месторождения алаапаевского типа, 11, 1936.  
<sup>11</sup> М. С. Точилин, Минер. сборн. Львовск. геол. общ., № 4, 155 (1950). <sup>12</sup> Н. М. Страхов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1953). <sup>13</sup> М. С. Швецов, Геологическая история средней части Русской платформы в течение нижнекаменноугольной и первой половины среднекаменноугольной эпох, 1954. <sup>14</sup> Н. М. Страхов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 8 (1956).

ГЕОЛОГИЯ

И. В. ЛУЧИЦКИЙ

О ДЕВОНСКОЙ ВУЛКАНОГЕННО-КРАСНОЦВЕТНОЙ ФОРМАЦИИ  
МИНУСИНСКОГО МЕЖГОРНОГО ПРОГИБА

(Представлено академиком Н. С. Шатским 23 IV 1957)

Девонская вулканогенно-красноцветная формация Минусинского межгорного прогиба охватывает серию нижнедевонских и эйфельских отложений, залегающих с резким угловым несогласием на нижнепалеозойском складчатом фундаменте. Эта серия отложений, которую предлагается именовать Кольевской по наиболее характеризующему ее разрезу Кольевского антиклинального поднятия, имеет сложное строение. В наиболее полных разрезах Минусинской, Сыдо-Ербинской и Чулымо-Енисейской впадин хорошо может быть прослежено двухфазное развитие вулканической деятельности, в результате которой возникла серия вулканогенно-красноцветных накоплений. I фаза вулканической деятельности характеризуется образованием системы покровов, даек и пластовых залежей главным образом лабрадоровых порфиритов, трахиандезитов и отчасти плагиопорфиров, II фаза — преимущественно базальтов и диабазовых порфиритов. Общее развитие вулканической деятельности свидетельствует о смене дифференциатов базальтовой магмы недифференцированными продуктами ее кристаллизации, хотя в благоприятной структурной обстановке и во II фазу развития вулканической деятельности местами формируются плагиопорфиры, тешениты, тералито-сиениты и другие щелочные или близкие к щелочному ряду породы, залегающие преимущественно в виде даек или штоков и отчасти в виде пластовых залежей.

Двухфазное развитие вулканической деятельности подчеркивается разделяющим обе фазы периодом более или менее продолжительного затишья, во время которого происходит накопление лагунно-морских, терригенно-красноцветных и карбонатных осадков. Нижнедевонский возраст последних, а следовательно, и более древних образований I фазы вулканической деятельности, подтвержден исследованиями Н. А. Белякова и В. С. Мелещенко (6) в юго-западной части Минусинского межгорного прогиба (Имекская свита), а на севере — С. М. Дорошко и Е. Ф. Чирковой-Залесской (3), а также Г. И. Теодоровичем (9). Приведенные последними авторами данные о нижнедевонском возрасте терригенно-красноцветных и карбонатных отложений северной части прогиба (свиты Шунетская, Матаракская) хорошо совпадают с фактами, свидетельствующими о залегании лабрадоровых порфиритов ниже терригенно-красноцветных и карбонатных осадков, подстилающих покровы базальтов и диабазовых порфиритов. В наиболее полных разрезах такие факты наблюдаются не только в пределах юго-западной части прогиба, но, кроме того, в северной части Минусинской впадины, а также в Сыдо-Ербинской (западная часть) и в Чулымо-Енисейской впадинах.

II фаза вулканической деятельности охватывает промежуток времени, отвечающий эйфельскому веку, что доказывается замещением соответствующих вулканогенных пород известняками Таштыпской свиты, эйфельский возраст которых установлен М. А. Ржонницкой и др. (8).

Разрезы вулканогенно-красноцветной формации обнаруживают двоякого рода фациальную изменчивость. Во-первых, имеет место замещение формировавшихся в различное время вулканогенных образований терригенно-красноцветными или карбонатными отложениями. Во-вторых, наблюдаются известные изменения состава продуктов вулканической деятельности в текtonически разнородных участках Минусинского межгорного прогиба. Вследствие такого рода изменений по направлению к поднятиям может быть прослежено увеличение роли кислых членов дифференциационного ряда, представленных плагиопорфирами, что имеет место, например, в западной части Батеневского поднятия, а также в пределах Кизир-Казырского и Саралинского поднятий. Присутствие пачек конгломератов в основании и внутри разреза вулканогенно-красноцветной формации свидетельствует о том, что во время накопления вулканогенных пород в пределах Минусинского межгорного прогиба существовали относительно приподнятые участки, с которых происходил снос материала, представленного породами нижнепалеозойского складчатого фундамента. Те же факты указывают на то, что в обрамлении прогиба, в области антиклиниориев Кузнецкого Ала-Тау, Западного и Восточного Саянов располагались возвышенные горные массивы с расчлененным рельефом.

Фациальная изменчивость разреза вулканогенно-красноцветной формации позволяет выявить следующие основные черты палеогеографической обстановки для эпохи формирования нижнедевонских отложений. Центральная, осевая часть Минусинского межгорного прогиба в это время была наиболее погруженной, вследствие чего именно в ней происходило преимущественное накопление лагунно-морских, терригенно-красноцветных и карбонатных осадков. Излившиеся породы здесь чередуются с прослойями карбонатных пород, как это видно на примере Сыдо-Ербинской (западная окраина) и Чулымо-Енисейской впадин. Относительно приподнятые краевые зоны прогиба характеризуются господствующим развитием вулканогенных пород, формировавшихся в континентальных условиях.

Таким образом, для нижнедевонской эпохи устанавливаются общие контуры единой прогнутой зоны, объединяющей ту систему девонских впадин, которую впервые выделил в качестве самостоятельного крупного структурного элемента П. Чихачев (1<sup>1</sup>).

Отличительной чертой вулканогенно-красноцветной формации Минусинского межгорного прогиба является резкое преобладание в ее строении базальтов, диабазовых порфиритов и разнообразных продуктов дифференциации базальтовой магмы. В связи с этим исключается прямое сопоставление ее с порфировыми формациями Урало-Тяньшаньской геосинклинальной области (7), а также с аналогичными формациями позднегерцинских и позднекаледонских межгорных впадин Западной Европы (1), для которых характерны наземные излияния кислых лав (порфиров).

Наибольшее сходство с Минусинской вулканогенно-красноцветной формацией имеют аналогичные образования девона Украинской синеклизы (10), а также отчасти Тургайского прогиба (2). Из зарубежных вулканогенно-красноцветных формаций известными чертами сходства с Минусинской обладают формации Кьюиноу и отчасти Нью-Арк в Северной Америке (4).

Опираясь на пример Минусинского межгорного прогиба и приведенные сравнения, уместно ставить вопрос о необходимости выделения, наряду с порфировой формацией, также базальтовой. Место базальтовой вулканогенно-красноцветной формации в общей истории развития структур иное, чем порфировой. Если последняя типична, как указывает А. В. Пейве (7), для брахиосинклинального этапа развития, то базальтовая формация свойственна периоду созидания платформенных структур. Это можно видеть как на примере Украинской или Тургайской синеклизы, так и при рассмотрении известных в настоящее время данных о строении Минусинского межгорного прогиба. Последний следует относить к таким внутренним прогибам эпикаледонской платформы, отличительной чертой которых является

формирование образующих прогиб осадков за счет материала, сносимого с обрамляющих прогиб поднятий. С этой точки зрения могут быть проведены известные аналогии между структурой Минусинского межгорного прогиба и зевогеосинклиналями<sup>(5)</sup>.

Западно-Сибирский филиал  
Академии наук СССР

Поступило  
20 IV 1957

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> С. Бубнов, Геология Европы, 2, ч. 1, М., 1935. <sup>2</sup> А. Х. Гладковский, Е. С. Гуткин, Изв. АН СССР, сер. геол., № 1 (1955). <sup>3</sup> С. М. Дорошко, Е. Ф. Чиркова-Залесская, ДАН, 98, № 1 (1954). <sup>4</sup> А. Ирдли, Структурная геология Северной Америки, ИЛ, 1954. <sup>5</sup> М. Кэй, Геосинклинали Северной Америки, ИЛ, 1955. <sup>6</sup> В. С. Мелещенко, Тр. ВСЕГЕИ, Сборн. палеонтол. и стратигр., 1953. <sup>7</sup> А. В. Пейве, Изв. АН СССР, сер. геол., № 6 (1948). <sup>8</sup> М. А. Рожанская, В. С. Мелещенко и др., Тр. ВСЕГЕИ, Сборн. палеонтол. и стратигр., 1952. <sup>9</sup> Г. И. Тедорович, Вопросы геологии Азии, 1, Изд. АН СССР, 1954. <sup>10</sup> И. С. Усенко, Л. Г. Бернадская, Изв. АН СССР, сер. геол., № 2 (1954). <sup>11</sup> P. Tschichat-scheff, Voyages scientifiques dans l'Altais Oriental et les parties adjacentes de frontiere de Chine, 1, 2, Paris, 1845.

В. Л. МАСАЙТИС

КРИСТАЛЛИЗАЦИОННАЯ ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ  
В ОДНОЙ ИЗ ИНТРУЗИЙ СИБИРСКИХ ТРАППОВ

(Представлено академиком Д. С. Коржинским 3 V 1957)

Значение явлений кристаллизационной дифференциации для объяснения генезиса различных дериватов трапповой магмы на Сибирской платформе было показано В. С. Соболевым (1). Недостаток геологических данных, подчеркивающих сериальность в отношениях между породами различных стадий кристаллизации, по-видимому, явился причиной того, что последующие исследователи траппов Сибири лишь в очень малой степени касались вопросов, связанных с кристаллизационной дифференциацией, или иногда, по-существу, отрицали ее.

С этой точки зрения известный интерес представляет Аламджахская трапповая интрузия, располагающаяся в бассейне р. Ахтараны — левого притока р. Вилюй в его среднем течении. По степени дифференциации интрузия отличается от широко распространенных в этом районе трапповых интрузий, в основной массе не дифференцированных.

Интрузия имеет триасовый возраст и внедрена в разбитые сбросами карбонатные породы ордовика, песчаники перми и туфы триаса, уже ранее интрудированные траппами. Интрузия общей площадью около 320 км<sup>2</sup> состоит из двух дифференцированных комплексов — восточного и западного, второй является более поздним по возрасту. Оба комплекса анизотропны и состоят из серии прослеживающихся на большом расстоянии горизонтов различного состава и структуры. Породы интрузии в ряде горизонтов обладают первично-полосатыми и линейными текстурами течения.

Восточный интрузивный комплекс имеет пластовую форму залегания и следующий вертикальный разрез (сверху вниз): 1) среднезернистые долериты зоны кровли и их краевые фации 30 м; 2) пегматоидные и оливиновые габбро-долериты со шлирами долерит-пегматитов 10—30 м; 3) среднезернистые и крупнозернистые долериты центральной зоны 40—55 м; 4) троктолитовые долериты 30—50 м.

Интрузия восточного комплекса обладает слабой волнистостью и испытывает пологое погружение к югу и юго-западу. Первичная полосчатость и трахитоидность в породах комплекса, в общем, горизонтальны, линейность имеет северо-восточную ориентировку. Первичные трещины отдельности (вертикальные системы) имеют меридиональное и широтное простижение. Контактовые изменения вмещающих пород незначительны.

Западный комплекс, занимающий около  $\frac{3}{4}$  площади всего массива, имеет более сложную форму интрузии, в общем пластообразную. Вертикальный разрез комплекса таков (сверху вниз): 1) порфировые микродолериты, миндалекаменные и субщелочные долериты со шлирами тешенит-долеритов и габбро-тешенитов 5—30 м; 2) долериты с биотитом и кварцем 26—60 м; 3) кварцевые щелочные и щелочные габбро со шлирами гранофиров — 20 м; 4) феррогаббро (кварцевые, гортонолитовые с тита-

истым пироксеном и др.) 55 м; 5) габбро-долериты, 40—60 м; 6) троктолитовые, меланократовые, аортозитовые долериты — свыше 25 м.

В кровле интрузии западного комплекса широко развиты измененные породы — роговики, скарны, скаполититы, фельдшпатизированные породы, мфиболизированные и хлоритизированные породы, серпентинизированные породы. В скарновых зонах отмечаются вкрапленность и жилки магнетита, зредка сульфидов. Мощность экзоконтактовых зон достигает 5—15 м.

Пластообразная форма интрузии западного комплекса усложнена куполами, сводами, коленчатыми перегибами. Неровный характер кровли является отражением глыбовой структуры вмещающих пород. Купола прахитоидности, первичные наклоны текстур течения (до 30—35°) и большое количество тел-сателлитов, причленяющихся к интрузии, доказывают активную роль магмы в образовании магматической камеры, которая возникла, главным образом, путем поднятия кровли.

Линейность в породах комплекса имеет радиальный план, так же как и ориентировка одной из главных систем вертикальных трещин отдельности. Окнача часть комплекса осложнена серией сбросов широтного, северо-западного и северо-восточного простирания.

Среди пород интрузии западного комплекса выделяются две генетические группы. А. Нормальный ряд дифференциации — троктолитовые долериты, габбро-долериты (и долериты), феррогаббро, кварцевые щелочные габбро, гранофиры (породы главной серии). Б. Щелочная ветвь дифференциации — субщелочные долериты, тешенит-долериты, габбро-тешениты.

В восточном комплексе щелочная ветвь дифференциации отсутствует, серия троктолитовые долериты — долериты — пегматоидные габбро-долериты — долерит-пегматиты представляет нормальный ряд кристаллизационной дифференциации.

Кристаллизация пород обоих комплексов происходила с изменением состава главных породообразующих минералов — пироксенов, плагиоклазов, оливинов, представляющих твердые фазы переменного состава. Особенно четко это проявлено в породах главной серии западного комплекса, где выделяются пять главных парагенезисов минералов в зависимости от изменения активностей железа и щелочей в остаточных расплавах. Составы плагиоклазов меняются от  $Al_{f_0}$  до  $Al_{f_{20}}$ , составы оливинов от  $Fa_{32}$  до  $Fa_{80}$ . Характер пироксенов изменяется от магнезиальных до сильно железистых, содержание кальциевого компонента в них варьирует. Пять химических анализов пироксенов показывают, что они не содержат глинозема и относятся к пижонитам.

Состав и соотношение пород в вертикальном разрезе интрузии западного комплекса бесспорно указывают на сериальные соотношения между отдельными членами комплекса и на неодновременность их застывания. Застывание пород нормального ряда дифференциации происходило от троктолитовых долеритов к гранофирам. Показателем последовательности застывания является отношение

$$\frac{FeO + Fe_2O_3}{Fe_2O + Fe_2O_3 + MgO} \cdot 100,$$

остепенно увеличивающееся от первых к последним.

Основной тенденцией дифференциации базальтовой магмы в условиях драконирования является обогащение остаточного расплава железом на средних и поздних стадиях и щелочами на конечных стадиях кристаллизации, что было показано Феннером (2), Соболевым (1), Вагером и Дицом (3) и др. В нашем случае на средних и поздних стадиях застывания интрузии западного комплекса образуются породы, резко обогащенные железом (феррогаббро и феррогортонолитовые гранофиры), причем обогащение железом имеет не только относительный, но и абсолютный характер. На конечных стадиях застывания образуются породы, обогащенные щелочами (кварцевые щелочные габбро и гранофиры).

Механизм дифференциации при образовании пород главной серии мылим как результат кристаллизации рядов смешанных кристаллов в условиях преимущественного возникновения центров кристаллизации в нижней зоне магматической камеры и миграции остаточной жидкости вверх при общем движении системы в горизонтальном направлении. Кристаллизация пластовых тел обоих комплексов происходила как со стороны верхнего, так и со стороны нижнего контактов, причем застывание главной серии пород западного комплекса происходило снизу вверх.

Породы щелочной ветви дифференциации характеризуются значительным обогащением щелочами, наряду с низким коэффициентом

$$\frac{\text{FeO} + \text{Fe}_2\text{O}_3}{\text{FeO} + \text{FeO} + \text{MgO}} \cdot 100.$$

Щелочная ветвь отделяется на ранних стадиях дифференциации магмы, что подчеркивается низким отношением железа к магнию, характерным для этих стадий. Породы щелочной ветви возникли в результате значительного обогащения летучими компонентами и щелочами части расплава.

Обогащение летучими компонентами исходной магмы западного комплекса вызвало, с одной стороны, возникновение группы щелочных пород и интенсивный метасоматоз боковых пород, а с другой,— обусловило понижение вязкости расплава, способствовавшее наиболее полному развитию кристаллизационной дифференциации и фракционированию при образовании главной серии пород.

Мagma восточного комплекса была значительно беднее летучими компонентами и, так как фракционирование железомагнезиальных силикатов было меньшим, дифференциация дошла лишь до стадии пород, обогащенных железом, но не в такой степени, как в западном комплексе.

Различие в степени дифференцированности и контактowego матаморфизма в описанных комплексах, таким образом, доказывает наличие двух типов магм — одной магмы, обогащенной летучими компонентами и щелочами, другой — относительно «сухой» магмы. Сравнение исходного состава магмы западного комплекса со средним составом траппов Сибирской платформы показывает их большое сходство. Различие заключается лишь в содержании летучих компонентов, которыми была обогащена магма западного комплекса в результате магматической дифференциации на глубине.

Направление дифференциации главной серии пород западного комплекса весьма близко к направлению дифференциации интрузии Скергара в Гренландии, где, однако, явления фракционирования проявлены в большей степени<sup>(3)</sup>.

Аламджахская интрузия значительно отличается по типу дифференциации от дифференцированных трапповых интрузий северо-запада платформы, что обусловлено различиями в исходных составах магм.

Поступило  
16 I 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. С. Соболев, Тр. АНИИ, 43 (1936). <sup>2</sup> C. N. Fenneg, Min. Mag., 22 (1931). <sup>3</sup> L. K. Wager, W. A. Deger, Medd. om Gronland, 105, № 4 (1939).

ПЕТРОГРАФИЯ

А. Г. КОССОВСКАЯ, Н. В. ЛОГВИНЕНКО и В. Д. ШУТОВ

**О СТАДИЯХ ФОРМИРОВАНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ  
ТЕРИГЕННЫХ ПОРОД**

(Представлено академиком Н. М. Страховым 4 III 1957)

Изучение стадий осадочного породообразования можно обобщенно назвать стадиальным анализом. Его задачей является установление парагенетических минеральных ассоциаций текстурных и структурных изменений, а также физико-механических параметров, характеризующих различные этапы (или стадии) истории возникновения и существования породы: седиментационную стадию, диагенетическую, эпигенетическую и, наконец, стадию начального метаморфизма. Конечными этапами существования осадочных пород может быть либо превращение их в породы метаморфические, либо поверхностное выветривание и разрушение.

Стадиальный анализ должен, таким образом, охватить ряд явлений и процессов, очень различных по своему характеру и направленности. Естественно, что в силу этого и методы стадиального анализа и круг рассматриваемых им явлений могут быть весьма разнообразными. На современном этапе наших знаний с большей или меньшей степенью детальности обобщен фактический материал, выявлена сущность и последовательность явлений и разработаны основные принципы и подход к исследованиям для отдельных этапов осадочного процесса.

Так, Н. М. Страховым разработана теория и намечены пути изучения процессов седиментогенеза и диагенеза<sup>(10, 11)</sup>. Многочисленный материал, освещающий явления выветривания, сосредоточен в работах И. И. Гинзбурга и др.<sup>(1)</sup>. Таким образом, наиболее изученными являются как бы две крайние стадии: образование и разрушение пород. В значительно меньшей степени исследован эпигенез и последующие изменения осадочных пород. До недавнего времени этими вопросами специально не занимались ни петрографы-осадочники, ни петрографы, изучавшие метаморфические породы и относившие мощнейшие осадочные толщи, залегающие над собственно метаморфическими комплексами, к так называемой «зоне кластических слюд»<sup>(12, 18, 14)</sup>.

Изучение мощных разрезов терригенных отложений в различных геосинклинальных или переходных к ним областях (Верхоянье, Донбасс, Урал, Фергана, Юго-Восточный Кавказ) позволило в последние годы установить определенную зональность, характеризующую осадочные породы, испытавшие различную глубину погружения и различную интенсивность действия стресса. Эта зональность выражается в специфическом минералого-петрографическом составе новообразованных минеральных компонентов, определенных структурно-текстурных признаках пород и их физико-механических свойствах. Зоны эпигенеза и раннего метаморфизма отчетливо выделяются как в мощных вертикальных разрезах осадочных толщ, так и на площадях их развития.

А. Г. Коссовской и В. Д. Шутовым<sup>(2, 3)</sup> в мезозойских и верхне-палеозойских отложениях Верхоянья были выделены: 1) зона неизмененного глинистого цемента ( $Cr_1^2$ ), 2) зона хлоритового и хлоритово-кварцевого

цемента ( $Cr_1^1$  —  $J_2$ ), 3) зона песчаников с кварцитоподобными структурами ( $J_1$  —  $P_1$ ), 4) зона мусковитового и кварцевого цемента (филлитоподобные сланцы —  $P_1$ ). Первые две зоны характеризуют различные этапы эпигенеза третья и четвертая зоны, в которых глинистые минералы замещаются характерной низкотемпературной ассоциацией стрессовых минералов — мусковита, хлорита и кварца, относятся уже к стадии начального метаморфизма.

Выделенные зоны хорошо картируются на площади, отражая специфику строения современной структуры Верхоянского мегантиклинория и основные черты его развития.

Н. В. Логвиненко<sup>(5, 6)</sup> в среднекаменноугольных отложениях Большого Донбасса были выделены 3 зоны: 1) зона нормального эпигенеза, расположенная на территории, переходной от платформы к геосинклинали (Днепровско-Донецкая впадина, Преддонецкий прогиб и окраины Донецкого бассейна), характеризующаяся присутствием рыхлых и слабо-сцепленных, мало измененных пород с глинистым, глинисто-карбонатным и опало-халцедоновым цементом; 2) зона прогрессивного эпигенеза, расположенная во внешней части Донецкой геосинклинали (районы развития спекающихся углей), характеризующаяся развитием плотно сцепленных песчаников с кварцево-карбонатно-глинистым и хлоритовым цементом и не размокающих в воде гидрослюдистых аргиллитов; 3) зона начального метаморфизма, расположенная во внутренней части Донецкой геосинклинали (район развития тощих углей и антрацитов), характеризующаяся плотными метаморфизованными осадочными породами с развитием кварцевого, серицитового и серицитово-хлоритово-карбонатного цемента.

Л. Б. Рухин<sup>(8)</sup> на основании изучения меловых отложений Ферганы и обобщений литературных материалов разделяет процесс эпигенеза на ряд этапов: 1) слабый эпигенез, 2) умеренный эпигенез, 3) сильный эпигенез и 4) очень сильный эпигенез (слабый метаморфизм). Каждый из этапов характеризуется комплексом структурно-текстурных признаков пород и рядом других показателей (физико-механические свойства, характер воды и др.).

Наряду с работами по выявлению эпигенетической зональности методами главным образом минералого-петрографического анализа, недавно опубликованы интересные работы В. Д. Ломтадзе<sup>(7)</sup>, установившего ряд четких стадий изменения глинистых пород при диагенезе и эпигенезе; В. Д. Ломтадзе дан ряд физико-механических параметров (влажность, объемный вес, пористость и др.), характеризующих состояние глинистых пород на различных стадиях их уплотнения.

Накопленный материал как советских петрографов, так и ряда зарубежных исследователей<sup>(15, 16)</sup> позволяет установить, что история существования осадочных пород, начиная со стадии диагенеза — превращения рыхлого осадка в породу, до полного изменения осадочной породы и превращения ее в метаморфическое образование, представляет непрерывный и направленный процесс, разделяющийся на ряд этапов или стадий, характеризующихся рядом специфических особенностей минерального состава, структурно-текстурных признаков и физико-механических свойств пород, определяющих их качественными изменениями в процессе непрерывно возрастающих давлений и температур. Этапы эти следующие: 1) диагенез, 2) эпигенез, 3) метагенез или начальный метаморфизм, 4) региональный метаморфизм. Хотя существование осадочной породы ограничивается, в общем, вторым и третьим этапами, однако, как нельзя было бы понять возникновение осадочной породы, не учитывая процессов диагенеза, так нельзя понять и историю ее изменений, игнорируя начальные процессы регионального метаморфизма.

Не рассматривая здесь сущности процессов диагенеза, подробно разобранного в работах Н. М. Страхова, кратко остановимся на характеристике последующих этапов существования осадочных пород.

Таблица 1

Стадии формирования и изменения осадочных терригенных пород																		
Характер пород	Основные этапы существования и преобразования пород	Стадии или зоны эпигенеза и начального метаморфизма	Геологическая обстановка	Порядок температур и давлений	Основные показатели изменения пород на различных этапах	Типы пород и характерные признаки их изменения					Физико-механические свойства	Характер воды, заключенной в глинистых минералах	Наличие и характер секущих жил	Характер подземных вод	Характер органического гумусового вещества, заключенного в обломочных породах			
						Песчаные породы			Глинистые породы									
						Наименование	Характерные признаки			Наименование	Характерные признаки							
Осадки	Диагенез	I, II, III и (частично) IV этапы диагенеза Н. М. Страхова	Метры, десятки (сотни?) метров ниже дна водоема.	Температура низкая, близкая к поверхности. Давление низкое, до нескольких десятков атмосфер (редко около сотни атмосфер).	Легидратация и оформление аутигенетического минерального состава осадка; превращение осадка в породу	Пески и локальные конкрецииобразные тела песчаников, сцементированных выделениями аутигенных минералов	Рыхлая или сыпучая консистенция. Формирование ряда аутигенных минералов (сульфиды, карбонаты, лептохлориты и др.)			Глинистые илы.	Текучая или текуче-пластичная консистенция осадка. Формирование глинистых минералов, сульфидов, карбонатов и других аутигенных образований. Формирование большинства конкреций (карбонатных, сульфидных, фосфоритовых, кремнистых и др.).	0,6—1,4**	2,5—2,7	45% (до 80%)	Свободная вода.	Отсутствуют.	Иловые воды с различным характером минерализации.	Торфяное вещество (у. в. 1,38—1,55).
Осадочные породы	Эпигенез	Начальный эпигенез	Отложения платформ и верхние горизонты областей, переходных от платформ к геосинклиналям (краевые прогибы). Глубина погружений до 1500—2000 м.	$t \leq 50-60^\circ$ $p \approx 300$ атм.		Пески и слабоуплотненные сцементированные песчаники	Полное сохранение первичных текстурных и структурных признаков пород. Растворение обломочных зерен неустойчивых минералов (пиросени, амфиболов), иногда частичное растворение зерен кварца, полевых шпатов и др. Возможна регенерация обломочного кварца и полевых шпатов с образованием идиоморфных кристаллов. Гидратация и разрушение обломочного биотита с выделением окислов железа и титана.			Размокающие глины.	Продолжающееся формирование глинистых минералов. Раскрытия глинистого вещества, особенно интенсивно идущая вокруг терригенных обломков (крустикоидные, ориентированные пленки). Формирование вторичных минералов в полостях конкреций (сульфаты, карбонаты, глинистые минералы, окислы и др.).	1,4—2,10	2,50—2,70 Средн. 2,60	20—40%	Порово-канализированная и пленочная вода.	Не характерны.	Зона пресных (гидрокарбонатных) и умеренно минерализованных вод затрудненного водообмена (гидрокарбонатно-сульфатных, сульфатно-хлоридных).	Буруогольное вещество (у. в. 1,1—1,5) и каменноугольное вещество типа длиннопламенных углей (у. в. 1,2—1,3).
		Глубинный эпигенез	Нижняя часть разреза осадочно-чехла платформы. Краевые прогибы, реже периферийные зоны геосинклинальных областей. Глубина погружений до 5000—6000 м.	$t \leq 150-200^\circ$ $p \geq 1500$ атм. Начальное влияние стресса		Наращающее гравитационное уплотнение пород и постепенное изменение их структур. Переработка основной массы глинистого вещества.	Очень плотные сцементированные песчаники	Текстурные признаки сохраняются. Начальные изменения первичных обломочных структур: "припай" аутигенного кварца в порах к обломочным зернам. Регенерация зерен кварца и полевых шпатов без идиоморфных ограничений. Раскрытия глинистого вещества, особенно монтмориллонита (?). Начальная гидрослюдизация каолинитовых минералов.			Аргиллиты (в воде не размокают).	Интенсивная раскрытия глинистого вещества: основные компоненты — минералы группы гидрослюд и хлорита. Исчезновение монтмориллонита (?). Начальная гидрослюдизация каолинитовых минералов.	2,10—2,55	2,65—2,70 Средн. 2,68	5—20%	Пленочная и межслоевая вода.	Появление секущих кальцитовых жилок.	Зона застойного водного режима с высокоминерализованными $\text{Ca}-\text{Na}$ и $\text{Ca}$ водами.
Метаморфические породы	Метагенез (начальный метаморфизм)	Ранний метагенез	Периферийные и срединные зоны геосинклинальных областей (верхняя и средняя часть разреза геосинклиналей). Глубина погружения выше 6000 м.			Кварцитовидные песчаники	Текстурные признаки сохраняются. Первичные обломочные структуры замещаются мозаичными, кварцито-подобными. Характерно зубчатое соединение зерен. Переход биотита в хлоритово-серитовые "пакеты" или аморфизация его. Появление новообразованного эпидота (в присутствии его обломочных зерен). Интенсивная серитизация и хлоритизация первично-глинистого цемента			Сланцеватые аргиллиты и глинистые сланцы.	Почти полная раскрытия глинистого вещества в серicitо-подобных и хлорито-подобных агрегатах с укрупнением чешуек до 0,01 мм и более; интенсивная гидрослюдизация каолинита с переходом его в серicit.	2,55—2,65	2,65—2,70 Средн. 2,68	2—4%	Межслоевая вода.	Появление секущих кварцитовых жилок.	Гидротермальные высокоминерализованные растворы с различным минерализатором	
		Поздний метагенез	Срединные, реже центральные зоны складчатых областей.	Высокие температуры ( $>200^\circ$ ) и высокое давление ( $>2500$ атм.). Возрастающая роль стресса.		Кварцо-песчаники	Почти полное видоизменение структур пород. Постепенное исчезновение первичных текстурных признаков. Отсутствие глинистых минералов и замещение их ассоциацией низко-температурных стрессовых минералов (мусковит—хлорит).			Глинистые (аспидные) и филлито-подобные сланцы.	Мусковито-хлоритово-кварцевый (халцедоновый) состав основной массы с размером чешуек 0,01—0,10 мм. Появление крупных лепидообластов мусковита и хлорита размером до нескольких миллиметров.	2,65—2,70	2,70—2,77 Средн. 2,75**	2%	Исчезновение межслоевой воды, присутствие гидрослюдистой воды.	Присутствие кварцевых и кварц-кальцитовых жилок, иногда с хлоритовой и сульфидной и др. минерализацией.		
		Мусковит-хлоритовая зона	Центральные поля складчатых структур (нижние горизонты разреза геосинклиналей). Глубокое погружение и интенсивный стресс.				Породы утрачивают первичный осадочный облик; развиваются отчетливые сегрегационные (полосчатые) текстуры. Полная перекристаллизация обломочного кварца с образованием линзочек и прожилков, ориентированных по сланцеватости. Песчано-глинистые породы теряют свою специфику, образуя так называемые "зеленые сланцы" хлоритово-мусковитово-кварцевого (альбитового) состава. Чисто кварцевые песчаники преобразуются в кварциты. Первично-глинистые породы — в серцитовые и серитово-хлоритовые филлиты. Характерной ассоциацией минералов является мусковит + хлорит, хлорит + кальцит + кварц, также альбит, эпидот. При наличии в исходных породах марганца появляется гранат спессартин.									Частично графитизированное антрацитовое вещество (у. в. 1,6—1,7).		
Метаморфические породы	Фация зеленых сланцев	Биотитовая зона		Возрастающая роль температуры.	Отсутствие первичных структурных и текстурных признаков пород. Появление новой, более высокой температурной ассоциации минералов (биотит, часто гранат).		Преобразование минералогического состава "зеленых сланцев". Появление биотита, формирующегося за счет взаимодействия хлорита и мусковита. Возрастание значений биотита при движении к более глубоким горизонтам. Массовое появление альбита и эпидота. Частое появление граната (спессартин и альмандин), особенно в нижних горизонтах зоны. Филлиты, кристаллические сланцы, кварциты.						Средн. 2,86*					
Метаморфические породы	Региональный метаморфизм																	

\* Данные В. М. Гольдшмидта (14). \*\* Данные В. Д. Ломтадзе (?). \*\*\* Удельные веса относятся к органической массе.



## Этап эпигенеза характеризуется:

1) Постепенным уплотнением пород, возрастанием их объемного веса и уменьшением пористости

2) Изменением первичных обломочных структур и текстур, а затем «стирианием» первичных обломочных структур пород вследствие начальной перекристаллизации обломочных зерен песчаников и возникновением мозаичных бластических структур. Это явление связано с повышением растворимости кварца в условиях повышающейся температуры (до 150—200°) и наличия высокоминерализованных растворов подземных вод застойной зоны.

3) Глубокой переработкой глинистых минералов, выражающейся: а) в постепенно возрастающей степени их перекристаллизации, б) в исчезновении ряда глинистых минералов с присутствием межслойной воды (группа монтмориллонита) и в интенсивной гидрослюдизации каолинита, в) в появлении в составе глинистых пород характерной ассоциации гидрослюды — хлорита.

Преобразование минералов при эпигенезе (особенно глубинном) происходит в значительной мере метасоматическим путем. В зависимости от глубины погружения пород и наличия стресса, этап эпигенеза разделяется на две стадии (или зоны): 1) начальный эпигенез и 2) глубинный эпигенез, характеристика которых дана в табл. 1.

Этап метагенеза, или раннего метаморфизма, является следующим этапом преобразования осадочных пород и «стириания» их первичных осадочных признаков. Он является переходным от собственно осадочных пород к породам метаморфическим. Для него характерны: 1) увеличение объемного и удельного весов пород, связанное с перестройкой их минералогического состава и появлением минералов с более плотной структурой кристаллической решетки (полное исчезновение глинистых минералов, появление серицита и мусковита); 2) постепенное исчезновение первичных текстурных признаков (слоистость и др.), связанное с сегрегацией и обособлением мусковитовых и хлоритовых «прослоев»; в нижней зоне наблюдается исчезновение обломочного кварца с образованием линзочек и прослойков кварца, ориентированных по сланцеватости; 3) формирование за счет первичного глинистого вещества характерной низкотемпературной ассоциации стрессовых минералов (мусковит, хлорит, кварц и возможно альбит). Процессы метасоматоза при метагенезе приобретают еще большее значение. Этап метагенеза подразделяется на две стадии или зоны: 1) начальный (ранний) метагенез и 2) глубинный (или поздний) метагенез. Обе зоны характеризуются наличием низкотемпературной ассоциации минералов регионального метаморфизма, но в верхней зоне еще сохраняются осадочные текстуры, хотя и развиваются явления сегрегации, а в нижней зоне — первичные текстурные признаки осадочных пород утрачиваются почти полностью. Породы, подвергшиеся метагенетическим изменениям, следует выделять в самостоятельную группу «метаморфизованных» пород — промежуточную между осадочными и метаморфическими.

Частично зона метагенеза (или начального матаморфизма) соответствует фации зеленых сланцев регионального метаморфизма.

Этап регионального метаморфизма связан с этапом метагенеза постепенными переходами. Ассоциация минералов, характерная для первой (мусковит-хлоритовой) зоны нижней ступени регионального метаморфизма, начинает формироваться на сравнительно ранних стадиях изменения осадочных пород — еще в эпигенезе. В метагенезе эта ассоциация определяет минералого-петрографический тип сланцев и цементирующими массы песчаников при сохранении, однако, еще первичных текстурных признаков, свойственных осадочным породам.

Качественные изменения минералогической ассоциации пород происходят лишь в биотитовой зоне, где фиксируется появление биотита, возникающего за счет взаимодействия мусковита и хлорита. Для биотитовой зоны

регионального метаморфизма характерно также появление гранатов спес-  
картин-альмандинового ряда.

Изменение минеральной ассоциации связано с дальнейшим повышением температур. Интересно отметить продолжающееся повышение удельного веса пород, доходящего в среднем, по данным В. М. Гольдшмита (14), до 2,86 (см. табл. 1).

Л. Б. Рухин (8) выделил наряду с процессом изменения осадочных пород при их погружении (прогрессивный эпигенез) также и процессы, связанные с моментами общих поднятий (ретрессивный эпигенез). Соглашаясь с правомерностью такой постановки вопроса, следует однако отметить, что значение выделенных процессов в преобразовании осадочных пород далеко не равнозначно. Если прогрессивный эпигенез является направленным процессом, легко улавливающимся в различных его стадиях по комплексу структурно-минералогических признаков и физико-механических свойств (см. табл. 1), то в ретрессивном эпигенезе эти признаки столь мало значительны, что улавливаются с большим трудом. Связано это с тем, что процесс, обусловливающий их появление, идет не вследствие снижения давлений и температур (в эпигенезе), а вызывается взаимодействием пород с подземными водами различной степени минерализации.

Признаки ретрессивного эпигенеза, выражающиеся чаще всего во вторичной кальцитизации пород, не имеют направленного характера: они как бы накладываются на определенные структурно-минералогические изменения, возникшие в стадии прогрессивных процессов изменения пород.

Другими словами, они, как правило, не уничтожают и заметно не изменяют структурно-минералогические признаки осадочной породы, возникшие в результате прогрессивного эпигенеза.

Геологический институт  
Академии наук СССР  
Харьковский государственный университет

Поступило  
15 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> И. И. Гиизбург, И. А. Рукавишников, Минералы древней коры выветривания Урала, Изд. АН СССР, 1951. <sup>2</sup> А. Г. Коссовская, В. Д. Шутов, ДАН, 103, № 6 (1955). <sup>3</sup> А. Г. Коссовская, В. Д. Шутов, Вопросы минералогии осадочных образований, кн. 3—4, Львов (1956). <sup>4</sup> В. А. Леонова, Уч. зап. ЛГУ, сер. геол., в. 5 (1955). <sup>5</sup> Н. В. Логвиненко, ДАН, 106, № 5 (1956). <sup>6</sup> Н. В. Логвиненко, Зап. Геол. фак. ХГУ, 13 (1956). <sup>7</sup> В. Д. Ломтадзе, Зап. Ленингр. горн. инст., 32, в. 2 (1955). <sup>8</sup> Л. Б. Рухин, Вопросы минералогии осадочных образований, кн. 3—4 (1956). <sup>9</sup> Л. Б. Рухин, Уч. зап. ЛГУ, 153 (1955). <sup>10</sup> Н. М. Страхов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1953). <sup>11</sup> Н. М. Страхов. Вопросы минералогии осадочных образований, 1956. <sup>12</sup> Ф. Д. Тернер, Эволюция метаморфических пород, ИЛ, 1951. <sup>13</sup> А. Харкер, Метаморфизм, М., 1937. <sup>14</sup> V. M. Goldschmidt, Vidensk. Ser. Mat.-Naturv. Kl., 110, 10 (1921). <sup>15</sup> A. Goldstein, D. Repp, Bull. Am. Ass. Petr. Geol., 36, № 12 (1952). <sup>16</sup> M. T. Neagd, J. Geol., 58, № 6 (1950).

ПОЧВОВЕДЕНИЕ

А. Н. ТЮРЮКАНОВ

**О ПРОИСХОЖДЕНИИ ЗЕРНИСТОЙ И ТОНКОСЛОЙСТОЙ  
СТРУКТУРЫ ПОЙМЕННЫХ ПОЧВ**

(Представлено академиком И. В. Тюриным 1 IV 1957)

Поддержание высокого плодородия луговых пойменных почв в значительной степени связано с наличием в них зернистой структуры. Кроме зернистой структуры, в пойменных почвах широко представлена тонкослоистая структура, проявляющаяся в способности наилков и почв поймы растрескиваться на тонкие пластинки, толщиной до 1—0,5 мм.

Б. Б. Полянов (4) отметил две формы слоистости пойменных наносов — макрослоистость и микрослоистость, причем почвообразование маскирует обе эти формы. Объяснения происхождения микрослоистости Б. Б. Полянов не дал. По мнению А. Я. Бронзова (1), тонкослоистая структура пойменных почв и наносов является результатом действия волн и ветра, сопровождающих переменным отложением тонких и более крупных частиц, в зависимости от силы ветра и волн. В. Р. Вильямс (2) связывал первоначальное образование зернистой структуры пойменных почв с растрескиванием богатых перегноем наилков поймы в результате подсыхания.

Наши исследования проводились в пойме нижнего течения р. Москвы в течение 1954—1955 гг. Особое внимание было уделено процессам, совершающимся в наилках и почвах поймы в период половодья. Гидродинамическая обстановка в пойме в период паводка приводит к дифференциации наносов в пространстве как по мощности, так и по механическому и химическому составу.

В области аккумулятивной прирусловой поймы весной 1955 г. отложились наносы большой мощности (до 20—40 см) легкого механического состава с невысоким содержанием органического вещества в форме перегноя. В области центральной поймы отложились наносы меньшей мощности (2—12 см), но тяжелосуглинистого механического состава с высоким содержанием перегноя (до 4,7%).

В период половодья пойма представляет собой своеобразный проточный водоем, характеризующийся обильным поступлением осадочного материала, кратковременностью существования и рядом других особенностей. В этот период в пойме протекает особая стадия почвообразования, которой свойственна высокая напряженность биологических процессов, своеобразная «вспышка» жизни. Эту стадию, являющуюся наиболее ранней стадией пойменного почвообразования, мы предлагаем называть «иловой».

Иловая стадия пойменного почвообразования характеризуется существованием системы ил — придонная вода — основная вода временного пойменного водоема. В основной и придонной воде пойменных водоемов бурно развивается фитопланктон, в процессе жизнедеятельности которого в воду продуцируется большое количество кислорода и органического вещества (табл. 1).

В это же время в свежеотложенных наилках под водой идут интенсивные микробиологические процессы разложения органического вещества в условиях восстановительной среды. Продуктами этих процессов являются:

аммиак, метан и другие углеводороды метанового ряда, сероводород, а также углекислота и другие соединения. Об интенсивности микробиологической активности в иле можно судить по его газирующей способности, а также по увеличению концентрации «биогенных» ионов ( $\text{NH}_4^+$ ,  $\text{HCO}_3^-$ ,  $\text{Fe}^{2+}$ , частично  $\text{SO}_4^{2-}$  и др.) в иловом растворе (см. табл. 2).

Таблица 1

Суточная динамика содержания растворенного кислорода в воде кратковременного пойменного водоема р. Москвы. Глубина водоема 20 см (повторность трехкратная)

Дата взятия пробы (1955 г.)	Колебания в содержании растворенного кислорода за сутки, мг/л	Содержание растворенного кислорода в различные часы суток, в % от насыщения			Колебания температуры воды за сутки, °С	Примечание
		5 час.	13 час.	20 час.		
3 VI	10,1—14,3	88	154	125	10—25	Солнечный день
7 VI	6,7—15,5	59	185	102	11—27	Солнечный день
8 VI	6,2—12,1	57	135	94	13—23	Пасмурный день
9 VI	7,5—13,7	74	156	90	16—24	Переменная облачность

химических процессов. Существование такого существует поддержанию высокой напряженности микробиологических процессов в илах.

Таблица 2

Сезонная динамика уровней и химического состава почвенно-грнтовой воды луговой почвы поймы р. Москвы, 1955

Дата и глубина залегания уровня воды, см	pH	Eh, мв	Мг-экв на 1 л воды										
			Fe <sup>2+</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	Na <sup>+</sup> + K <sup>+</sup> (по разности)	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	CO <sub>3</sub> <sup>2-</sup>	Cl <sup>-</sup>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>
30 V, 0	7,0	190	7,85	20,2	5,5	8,6	13,1	31,3	24,5	—	2,5	0,07	сл.
29 VII, 98	6,8	278	0,90	11,4	3,8	0,3	10,8	25,2	5,0	—	сл.	сл.	сл.
1 XI, 124	6,7	302	1,60	8,5	2,7	сл.	7,5	15,7	4,6	—	сл.	сл.	сл.

Свежеотложенные наилки имеют тонкослоистое строение, вызванное чередованием темных и светлых полос, шириной 0,2—1 мм. Попытки разделить наилок по этим микрослоям не увенчались успехом вследствие высокой влажности наилка.

Для объяснения вопросов происхождения тонкослоистой структуры пойменных почв нами привлекается теория микрозонального строения ила, предложенная Б. В. Перфильевым (3), пока не учитываемая почвоведами. Существо этой теории состоит в том, что определенные группы анаэробных микроорганизмов в иле распределяются локально в тонких прослойках — «микрозонах», что обеспечивает одновременный приток к этим микроорганизмам необходимых для жизни разнокачественных соединений. Например, для существования серобактерий необходимо одновременное присутствие кислорода и сероводорода.

Вследствие того что наилки поймы имеют в затопленном состоянии высокую влажность и находятся в полужидкой или жидкой консистенции, выделяющиеся газы свободно в виде пузырьков проходят через иловую массу и воду и уходят в атмосферу, а частично растворяются в воде.

Таким образом, между илом, придонной водой и основной водой устанавливается диффузионный взаимопротивоположный ток веществ. Из придонной воды в ил диффундирует растворенный кислород, а из ила в придонную воду — продукты иловых микробиологических и физико-диффузионного тока способны микробиологических процессов.

диффузионного тока способен усилить диффузию кислорода в ил, что способствует поддержанию высокой напряженности микробиологических

Сложные взаимоотношения различных групп микроорганизмов в иле приводят к превращениям органических и минеральных соединений, главным образом окислительно-восстановительного характера. В результате такой локальной «микрозональной» дифференциации микробиологических процессов ил принимает тонкослоистое «микрозональное» строение, причем «микрозоны» располагаются параллельно поверхности наилка, т. е. перпендикулярно основному направлению диффузионного тока веществ. Дальнейшие изменения связываются нами со сменой подводного этапа в жизни поймы «сухопутно-наземным».

При подсыхании наилка происходит смена системы ил — придонная вода системой ил — атмосфера. На участках, где механический состав наилков облегчен и соответственно беден энергетическим материалом для жизнедеятельности микроорганизмов, при наличии хорошего дренажа (область прирусловой поймы) происходит быстрое иссушение наилка и быстрое замирание иловых процессов. В результате этого «микрозональное» строение ила остается ненарушенным, а мертвое органическое вещество служит цементом, связывающим частички ила между собой в микрослоях. Это приводит к образованию микрослоистой структуры пойменных почв. В области центральной поймы, где механический состав относительно утяжелен, запасы органического вещества значительны, дренаж территории ухудшен, иловые процессы в наилке продолжаются некоторое время после ухода воды с поверхности. Если в подводный период существования ила многочисленные выделения газов — продуктов восстановительных процессов в илах — свободно выделялись в придонную воду благодаря полужидкой консистенции наилка, то после ухода воды на поверхности наилка образуется тонкая сухая упругая корочка, сцементированная гидроокислами железа, возникающими при окислении соединений двухвалентного железа атмосферным кислородом. Внутри массы наилка еще продолжаются иловые процессы с образованием газов. Но выделяться свободно в атмосферу этим газам мешает тонкая сухая корка на поверхности наилка, что и приводит к накапливанию газов внутри наилка. Накапливающиеся газы производят большое давление внутри наилка, который еще находится во влажном состоянии. В результате этого внутри наилка образуется большое количество ячеек, пор, каверн, в известной мере напоминающих пустоты в хлебе, причем внутренняя поверхность этих пор инкрустирована пленкой гидроокиси железа. Микрозональное строение ила при этом исчезает, сменяясь ячеистым, а иловые процессы затухают вследствие накапливания внутри наилка продуктов жизнедеятельности микроорганизмов. Пробивающаяся к этому времени через наилок луговая растительность разламывает наиболее тонкие перегородки между порами, ячейками, кавернами и разделяет массу наилка на уже созревшие внутри его зернистые отдельности — прообраз зернистой структуры пойменных почв. В процессе дальнейшего сухопутно-наземного почвообразования происходит обогащение бывшего наилка пергноем, возникающим при разложении остатков высшей растительности, а также некоторые изменения в форме зерен. Образования зернистой структуры в результате подсыхания и термического растрескивания наилка автору не приходилось наблюдать. Такое растрескивание ограничивалось образованием плит наилка площадью около 1—0,5 дм<sup>2</sup>. Это дает нам основание утверждать, что термическое растрескивание наилка не может привести к образованию зернистой структуры.

Смена подводного периода жизни наилка сухопутным сопровождается энергичным передвижением в почве и наилке различных животных, в первую очередь дождевых червей. Максимум развития фауны приурочен к участкам центральной поймы с мощностью наилка от 0,3 до 3 см (в 1955 г.). На участке, где наилок отсутствовал или достигал мощности свыше 10 см, червей было мало. Учет количества дождевых червей в верхнем 20-см слое почвы с наилком мощностью от 0,3 до 5 см показал большие колебания — от 2 до 140 экземпляров дождевых червей в образце размером 50 см × 20 см

при среднем содержании 44 экземпляра (среднее из 14 определений). Эффект от передвижения такой массы червей в поверхностном горизонте почвы и в наилке значительный.

Все сказанное позволяет сделать вывод, что образование тонкослоистой и основных черт зернистой структуры пойменных почв совершается в период прохождения иловой стадии почвообразования и является в конечном счете результатом микробиологических процессов, протекавших в затопленных или сильно переувлажненных наилках и почвах поймы. Последующие стадии почвообразования, протекающие под покровом травянистой растительности, приводят к окончательному формированию зернистой структуры пойменных почв.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
1 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. Я. Бронзов, Типы лугов по реке Мологе, 1927. <sup>2</sup> В. Р. Вильямс, Почвоведение, 2, 1949. <sup>3</sup> Б. В. Перфильев, Основы курортологии, Медгиз, 1932. <sup>4</sup> Б. Б. Полянов, Донские пески, их почвы и ландшафты, 1923; Сб. Географические работы, Географгиз, М., 1952.

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

Л. А. КОЗЯР

СПОРОВО-ПЫЛЬЦЕВЫЕ КОМПЛЕКСЫ ХАДУМСКОЙ  
СВИТЫ р. КУБАНИ

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 27 V 1957)

В течение 1953—1954 гг. в лаборатории литологии и стратиграфии нефтегазоносных отложений Всесоюзного научно-исследовательского нефтегазового института Министерства нефтяной промышленности СССР производилось палеонтологическое изучение олигоценовых отложений Ставрополья, в том числе и их спорово-пыльцевой анализ. Материалом для исследования послужили собранные летом 1953 г. образцы из обнажения р. Кубани у Баталпашинского моста (г. Черкасск), стратиграфическая принадлежность которых была определена Б. П. Жижченко.

Спорово-пыльцевые комплексы хадумской свиты отложений р. Кубани характеризуются следующим списком растений (взяты два наиболее характерных спектра):

I. Спорово-пыльцевой спектр хадумской свиты  
(в процентах)

Голосеменные

Taxaceae	1,2
Podocarpus sp.	0,8
Не опред. до рода Pinaceae	4,5
Picea sp.	0,8
Cedrus sp.	0,8
Pinus п/р. Diploxyylon	3,8
Pinus п/р. Haploxyylon	2,4
Taxodium sp.	40,3
Cupressaceae	3,6

58,2

II Спорово-пыльцевой спектр хадумской свиты  
(в процентах)

Голосеменные

Cycadales	2,0
Не опред. до рода Pinaceae	2,4
Picea sp.	1,2
Cedrus sp.	1,4
Pinus п/р. Dip'oxyylon	4,6
Pinus п/р. Haploxyylon	6,2
Taxodium sp.	28,2
Sequoia sp.	1,2
Cupressaceae	0,8

48,0

Покрытосеменные

Не опред. до рода Juglandaceae	3,4
Juglans sp.	0,6
Pterocarya sp.	0,8
Betula sp.	1,6
Alnus sp.	1,6
Corylus sp.	0,8
Quercus sp.	0,8
Acer sp.	0,6
Salix sp.	ед. зерна
Myrsinaceae	2,4
Nyssa sp.	0,8
Anacardiaceae	0,8
Aquifoliaceae	ед. зерна
Tiliaceae	6,2
Нем. Leguminosae	ед. зерна
Nymphaea sp.	ед. зерна
Не опред. до сем. покрытосеменные	12,4

32,8

Покрытосеменные

Не опред. до рода Juglandaceae	2,6
Juglans sp.	1,6
Carya sp.	4,8
Betula sp.	3,6
Alnus sp.	0,8
Corylus sp.	4,8
Carpinus sp.	ед. зерна
Castanea ?	ед. зерна
Ulmus sp.	ед. зерна
Acer sp.	1,2
Tilia sp.	0,8
Myrtaceae	1,4
Nyssa sp.	2,4
Violaceae	ед. зерна
Anacardiaceae	4,8
Urticaceae	ед. зерна
Cruciferae	0,6
Chenopodiaceae	0,6
Tiliaceae	5,5
Potamogeton sp.	ед. зерна
Не опред. до сем. покрытосеменные	10,0

45,5

Filicales

Anelmia sp.	ед. споры
Не опред. до семейства	6,8

3,0

Filicales

Не опред. до семейства	6,2
------------------------	-----

Hystrichosphaeridae

Указанные спорово-пыльцевые комплексы характеризуются преобладанием пыльцы голосеменных растений. Голосеменные представлены пыльцой родов Pinus, Picea, Taxus, Cupressaceae, особенно много (до 40%) встре-

чается пыльцы *Taxodium*. Среди покрытосеменных растений более или менее значительную роль в комплексе играет пыльца *Betulaceae* (роды *Betula*, *Alnus*, *Corylus*, *Carpinus*, до 9—14%) и *Juglandaceae* (роды *Juglans*, *Carya*, *Pterocarya*, до 6—9%), часто встречается пыльца *Salix*, *Acer*, *Ulmus*, *Tilia*. Субтропические растения представлены пыльцой *Myrtaceae*, *Nyssaceae*, *Ilex*; пыльца *Palmae* и *Magnoliaceae* встречается крайне редко в виде единичных пыльцевых зерен. Споры папоротников, пыльца травянистых растений и группа *Hystrichosphaeridae* существенной роли в хадумских спорово-пыльцевых комплексах не играют. Наличие в спектрах пыльцы растений, сильно отличающихся друг от друга по своей экологии, говорит о том, что эти спектры, по-видимому, отражают растительность различных экологических зон, и, вероятно, различных вертикальных зон: хвойные леса, состоявшие из различных сосен, ели, тиса и, возможно, кипарисовых (можжевельника?) занимали более приподнятые участки; несколько ниже располагались широколиственно-хвойные леса. На морских побережьях, очевидно, значительные территории были заняты болотами субтропического типа, о чем свидетельствуют находки пыльцы *Potamogeton* и *Nymphaeaceae*, а также большое количество пыльцы *Taxodium*.

В связи с этим следует упомянуть сообщение Уэстера<sup>(1)</sup> о возобновлении естественного произрастания болотного кипариса (*Taxodium distichum* (L.) Rich.) в штате Вашингтон (США) на о-ве Теодора Рузельта.

Болотный кипарис в настоящее время произрастает вдоль восточного побережья США от Делавэра до Флориды и по долинам некоторых рек южных центральных штатов, западнее Техаса. В пределах штата Вашингтон *Taxodium* до настоящего времени не встречался. Однако на территории Главного национального парка, к которому относится и упомянутый о-в Теодора Рузельта, культивируется группа этих деревьев (около 12), семена от которых попадали в воду и течением реки переносились от места их произрастания к южной части о-ва Теодора Рузельта. Находя там подходящие условия, они прорастали, и к 1952 г. на этом острове уже насчитывалось до 60 экземпляров *Taxodium distichum* в возрасте от 1 до 26 лет, причем 16 из них погибли очевидно из-за затенения лиственными породами. Болотный кипарис растет на о-ве Теодора Рузельта в болотистом месте с типично болотной растительностью (*Typha latifolia* L., *Pontederia cordata* L., *Peltandra virginica* (L.) Kunth). Открытые участки болота окружены древесными породами: *Salix nigra*, *Fraxinus americana* L., *Acer saccharum* L. и *Cornus stolonifera* Michx. На хорошо дренированной почве он растет лучше. Возобновление естественного произрастания болотного кипариса в штате Вашингтон через 100000 лет и более Уэстер рассматривает как признак восстановления благоприятных условий для воспроизведения *Taxodium distichum* и включения его в естественную флору штата Вашингтон, отличающегося мягким и влажным морским климатом (средняя температура января +5°, осадки — от 600 до 3000 мм в год).

Физико-географические условия южно-атлантических и центральных штатов США, где произрастает в настоящее время *Taxodium*, характеризуются влажным субтропическим климатом (в штате Флорида средняя температура января от 16 до 21°, июля 27°), большим количеством осадков (в штате Флорида 1500 мм в год и выше), преимущественно глинистыми почвами, большими заболоченными пространствами. Растительность этих штатов лесная с господством хвойных пород, к которым присоединяются и лиственные<sup>(2)</sup>. В западных частях этой области располагается зона дубовых лесов, состоящих из нескольких видов дуба, кленов, орехов (*Juglans*), гикори (*Carya*), платанов и др. В наиболее южных штатах господствует болотный кипарис, кроме него — магнолия и некоторые сосны. Встречается также ряд других деревьев: *Nyssa biflora*, красный клен и др., а также одна пальма (*Sabal Adansonii*). На песчаных прибрежных равнинах северной части указанной области господствуют сосны (*Pinus rigida*, *P. taeda*, *P. palustris*).

Рассматривая установленный при помощи спорово-пыльцевого анализа состав растительности в хадумское время Северного Кавказа в районе Ставрополья, нельзя не отметить его сходства в общих чертах с современной растительностью южных и центральных атлантических штатов США. Принимая во внимание, что растительность отображает физико-географические условия, и учитывая упомянутое выше сходство в составе растительности, по-видимому, можно полагать, что климат и другие черты физико-географических условий Северного Кавказа в хадумское время были в общих чертах сходны с таковыми южных и центральных атлантических штатов США в настоящее время. Однако следует помнить, что при изучении спор и пыльцы значительная часть их (10—15 иногда до 25%) оставалась неопределенной. Вполне возможно, что в эту группу входит и пыльца тропических растений, плохо еще в настоящее время изученная, поэтому возможно также, что климат Северного Кавказа в хадумское время был даже еще более мягким и теплым, чем в настоящее время в указанных провинциях США.

Поступило  
9 IV 1955

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> H. V. Wester, *Atlantic Naturalist*, 8, № 5,239 (1953). <sup>2</sup> В. В. Алексин, География растений, М., 1944.

В. А. СЫСОЕВ

К МОРФОЛОГИИ, СИСТЕМАТИЧЕСКОМУ ПОЛОЖЕНИЮ  
И СИСТЕМАТИКЕ ХИОЛИТОВ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 8 VI 1957)

Впервые хиолиты были описаны в 1840 г. из ордовика Эстонии Э. И. Эйхвальдом (¹), который, как и большинство авторов, в последующем изучавших эту группу, отнес ее к проблематическим ископаемым. В конце XIX в. эту группу относили или к крылоногим моллюскам, или к червям. Вопрос их систематического положения до настоящего времени остается открытым, и многие авторы помещают хиолитов в группу *incertae sedis*.

Почти совершенно не была разработана систематика этих животных. Наиболее интересными здесь являются исследования Уолкотта (1886) (²) и Холма (1893) (³), которые наметили деление хиолитов на группы.

На основании изучения автором хиолитов из нижнего кембрия востока Сибирской платформы, с применением методики изготовления ориентированных шлифов и просмотра значительного количества литературного материала, морфология и систематика их вырисовываются достаточно четко.

Хиолиты — животные обычно с двусторонне-симметричной раковиной пирамидальной, конусовидной или веретенообразной формы, круглого, овального, линзовидного, треугольного, трапециевидного, квадратного или пятиугольного поперечного сечения. Угол расхождения от 1 до 40°. Сторона раковины, более плоская и с выступающей языкообразной губой устья, считается брюшной, противоположная — спинной. Различаются еще спинная и брюшная поверхности.

В процессе онтогенеза животное проходило две стадии: личиночную и взрослую. Личиночная стадия имеет вид шарообразной или конусовидной начальной камеры либо трубчатой раковины.

Шарообразная начальная камера располагается сбоку от продольной оси и резко отличается внешне от взрослой стадии.

Конусовидная начальная камера не отличается внешне от остальной части раковины.

Трубчатая личиночная раковина, по-видимому, состоит из хитина и внутри имеет несколько перегородок. Начальных стадий ее пока не найдено. Скульптура трубочки в виде поперечных колец.

Взрослая стадия имеет две полости: разделенную поперечными перегородками полость коротких воздушных камер и большую жилую камеру. Перегородки большей частью вогнуты в макушечную сторону и иногда в центральной части их присутствуют более или менее резко выраженные воронкообразные впадины. Ни отверстий в перегородках, ни сифона нет.

Спинная сторона в некоторых случаях с двумя параллельными друг другу стенками, пространство между которыми (спинная полость) заполнено поперечными к оси раковины перегородками.

Устье раковины ровное или с языкообразной почти плоской губой, у основания которой могут присутствовать два выреза.

Устье закрывалось крышечкой, повторяющей его очертания. Макушка крылечки эксцентрично расположена в спинно-брюшной плоскости. Крылечки можно подразделить на несколько типов: 1) с ровной наружной поверхностью; 2) с узкой, расширяющейся от макушки к краю брюшной лож-

биной; 3) с выпуклым треугольным брюшным лимбом и плоским или слабо загнутым спинным, изогнутым по отношению к первому; 4) третий тип, но с брюшным и спинным валиками, расширяющимися к краю и расположеными в спинно-брюшном направлении; 5) с выпуклым центральным лимбом и более плоским краевым.

Внешняя поверхность раковины иногда гладкая, чаще с линиями роста или скульптурирована продольными и поперечными ребрами, кольцами, бороздами и морщинами различной величины. У некоторых представителей

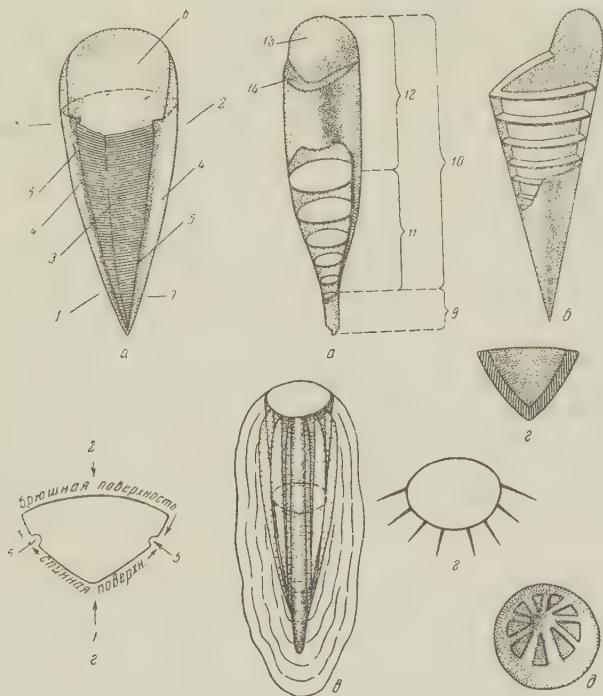


Рис. 1. Схемы строения раковин хиолитов: *а* — общий вид раковины; *б* — общий вид спинной полости; *в* — общий вид уш; *г* — поперечное сечение раковин (спинная полость защищирована); *д* — крылечка пятого типа с внутренней стороны (\*); *1* — спинная сторона, *2* — брюшная сторона; *3* — спинная поверхность (покрыта штриховкой); *4* — брюшная поверхность (покрыта точками); *5* — граничные борозды; *6* — труба; *7* — макушечная (задняя) часть; *8* — устьевая (передняя) часть; *9* — личиночная стадия; *10* — взрослая стадия; *11* — полость воздушных камер; *12* — жилая камера; *13* — брюшной лимб крылечки третьего типа; *14* — спинной лимб крылечки третьего типа

хиолитов присутствуют узкие и высокие продольные выступы (ушки), проходящие вдоль всей раковины.

Внутренняя поверхность отражает скульптуру наружной или отличается иногда очень резко. Например — наружная поверхность — с поперечными кольцами, а внутренняя — с продольными неправильными морщинами или гладкая.

Внешняя поверхность крылечки имеет концентрические линии роста, концентрические и радиальные морщины, ребра и борозды. С внутренней стороны находятся одна или несколько пар билатерально-симметричных мускульных впечатлений, которые имеют обычно правильные очертания. У некоторых хиолитов нечетное количество мускульных впечатлений звездообразно группируются вокруг центрального.

В очень редких случаях в устье сохраняются два свободно лежащих овальных в поперечном сечении, игловидных изогнутых, вероятно хитиновых, придатка. Они выполняли, по-видимому, функцию поддержек жаб или щупалец и могли убираться в раковину.

Раковина обычно состоит из карбоната кальция, более редко из фосфат-кальция. Карбонат кальция находится в минералогической модификации кальцита, но сказать, что первично раковина состояла из кальцита, нельзя, так как арагонит с течением времени переходит в кальцит.

Стенка раковины, по-видимому, состоит из одного и двух слоев, каждый из которых образован несколькими прослойками. Однослойная раковина присутствует у представителей хиолитов без внутренних перегородок. Два слоя характерны для форм с перегородками. Слои морфологически отличаются нерезко, но, восстанавливая физиологию построения раковин животным, можно сделать вывод, что они выделялись различными частями тела. Хорошо это видно у родственной хиолитам группы животных — тенетакулитов. Внешний слой — основной слой раковины. Внутренний — слой перегородок и внутренней части стенки раковины.

В процессе индивидуального развития от личиночной стадии к взрослой изменяются очень многие признаки раковины. Вероятно, изменяется ее состав: хитин заменяется карбонатом кальция. Круглое или округлое поперечное сечение переходит в треугольное. Угол возрастания почти всегда у макушки на несколько градусов больше, чем близ устья. Скульптура может меняться очень сильно. Поперечные кольца на личиночной стадии уступают место продольным ребрам на взрослой. Плоскости симметрии личиночной и взрослой стадии у некоторых форм находятся по отношению друг к другу под углом 90°. Изменяется изогнутость раковины, изгиб которой всегда больше у макушки, а ближе к устью раковина почти прямая. Плоские перегородки в макушечной или личиночной части заменяются вогнутыми во взрослой.

Первые представители хиолитов появляются в низах нижнего кембрия, где проявляют уже многообразие форм. В кембрии, ордовике и силуре они переживают расцвет. В девоне, карбоне и перми происходит угасание. В мезозое хиолиты уже не встречаются. Группа эта очень консервативная: в течение палеозоя не происходит каких-либо крупных морфологических изменений. Формирование крупных систематических категорий в ней по-видимому, закончилось еще в докембрии, и они четко отделились друг от друга. Наиболее древними и рано обособившимися, вероятно, следует считать формы с окружным сечением без перегородок внутри, с очень узкой и длинной раковиной и крышечкой пятого типа. По-видимому, эту стадию в онтогенезе повторяют хиолиты с трубчатой личиночной стадией. Наиболее сложно устроены и дольше всех существовали животные с конусовидной начальной камерой.

Систематическое положение хиолиты должны себе найти в типе моллюсков, как рано обособившаяся группа. В связи с этим может получить объяснение примитивность их строения по отношению к другим моллюскам, консерватизм и вымирание в палеозое. По-видимому, двухслойное и трехслойное строение стенки раковины моллюсков появилось не сразу, а вначале раковина была однослойной, как у наиболее древних представителей хиолитов. В целом все хиолиты выделяются нами в надотряд *HYOLITHIDA* super ord. nov., который подразделяется на 5 отрядов, систематическими признаками которых является строение личиночной стадии раковины, строение внутренней полости, вид симметрии раковины и строение крышечки.

### 1 отряд — *HYOLITHIDA* ord. nov.

Животные с двусторонне-симметричной раковиной, с конусовидной начальной камерой, внешне не отличающейся и не отделяющейся от остальной части раковины. Внутренняя полость делится на полость воздушных камер и жилую камеру. Крышечка двусторонне-симметричная перво-

торого, третьего и четвертого типов с двумя группами мускульных отпечатков на внутренней стороне.

## 2 отряд — DIPLOTHECIDA ord. nov.

Животные с личиночной стадией раковины в виде трубочки с поперечно-ольчатой наружной поверхностью. Трубочка обычно изогнута по отношению к продольной оси взрослой части двусторонне-симметричной раковины

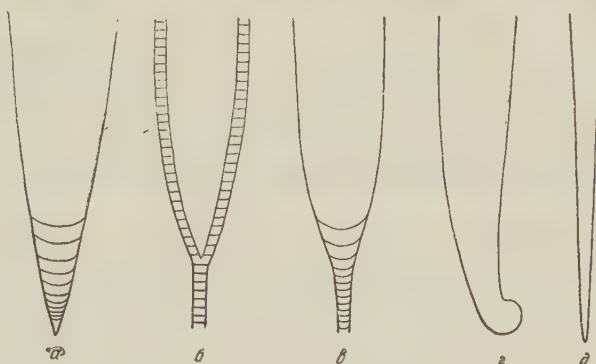


Рис. 2. Схематические продольные разрезы через раковины хиолитов различных отрядов: *α* — *Hyolithida* ord. nov., *β* — *Diplothecidida* ord. nov., *γ* — *Camerothecida* ord. nov., *δ* — *Globorilida* ord. nov., *ε* — *Hyolithellida* ord. nov.

и резко отделяется от нее. Внутри присутствуют поперечные перегородки. Вдоль спинной стороны проходит спинная полость. Устье с губой. Крышечка неизвестна.

## 3 отряд — CAMEROTHECIDA ord. nov.

Животные с раковиной обычно овального поперечного сечения. Личиночная стадия имеет вид трубочки с незначительным углом расхождения, которая внутри разделена перегородками и изогнута часто в плоскости, перпендикулярной плоскости изогнутости остальной части раковины. При переходе от личиночной стадии к взрослой угол расхождения резко увеличивается. Около устья он незначителен. Макушечная часть раковины разделена поперечными перегородками на камеры. Крышечка неизвестна.

## 4 отряд — GLOBORILIDA ord. nov.

Животные с двусторонне-симметричной изогнутой раковиной округленно-треугольного поперечного сечения с ровной в виде низкого конуса крышечкой. Личиночная стадия представлена начальной шарообразной камерой.

## 5 отряд — HYOLITHELLIDA ord. nov.

Животные с круглой, овальной, эллиптической и округленно-треугольной в поперечном сечении, иногда радиально-симметричной раковиной, очень узкой и длинной. Макушка острая. Личиночная стадия неизвестна. Билатерально-симметричная крышечка делится на центральный и краевой лимбы. Макушке, расположенной несколько эксцентрично, с внутренней стороны соответствует впадина, вокруг которой звездообразно группируется нечетное количество ложбин (мускульных отпечатков), доходящих до края центрального лимба.

Палеонтологический институт  
Академии наук СССР

Поступило  
6 VI 1957

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> E. Eichwald, Zs. f. Natur- und Heilkunde, 1, 2 (1840). <sup>2</sup> Ch. D. Walcott, Bull. US Geol. Surv., № 30 (1886). <sup>3</sup> G. Holm, Sver. Geol. Unders., ser. c, № 112 (1893). <sup>4</sup> H. W. Shimer, R. R. Shrock, Index Fossils of North America, New-York—London, 1944.

Т. А. ЯКУБОВСКАЯ

НОВЫЕ НАХОДКИ ТРЕТИЧНОЙ ФЛОРЫ В ТОМСКОМ ПРИОБЬЕ

(Представлено академиком В. Н. Сукачевым 7 V 1957)

В 1955—1956 гг. автором настоящего сообщения была собрана коллекция отпечатков листьев из третичных отложений Заобского яра, расположенного в 7 км выше с. Кожевникова на левом берегу р. Оби в районе Томского Приобья.

Отсюда ранее П. А. Никитиным <sup>(4)</sup> были изучены ископаемые семена (до 100 видов) и М. Г. Горбуновым — орехи *Juglans cinerea* L. и шишки рода *Metasequoia*\* <sup>(2)</sup>.

В вышеуказанной работе П. А. Никитина приводятся богатые семенные комплексы из третичных отложений двух других соседних обнажений — Вороновского яра на левом берегу р. Оби выше Заобского яра и с. Киреевского на правом берегу Оби ниже Заобского яра.

На основании изучения семян П. А. Никитин относит толщу третичных песков и глин, выступающую над уровнем Оби от с. Воронова до с. Киреевского, к плиоцену и считает ее одновременной.

В 1944 г. Л. А. Рагозиным в третичных глинах с. Киреевского были обнаружены отпечатки листьев. В. А. Хахлов <sup>(5)</sup>, определивший эти листья, понизил возраст киреевской флоры до верхнего олигоцена — нижнего миоцена.

Анализ комплекса отпечатков листьев Заобского яра вносит некоторые изменения в сложившееся представление о характере растительности, составе и возрасте неогеновой флоры Томского Приобья. В Заобском яру обнажаются следующие породы:

1. Почва. Мощность . . . . .	0,5—0,75 м	7. Суглинок светло-серый, ожелезненный, переслаивающийся с коричневато-серой очень песчанистой глиной и серым песком, с сидеритовыми конкрециями, с отпечатками листьев на глинах и конкрециях. Мощность . . . . .
2. Суглинок палево-серый. Мощность . . . . .	8—9 м	8. Глина коричневато-серая, слоистая, с линзами и отдельными глыбами сидеритовых конкреций, с большим количеством отпечатков листьев, семян, плодов и других растительных остатков. Видимая мощность . . . . .
3. Погребенная почва. Мощность . . . . .	4 м	5 м
4. Суглинок серовато-коричневый, переслаивающийся с песком желтоватого цвета. . . . . Мощность	3,5 м	
5. Песок косослоистый, серый, серовато-желтый, местами с прослойками суглинка с раковинами <i>Pelecypoda</i> и <i>Gastropoda</i> . Мощность . . . . .	14 м	
6. Галечник, слабо сгементированный. Мощность	0,5—1,5 м	

\* М. Г. Горбунов нашел здесь плохой сохранности отпечатки листьев.

Отпечатки листьев Заобского яра были собраны в коричневато-серых линях (обычно находящихся под водой и только в период низкого паводка выступающих над уровнем реки) и в ржаво-коричневых сидеритовых конкрециях, включенных в эти глины (слой 8), а также извлечены из глыбы коричневатых глин, выжатой оползнем из третичной толщи, обнажающейся на основании яра. Всего собрано до 300 отпечатков.

Комплекс растений, изучавшийся автором в Московском университете в Ботаническом институте АН СССР, содержит следующие виды:

*Pinus* sp., *Taxodium dubium* (Sternb.) Heer *Metasequoia disticha* (Heer) Miki, *Cyperites* sp., *Salix integra* Goepp., *S. varians* Goepp., *S. macrophylla* Heer, *Salix* sp., *Populus latior* Heer, *P. balsamoides* Goepp., *Juglans acuminata* A. Braun, *Pterocarya castaneifolia* (Goepp.) Schlecht., *Corylus Schischkinii* sp. nov., *Betula subpubescens* Goepp., *B. parabaikalensis* sp. nov., *Alnus* sp., *Quercus pseudocatanea* Goepp., *Q. praedentata* sp. nov., *Ulmus carpinooides* Goepp., *U. longilolia* Ung., *Nyssa europaea* Ung., *Liquidambar europaea* A. Braun.

Кроме указанной коллекции нами были собраны отпечатки листьев во всей 7-метровой толще третичных отложений Заобского яра. Здесь в сидеритовых конкрециях и на сильно песчанистой глине (слой 7) всюду попадались отпечатки листьев *Quercus praedentata* sp. nov., *Betula subpubescens* Goepp., *Populus latior* Heer, реже другие формы, которые иногда из-за рыхлости пород трудно было извлечь.

Отпечатки листьев нижнего слоя (слой 8), положенные в основу наших выводов, хорошей сохранности, залегают в плоскости напластования, не смяты и не несут следов повреждений, что свидетельствует о спокойном режиме водоема, представлявшего собой, по-видимому, речные старицы, протоки и другие водоемы, куда листья приносились с ближайших берегов.

Характерными формами изученного комплекса являются наиболее интересные флористические и филогенетические виды: *Corylus Schischkinii* sp. nov., *Betula parabaikalensis* sp. nov., *Quercus praedentata* sp. nov. и *Liquidambar europaea* A. Braun.

Ликвидамбар в коллекции представлен пятью трех- и пятилопастными некрупными листьями. Этот вид, один из основных компонентов палеогеновых флор Азии, сохранившийся теперь в североамериканском и дальневосточном убежищах, несомненно представляет интерес во флоре более молодого возраста.

Три новых вида указывают на значительную эндемичность западно-сибирской флоры в третичное время. Листья *Corylus Schischkinii* крупные и очень сходны с листьями *Corylus macquartii* (Forbes) Heer и ее современного аналога *C. avellana* L. Однако по форме верхушки — вытянутой и длинной, отличающей заобские листья от всех ископаемых видов лещины и современных листьев, просмотренных в гербарии БИН АН СССР, остатки отнесены к новому виду, названному в честь члена-корреспондента АН СССР Б. К. Шишкина, много сделавшего для изучения флоры Сибири.

Среди множества листьев березы *B. subpubescens* Goepp. в коллекции выделяются несколько экземпляров листьев *B. parabaicalensis* sp. nov., отличающихся крупными размерами (до 10 см), клиновидным основанием и небольшим количеством (5 пар) вторичных жилок. Эти листья не сходны с листьями известных ископаемых видов, от современных же крупнолистных берез типа *B. grandifolia* Litw., *B. cordifolia* Rgl. они резко отличаются ромбической формой пластинки — признаком, характерным для дальневосточных берез *B. irkutensis* Sukacz., *B. tianschanica* Rupr., *B. baicalensis* Sukacz. Различие листьев сравниваемых видов в размерах может быть объяснено более угнетенным состоянием дальневосточных берез, либо наличием в коллекции порослевых экземпляров ископаемой заобской березы.

Сходство листьев *Quercus praedentata* sp. nov. и *Quercus dentata* Thunb. почти полное. Листья *Q. dentata* в ископаемом состоянии до сих пор встречены не были, однако характерная широко-треугольная верхняя половина

листовой пластинки с очень вытянутыми, цельнокрайними с параллельными сторонами лопастями, встречающаяся лишь у листьев *Q. dentata* не вызывает сомнений в близости этих двух видов. *Q. dentata* растет на сухих холмах и склонах гор в сосновых и сосново-дубовых лесах в умеренном теплоумеренном поясах Южной и Средней Японии, в Корее и Юго-западном Китае, а также отдельными рощами в СССР — в южной части Приморья.

Результат спорово-пыльцевого анализа, проведенного по нашей просьбе Е. Н. Анановой\*, оказался следующим: из 333 просмотренных споровых и пыльцевых зерен 81% принадлежит древесным растениям, 3% травянистым и 16% плауновым и папоротникам; среди древесных растений преобладают березы (2—3 вида) — 32,1%, дубы (2 вида) — 14,8% и ольха (2 вида) — 15,5%; в составе хвойных (18%) сосны (преобладает подрод *Haploxyylon*) — 9,2%, ели — 4,4%, таксодиевых — 3,3%, а также единичные зерна тусяг, кетелерии и пихты; из лиственных пород здесь обнаружены ореховые (*Juglans*, *Carya* и *Pterocarya*), *Carpinus*, *Parrotia*, *Ulex* и единичные зерна *Fagus*, *Zelkova*, *Tilia*, *Nyssa*, *Sanguisorba* и *Caprifoliaceae* (cf. *Lonicera*).

Характер спорово-пыльцевого спектра подтверждает и несколько дополняет материалы, полученные изучением отпечатков.

Ископаемый комплекс Заобского яра по своему составу обнаруживает большое сходство с комплексом Киреевского (по спискам В. А. Хахлое<sup>(5)</sup>). В киреевской флоре также преобладают листья берез (до 40%) и дубов (8%), представленные более или менее разнообразно, в то время как остаткиной состав в принципе сходен с заобским.

Нами в темно-серых глинах с. Киреевского были собраны отпечатки веточек *Taxodium dubium* (Sternb.) Heer., листьев *Populus balsamoides* Goepp., *P. latior* Heer., *Betula subpubescens* Goepp., *Quercus* sp., *Ulmus carpinooides* Goepp. и в сидеритовых конкрециях плоды *Juglans cinerea* L., *Corylus*, *Quercus*, *Cornus* и др. Остатки *Taxodium dubium* и *Populus balsamoides* обнаружены здесь впервые; наличие рода *Taxodium* еще теснее сближает комплексы обоих местонахождений.

В свете новых данных третичная растительность района с. Киреевского и Кожевникова представляется в следующем виде. Основными лесообразователями были березы и дубы, к ним примешивались ильмы, *Metasequoia* и другие хвойные, отчасти дзелька и парроция, изредка магнолия (по семенам); подлесок составляли лещина и дерен, ближе к воде росли болотный кипарис, нисса и ликвидамбар. По берегам водоемов произрастали *Juglans*, *Carya*, *Pterocarya*, *Alnus*, *Populus* и *Salix*; во влажных местах встречались реликтовые *Liriodendron* (по семенам из Заобского яра, по Никитину).

Возможно, что состав флоры был богаче и что менее типичные формы пока еще не встречены, однако и в таком виде он не имеет ничего общего с современной флорой этого края и представляется довольно разнообразным для сибирской флоры плиоценена.

Установление П. А. Никитиным плиоценового возраста данной флоры основано на изменении типа растительности в период произрастания обской флоры и на появлении во флоре современных видов *Taxodium* и *Sequoia*\*\*. По Никитину в это время в Томском Приобье широколиственные леса сменялись травянистыми фитоценозами.

Листовая флора, свидетельствующая о существовании в это время пляжных березово-дубовых лесов с примесью других широколиственных и хвойных пород, показывает, что П. А. Никитин, изучая семена, уловил интразональные сообщества приречных и озерных лугов и пойм, а не водораздельную растительность.

\* Пользуюсь случаем поблагодарить Е. Н. Ананову за сделанные ею определения.

\*\* Возможно, остатки недавно открытого рода *Metasequoia* П. А. Никитиным принадлежат к новым видам *Sequoia* Endl.

Комплекс растений Заобского яра содержит: 1) виды типичной аркто-третичной флоры — *Taxodium dubium*, *Metasequoia disticha*, *Liquidambar euro-праea*; 2) миоценовые виды Зап. Европы, широко представленные в олигоцене и миоцене Азии — *Salix varians*, *S. macrophylla*, *Populus balsamoides*, *Betula subpubescens*, *Ulmus longifolia*, *Nyssa europaea* и другие формы, установленные спорово-пыльцевым анализом, и 3) новые виды третичной флоры Зап. Сибири — *Corylus Schischkinii*, *Betula parabaikalensis* и *Quercus praedentata*.

Почти все виды Заобского яра обычны для олигоценовой и отчасти миоценовой флоры Зап. и Вост. Сибири, Тургайской области и Приаралья, и лишь *Betula parabaikalensis* и особенно *Quercus praedentata* являются показателями более молодого возраста, ввиду сходства этих видов с произрастающими в настоящее время на Д. Востоке их аналогами.

Отсутствие во флоре главным образом древних дубов и таких мезофильных лесообразователей, как каштан\* и бук, исчезновение которых, по-видимому, связано с несколько большей континентальностью климата по сравнению с климатом эпохи растительности Реженки и Лагерного сада у Томска, также свидетельствует о более молодом возрасте нашей флоры.

Палеогеновая флора Зап. Сибири, известная из местонахождений рр. Томи, Кеми, Тавды, имея с неогеновой флорой общих тургайских представителей, свойственных и палеогену Казахстана, отличается от заобской флоры видовой архаичностью отдельных элементов (*Quercus Nimrodii*, *Q. Alexeевii*, *Fagus Antipovii*) и наличием очень немногих теплолюбивых форм (*Myrica*, *Sassafras*, *Diospyros*). Комплекс же миоценовой флоры, известной из г. Тары и рр. Тым, Сым, Кизак, содержащий более типичный миоценовый состав, представляется нам несколько древнее заобского.

Возраст комплекса Заобского яра с его *Taxodium*, *Metasequoia*, *Liquidambar*, *Nyssa* и другими олиго-миоценовыми представителями не может соответствовать плиоцену — времени начала преобразования состава сибирской флоры в ее современный состав. По нашему мнению, развитие такой флоры могло происходить в миоцене, по-видимому, не позднее верхнего миоцена.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
3 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. Г. Горбунов, ДАН, 77, № 1 (1951). <sup>2</sup> М. Г. Горбунов, И. А. Баркалов, ДАН, 105, № 5 (1955). <sup>3</sup> Б. В. Мизеров, Тр. ТГУ, 124 (1933). <sup>4</sup> П. А. Никитич, ДАН, 61, № 6 (1948). <sup>5</sup> В. А. Хахлов, ДАН, 65, № 5 (1949).

\* В нашей коллекции из с. Реженки у г. Томска встречены отпечатки *Castanea atavia* Ung.

Л. П. ЧЕРЕМНЫХ

## КИСЛЫЕ МУКОПОЛИСАХАРИДЫ ХОРИОНА ЖИВОТНЫХ С ПРИМИТИВНОЙ ПЛАЦЕНТАЦИЕЙ

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 10 VI 1957)

Особенности соединительнотканной стромы и проницаемости хориона примитивных плацент мало изучены. Между тем исследования в этом направлении имеют значение не только для понимания механизма материнско-плодового обмена у животных с примитивным типом плацентации, но они могут пролить свет и на некоторые неясные вопросы проницаемости более сложных гемохориальных плацент, к которым относится и плацента человека. Особенный интерес представляет изучение кислых мукополисахаридов хориона, с которыми, как известно (2, 6, 7), связана проницаемость основного вещества соединительной ткани.

В последнее время предприняты попытки изучить систему «гиалуроновая кислота — гиалуронидаза» в плаценте человека. Выяснено (3), что количество гиалуронидазы в плаценте человека нарастает, а количество высокополимерных кислых мукополисахаридов уменьшается (5) с увеличением срока беременности. В настоящей работе мы попытались проследить распределение кислых мукополисахаридов в хорионе животных с примитивным типом плацентации на различных стадиях беременности.

Нами изучался хорион овцы (десмохориальный тип плацентации) и хорион свиньи (эпителиохориальный тип плацентации). Материал фиксировался в 1% растворе уксуснокислого свинца на 8% растворе формалина и заливался в парафин обычным способом. Срезы обрабатывались по способу Мак-Мануса, Хэлла и окрашивались толуидиновым синим с обязательным контролем гиалуронидазой. Этот ферментативный контроль мы считали необходимым, так как гиалуроновая кислота является главным компонентом основного вещества; другие мукополисахариды входят в его состав в гораздо меньших количествах. Первый из упомянутых способов позволяет выявить деполимеризованные кислые мукополисахариды, а два последних пригодны для выявления их в высокополимерном состоянии (4, 8).

Наши исследования показали, что в соединительнотканной строме ворсин хориона овцы на ранних стадиях беременности, соответствующих 1,5 мес., содержится очень большое количество кислых мукополисахаридов в высокополимерном состоянии, которые равномерно распределены по всей строме ворсины. Они представлены здесь зернами, располагающимися цепочкой и образующими многочисленные довольно грубые, волокноподобные структуры. Сеть этих зернистых волокон настолько густа, что при просмотре препаратов со слабыми системами создается впечатление гомогенного прокрашивания стромы (рис. 1). В хориальной пластинке таких полисахаридов меньше, чем в ворсинках; волокна их образуют широкопетлистую сеть. Как в ворсинках, так и в хориальной пластинке в петлях этой сети при обработке препаратов по способу Хэлла обнаруживается нежная гомогенная субстанция бледно-голубого цвета. Сопоставляя результаты этих наблюдений с тем, что было получено при окраске тех же препаратов толуидиновым синим, мы заключили, что высокополимерные кислые мукополисахариды не только образуют волокноподобные структуры, но и входят в состав субстанции, выполняющей пространства между ними.

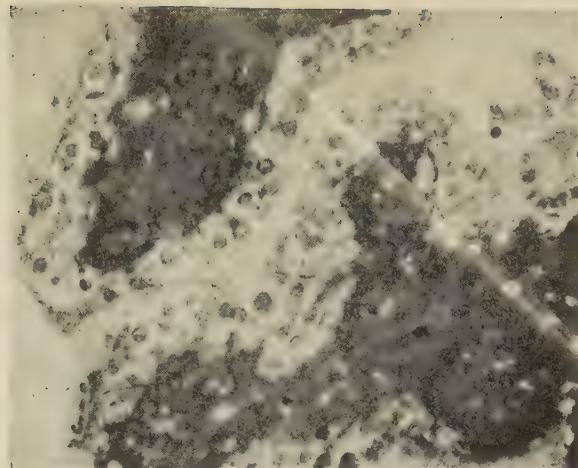


Рис. 1. Ворсины хориона овцы. Беременность 1,5 мес. Обработка по Хэллу + гематоксилин Майера. Микрофото. Об. 40 ×, гомаль 6

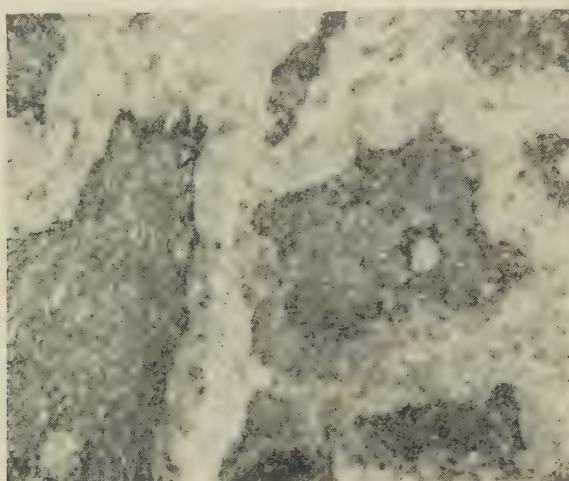


Рис. 3. Ворсины хориона овцы. Беременность 2 мес. Обработка по Хэллу + гематоксилин Майера. Микрофото. Об. 40 ×, гомаль 6

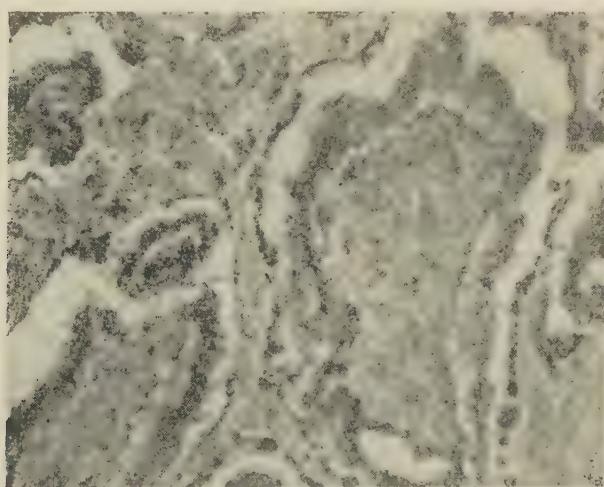


Рис. 4. Ворсины хориона овцы. Беременность 3 мес. Обработка по Хэллу + гематоксилин Майера. Микрофото. Об. 40 ×, гомаль 6



Положительную реакцию на кислые мукополисахариды при окраске по Хэллу и толуидиновым синим дают также некоторые клеточные элементы хориальной пластинки. Известно (1), что на описываемой стадии клеточные элементы хориона представлены малодифференцированными синцитиально связанными клетками и крупными округлыми клетками, напоминающими оседлые макрофаги. Субстанция, выявляемая с помощью упомянутых способов, обнаруживается в обеих клеточных формах. В части округлых клеток пылевидные зерна кислых мукополисахаридов располагаются по границам мелких вакуолей, количество которых в цитоплазме клеток широко варьирует (рис. 2, а). В других случаях эти зерна обнаруживаются только в периферической зоне цитоплазмы (рис. 2, б). Вместе с тем в некоторой части округлых клеток кислых мукополисахаридов обнаружить не удается. Мы не могли проследить процесс выделения описанных зерен в основное вещество. Поэтому нет достаточных оснований связывать с округлыми клетками образование кислых мукополисахаридов основного вещества хориальной пластинки. Более определенные выводы об участии в этом процессе можно сделать в отношении других клеточных форм — синцитиально связанных друг с другом малодифференцированных фибробластов. В цитоплазме этих клеток, главным образом в их эктоплазме, в ряде случаев отчетливо выявляется в виде волокноподобных структур субстанция, положительно окрашивающаяся по способу Хэлла и дающая отчетливую метахромазию с толуидиновым синим (см. рис. 2, в). Мы прослеживали непосредственный переход этих волокноподобных структур в аналогичные структуры основного вещества, образованные, как было показано выше, высокополимерными кислыми мукополисахаридами.

К 2 мес. беременности количество высокополимерных кислых мукополисахаридов в ворсинах хориона по сравнению с предыдущей стадией заметно уменьшается, но характер распределения их по существу остается прежним (рис. 3). Следует только отметить, что в основных ворсинах, имеющих крупные кровеносные сосуды, сеть кислых мукополисахаридов нежнее, чем в конечных ворсинах, — она сходна с сетью хориальной пластинки. Картина распределения высокополимерных мукополисахаридов в клеточных элементах не отличается сколько-нибудь от того, что было отмечено выше, для хориона 1,5-месячной беременности.

По мере увеличения срока беременности (3—3,5, 5—4,5 мес.) волокнистые структуры, образованные кислыми мукополисахаридами, становятся все тоньше и нежнее, а сеть их все более крупнопетлистой (рис. 4). Аналогично тому, что имеет место в хорионе человека, в основных ворсинах которого вокруг крупных кровеносных сосудов на стадии, соответствующей 20—24 неделям беременности, формируются муфты из высокополимерных кислых мукополисахаридов (5), в хориальной пластинке овцы к 3—3,5 мес. беременности вокруг сосудов крупного и среднего калибров также образуются подобные муфты. В конечных ворсинах вокруг мелких сосудов и капилляров таких муфт нет. В хориальной пластинке вокруг сосудистых муфт в большом количестве встречаются описанные выше

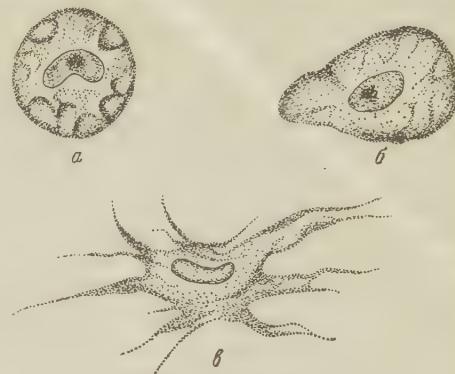


Рис. 2. Клетки, содержащие мелкозернистые и волокноподобные включения кислых мукополисахаридов. а, б — клетки типа оседлых макрофагов в хориальной пластинке овцы; беременность 1,5 мес.; обработка по Хэллу + гематоксилин Майера; в — фибробласт соединительнотканной стромы ворсины хориона овцы; беременность 3 мес.; окраска толуидиновым синим. Об. имм. 90×, ок. 10

округлые клетки типа оседлых макрофагов, в протоплазме которых содержатся субстанции, дающие положительные реакции на кислые мукополисахариды с реактивом Хэлла и метахромазию при окраске толуидиновым синим. Они выявляются чаще всего в виде мелких зерен, расположенных по периферии клетки. В ворсинках хориона, напротив, чаще встречаются элементы фибробластического ряда, в эктоплазме которых видны волокна такой субстанции, вступающие в связь с сетью волокноподобных структур основного вещества стромы ворсин.

Деполимеризованные кислые мукополисахариды мы выявляли с помощью PAS-реакции по Мак-Манусу. В строме ворсин хориона овцы при беременности сроком в 1,5—2 мес. они содержатся в значительно меньшем количестве, чем высокополимерные мукополисахариды, и выявляются в виде равномерной густоплетистой сети нежных волокон. Под хориальным эпителием и вокруг всех капилляров эта субстанция образует хорошо выраженные мембранны, а вокруг более крупных кровеносных сосудов — широкие муфты. Таким образом, деполимеризованные кислые мукополисахариды (гиалуроновая кислота в частности) сконцентрированы в тех местах, где процессы обмена идут наиболее интенсивно. При сравнении хориона ранних стадий беременности и более поздних стадий (4,5 мес.) при окраске по Мак-Манусу бросается в глаза утолщение волокон субстанции, дающей положительную PAS-реакцию, и общее увеличение ее количества нарастанием срока беременности. Муфты из деполимеризованных кислых мукополисахаридов вокруг всех сосудов и капилляров, а также прослойка их под хориальным эпителием становится гораздо шире и интенсивнее по окраске на поздних стадиях беременности. Интересно отметить, что в цитоплазме клеток нам не удавалось выявить субстанции, дающей положительную окраску на кислые мукополисахариды при окраске по Мак-Манусу. Можно предположить, что процессы деполимеризации кислых мукополисахаридов совершаются в основном веществе, а не в цитоплазме клеток.

В соединительной строме хориона свиньи мы обнаруживали с помощью метода Хэлла и толуидиновым синим большое количество высокополимерных кислых мукополисахаридов. Они представлены здесь густой сетью толстых волокон. С увеличением срока беременности волокна становятся тоньше, а сеть их более редкой; следовательно, общее количество высокополимерных кислых мукополисахаридов уменьшается. Однако следует заметить, что это уменьшение их количества выражено здесь не столь резко, как в хорионе овцы.

Сравнивая результаты настоящей работы с данными наших прежних исследований (5), мы можем сделать вывод, что в соединительной ткани хориона животных с примитивной плацентацией содержится гораздо больше высокополимерных мукополисахаридов, чем в хорионе человека, где они образуют значительно более нежные структуры. Однако, как и у человека, в хорионе животных с примитивной плацентацией количество высокополимерных кислых мукополисахаридов уменьшается, а количество деполимеризованных мукополисахаридов нарастает с увеличением срока беременности. Это уменьшение полимерности веществ, входящих в состав основного вещества соединительной ткани, очевидно, ведет к повышению его проницаемости.

Новосибирский медицинский  
институт

Поступило  
22 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. П. Жук, ДАН, 107, № 1 (1956). <sup>2</sup> Б. Н. Могильницкий, В кн. Вопросы проницаемости кровеносных капилляров в патологии, 1, 1949, стр. 25. <sup>3</sup> Л. И. Мограчева, Содержание гиалуронидазы в хорионе и плаценте у женщин в течение беременности и родов, Диссертация, Л., 1954. <sup>4</sup> А. А. Тустановский, Г. В. Орловская, Сборн. Современные методы и техника морфологических исследований, 1955. <sup>5</sup> Л. П. Черемных, ДАН, 110, № 6 (1956). <sup>6</sup> T. Dugan-Reynals, Bast. Rev., 6, № 4, 197 (1942). <sup>7</sup> K. Meuseg, Phisiol. Rev., 27, № 3, 336 (1947). <sup>8</sup> B. N. Petersson, Acta Soc. Med. Upsal., 58, № 2, 1 (1953).

Н. Н. ПОЛУНИНА

К БИОЛОГИИ ЦВЕТЕНИЯ И ЭМБРИОЛОГИИ  
*CALLISTEMON LANCEOLATUS* D. C.

(Представлено академиком Н. В. Цициным 15 VI 1957)

К роду *Callistemon* R. Br. (сем. Myrtaceae) относится более 20 видов, родиной которых является Австралия и Новая Зеландия.

Эмбриологические данные по этому роду почти отсутствуют. Известно строение семяпочки <sup>(1)</sup> и некоторые этапы развития цветка <sup>(2)</sup>.

Данная работа проведена в 1954—1956 гг. с целью изучения эмбриологии и биологии цветения *Callistemon lanceolatus* в оранжерейных условиях.

Развитие семяпочки и зародышевого мешка было изучено частично на микротомных препаратах, но в основном была использована ускоренная методика исследования на тотальных препаратах.

Части цветка *Callistemon lanceolatus* закладываются на цветоложе, принимающем вид вогнутой чаши. Сначала появляются чашелистики, затем лепестки, плодолистики и, наконец, тычинки. Такая последовательность развития цветка характерна и для представителей рода *Eucalyptus*, также относящегося к сем. Myrtaceae <sup>(3)</sup>.

Мелкие семяпочки, закладывающиеся в большом количестве, анатропные, с двумя интегументами, каждый из которых состоит из двух рядов клеток, как у большинства исследованных представителей миртовых <sup>(1), (4)</sup>. Нутеллус, по сравнению с другими видами этого семейства, развит значительно слабее.

Археспориальная клетка отделяет кроющую клетку, которая несколько раз делится. Верхняя клетка диады обычно не делится, и поэтому образуется только три макроспоры, которые располагаются линейно. Нижняя макроспора дает начало развития зародышевому мешку, образующемуся по нормальному типу. Антиподы быстро отмирают. Полярные ядра долго не сливаются.

Яйцевой аппарат состоит из слегка вытянутой яйцеклетки, несколько расширенной в своей нижней части. Синергиды обе одинаковые, овальной формы, ядра их обращены к микропилярной части зародышевого мешка (рис. 1).

Фенология развития семяпочки и зародышевого мешка *Callistemon lanceolatus* в 1955 г. показана в табл. 1.

Цветение в оранжерейных условиях наступает через 2 мес. после появления бутонов.

В той же таблице показаны фенофазы цветения *Callistemon lanceolatus* в оранжерейных условиях в 1955 г.

В 1955 г. цветение одного и того же куста в оранжерейных условиях происходило три раза — в мае, сентябре и декабре.

Искусственное опыление было проведено в период первого и второго цветения. При сентябрьском опылении наблюдалось отставание в развитии на 3—4 дня по сравнению с майским.

При изучении процесса оплодотворения, развития зародыша и эндосперма

*Callistemon lanceolatus* нами была применена методика ускоренного исследования на тотальных препаратах без применения микротома.

Ускоренные приемы обычно использовались для изучения пыльцы, пыльцевых трубок и поздних стадий развития зародыша (5, 11). Изучение

развития зародышевого мешка, оплодотворения и ранних этапов развития зародыша осложняется большими размерами семяпочек, толщиной нуцеллуса и покровов, а также различными включениями, присутствующими во всех клетках. Однако В. А. Поддубной-Арнольди (12, 13) при изучении эмбриологии ряда орхидей на тотальных препаратах были получены прекрасные результаты не только при окраске гематоксилином Эрлиха и реакции Фельгена, но и при исследовании их в живом состоянии.

Семяпочки *Callistemon lanceolatus* имеют небольшой размер, тонкие покровы, а нуцеллус к моменту оплодотворения почти полностью разрушается в микропилярной части. Благодаря наличию дубильных веществ окрашивается плохо. Наиболее четкие

Рис. 1. Микропилярная часть зародышевого мешка *Callistemon lanceolatus* с яйцевым аппаратом и полярными ядрами перед оплодотворением. 820 ×

в клетках семяпочек материал и ясные препараты были получены только с уксусным кармином по Шнейдеру (14).

Перед оплодотворением в микропилярной части зародышевого мешка находятся яйцевой аппарат и вблизи него два полярных ядра, окруженные

Таблица 1

	Дата	День после появления бутонов		Дни после начала цветения
Появление нуцеллуса	21 III	24	Растрескивание бутона	1
Начало образования интегументов	29 III	32	Растрескивание пыльников и выход пыльцы	2—4
Заложение археспориальной клетки	7 IV	41	Рыльце становится клейким	1—6
Подготовка к редукционному делению	12—12 IV	46—56	Опадение лепестков	2—3
Образование диады	22 IV	56	Тычинки опадают	12—14
Образование тетрады	22 IV	56	Рыльце темнеет, верхняя треть столбика подсыхает	16—20
1-, 2-, 4-ядерный зародышевый мешок	26 IV	60	Столбик опадает	21—24
Зрелый зародышевый мешок	1 V	65	Заметное увеличение завязи	40—50

густой пазмой с каплями жира (см. рис. 1). Через микропиле пыльцевые трубки входят в полость зародышевого мешка, причем синергиды могут разрушаться или оставаться целыми.

Вместе с содержимым пыльцевой трубки в зародышевый мешок вносятся большое количество жиров. Очевидно, жиры являются растворителями каротиноидов, которые имеют непосредственное отношение к оплодотворению (15—18).

В момент излияния содержимого пыльцевой трубки в зародышевый ме-

шок спермии представляют собой небольшие компактные темноокрашенные образования, слегка вытянутой формы. Один из спермииев направляется ко вторичному ядру зародышевого мешка, которое вместе со спермиием начинает отходить от яйцевого аппарата в среднюю часть зародышевого мешка (рис. 2), где спермий несколько увеличивается и становится более рыхлым.

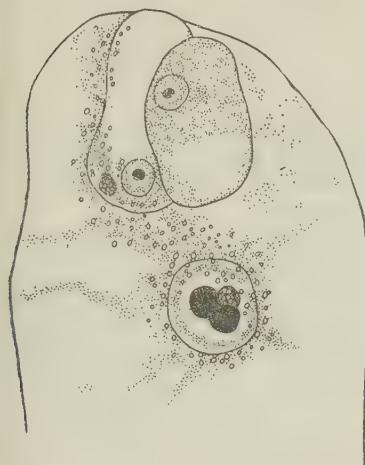


Рис. 2.



Рис. 3.

Рис. 2. Микропилярная часть зародышевого мешка *Callistemon lanceolatus* в период оплодотворения. Видны капли жира вокруг спермииев, яйцеклетки и вторичное ядро зародышевого мешка. 820 ×

Рис. 3. Микропилярная часть зародышевого мешка *Callistemon lanceolatus* на 19—20 день после опыления с ядрами эндосперма и яйцеклеткой, ядро которой имеет большой размер по сравнению со спермиием. 820 ×

После слияния спермия со вторичным ядром зародышевого мешка очень быстро происходит деление и образование ядер эндосперма.

Второй спермий направляется к яйцеклетке (рис. 2), подходит все ближе к ядру яйцеклетки до полного соприкосновения с ним. К этому времени у спермия все еще не обнаруживается ядрышка, и он сохраняет свое компактное строение, хотя и становится несколько крупнее. На 18—19 день после опыления в спермии становится видным ядрышко, он делается светлее, и его ядро теперь отличается от ядра яйцеклетки только меньшими размерами (рис. 3).

Слияние ядер в зиготе было впервые замечено на 32 день после опыления. Таким образом, оплодотворение яйцеклетки совершается на 2 недели позже, чем тройное слияние.

В табл. 2 показано время вхождения пыльцевой трубки, оплодотворения, развития зародыша и эндосперма *Callistemon lanceolatus* в оранжерейных условиях в 1955—1956 гг. (в днях после опыления).

Таблица 2

	Число дней после опыления
Вхождение пыльцевой трубки в зародышевый мешок	16—17
Слияние спермия со вторичным ядром зародышевого мешка	18—19
Образование первых двух ядер эндосперма	18—19
Образование 4—16 ядер эндосперма	20—25
Слияние спермия с яйцеклеткой	32—35
Первое деление зиготы	290—325
Шарообразный зародыш	298—337
Начало дифференциации семядолей	305—341
Зародыш занимает половину полости мешка	353—362
Зародыш занимает всю полость мешка	380—396

Первое деление зиготы было замечено 20 II 1956 г., т. е. через 290 дней после опыления, сделанного 6 V 1955 г. Развитие зародыша происходит по Solanaceae-типу.

Зрелый зародыш прямой, белого цвета, с плоскими мясистыми семядолями, длинным корнем, гипокотилем и маленькой почечкой. Запасные вещества семени находятся в теле самого зародыша в виде белков, аминокислот и жиров. Эндосперм почти полностью потребляется. Нутцеллус также почти весь разрушается.

Растresкивание плодов и высыпание семян происходит через 2—3 года после опыления.

У *Callistemon lanceolatus* довольно часто наблюдаются случаи образования нутцеллярных зародышей, которые развиваются вместо зиготного зародыша. Если нутцеллярные зародыши возникают наряду с зиготным зародышем, то образуется по меньшей мере два зародыша.

Полиэмбриония в сем. миртовых известна только в роде *Eugenia* (1, 19, 21). Возможно, что дальнейшее изучение эмбриологии представителей сем. миртовых расширит число видов, у которых будет найдена полиэмбриония, так как в этом семействе, по-видимому, имеется наследственно обусловленная склонность к образованию нутцеллярных зародышей и к полиэмбрионии.

Главный ботанический сад  
Академии наук СССР

Поступило  
4 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> J. M a u r i t z o n, Lunds Univers. Arsskr., N. F. Adv. 2, 35, № 2 (1939). <sup>2</sup> J. R a u-  
e g, Traité d'organogénie de la fleur, Paris, 1857. <sup>3</sup> Н. Н. Полунина, Бюлл. ГБС АН СССР,  
в. 16 (1953). <sup>4</sup> Н. Н. Полунина, Бюлл. ГБС АН СССР, в. 29 (1957). <sup>5</sup> Д. А. Тран-  
ковский, Тр. Съезда по генетике, селекции и прикладной ботанике, 2, 1929. <sup>6</sup> В. А.  
Поддубная-Арнольди, Planta, в. 25, № 4 (1936). <sup>7</sup> В. А. Поддубная-  
Арнольди, Бот. журн., 23, № 4 (1938). <sup>8</sup> В. А. Поддубная-Арнольди,  
Бот. журн., 33, № 2 (1948). <sup>9</sup> В. А. Поддубная-Арнольди, Бюлл. ГБС  
АН СССР, в. 14 (1952). <sup>10</sup> Е. Н. Герасимова-Навашина, ДАН, 56, № 4  
(1947). <sup>11</sup> Е. Н. Герасимова-Навашина, Тр. Бот. инст. им. В. Л. Комарова,  
сер. VII, 2 (1951). <sup>12</sup> В. А. Поддубная-Арнольди Бюлл. ГБС АН СССР,  
в. 18 (1954). <sup>13</sup> В. А. Поддубная-Арнольди, Пробл. совр. эмбриол., Л.,  
1956. <sup>14</sup> Б. Ромейс, Микроскопическая техника, ИЛ, 1954. <sup>15</sup> С. И. Лебедев,  
ДАН, 59, № 5 (1948). <sup>16</sup> С. И. Лебедев, Селекция и семеноводство, № 9 (1949).  
<sup>17</sup> С. И. Лебедев, Физиологическая роль каротина в растениях, Изд. АН СССР, 1953.  
<sup>18</sup> Н. В. Цингер, В. А. Поддубная-Арнольди, ДАН, 110, № 1 (1956).  
<sup>19</sup> N. K. Tiwagu, J. Ind. Bot. Soc., 5 (1926). <sup>20</sup> П. Магешвари, Эмбриология  
покрытосеменных, ИЛ, 1954. <sup>21</sup> S. K. Roy, Currans Sci., 22, № 8 (1953).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

М. КЛЮЧАРЕВА

**РОЛЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПЫЛЬЦЕВЫХ ТРУБОК  
В ОПЛОДОТВОРЕНИИ ПШЕНИЦЫ**

(Представлено академиком Т. Д. Лысенко 26 IV 1957)

В настоящей статье приводятся данные по оплодотворению у пшеницы. Мы останавливаемся здесь, в основном, на вопросе о поступлении содержимого пыльцевых трубок в полость зародышевого мешка и нуцеллярную ткань после слияния яйцеклетки со спермием, т. е. во время развития зиготы в зародыш. В качестве материала была взята озимая пшеница сорта Украинка. Цветки фиксировали каждые 2 часа до 48 часов после самоопыления (фиксатор Навашина). Препараты окрашивали по Модилевскому (основной фуксин с подкраской светло-зеленым), генцианой с оранжем, по Ньютону, ю Фельгену и метиленовой синей с кислым фуксином в буферах.

Через 4—8 час. после самоопыления в столбике наблюдается большое количество растущих пыльцевых трубок. В завязи в этот промежуток времени их меньше, и в зародышевый мешок к моменту двойного оплодотворения изливается обычно 2—3 пыльцевые трубки. Большинство авторов считает, что после слияния яйцеклетки со спермием рост пыльцевых трубок к зародышевому мешку прекращается. В действительности же происходит как раз наоборот. Именно после слияния гамет и происходит наиболее усиленное поступление пыльцевых трубок в семяпочку к зародышевому мешку (рис. 1, а). Это явление было замечено нами еще в 1952 г. на персике, у которого пыльцевые трубки были обнаружены в полости зародышевого мешка на 2, 7 и даже на 9 день после опыления (3). В этих случаях трубы или изливают свое содержимое в зародышевый мешок, в котором уже имеется 2-, 4-клеточный предзародыш и хорошо развитый эндосперм, или врастают прямо в ткань эндосперма и там изливают свое содержимое. Нам удавалось видеть спермии, лежащие непосредственно возле эндоспермальных ядер. Такие же картины были обнаружены у ржи.

Изучая процесс оплодотворения у пшеницы через 30—48 час. после опыления, мы снова столкнулись с явлением входления пыльцевых трубок в полость зародышевого мешка после слияния гамет. Кроме того было обнаружено излияние содержимого пыльцевых трубок в окружающую его ткань нуцеллуса. Эти наблюдения заслуживают внимания потому, что среди эмбриологов в настоящее время ведется спор о том, могут ли проникать спермии в нуцеллярную ткань или нет. Одни авторы (1, 2, 11) отстаивают не только возможность входления спермии в эту ткань, но даже и слияние их с ядрами нуцеллуса. Другие (7—9) отрицают это и ограничивают процесс оплодотворения слиянием гамет. При этом утверждается, что для оплодотворения необходима только одна пыльцевая трубка и никакие дополнительные трубы ни в зародышевый мешок, ни в окружающую его ткань не входят. Такое убеждение возникло, возможно, потому, что дополнительные трубы они искали в момент слияния гамет, т. е. всегда в один и тот же промежуток времени, как правило, от 30 мин. до 3—6—8 час. после опыления. Но в этот период дополнительных трубок еще не бывает, — они поступают позже и не все сразу, а порциями, начиная от 18—20 часов и до 48 часов после опыления.

Путь этих трубок изучен: сначала они растут на рыльце, затем врастают в полость между завязью и семяпочкой, дальше идут по поверхности наружного интегумента, дорастают до микропиле. Через 3, 5, 10 час. после опыления одна или две пыльцевые трубы круто поворачивают к микропиле и изливают свое содержимое в полость зародышевого мешка или в одну из синергид, которая при этом разрушается.



Рис. 1. *а* — Пыльцевые трубы, растущие в ткани завязи (халазальная часть); в них спермии (в момент слияния яйцеклетки со спермием), *б* — деструктивные ядра нуцеллуса, окружающие зародышевый мешок в момент слияния яйцеклетки со спермием

Те трубы, которые поступают после слияния гамет, изливаются в зиготы, 2-4-клеточного предзародыша или в ткань эндосперма. Много трубок продолжают расти в том же направлении, но уже не поворачивают к зародышевому мешку, а изливают свое содержимое в микропиле или между интегументами и семяпочкой (рис. 2 *а*). Позже содержимое этих трубок стекает по межклетникам к месту прикрепления семяпочки к завязи. Собираясь здесь в больших количествах, плазма пыльцевых трубок прорывает нуцеллярную ткань и устремляется к зародышевому мешку или вниз по ткани, разрушая при этом клетки и увлекая за собой ядра нуцеллуса. На своем пути она настолько сильно разрушает и растворяет клетки нуцеллуса, что образуются целые полости величиной в 300—400  $\mu$ . В этих полостях кроме плазмы пыльцевых трубок и спермииев находятся также плазма и ядра разрушенных нуцеллярных клеток (рис. 2, *б*, *в*, *г*).

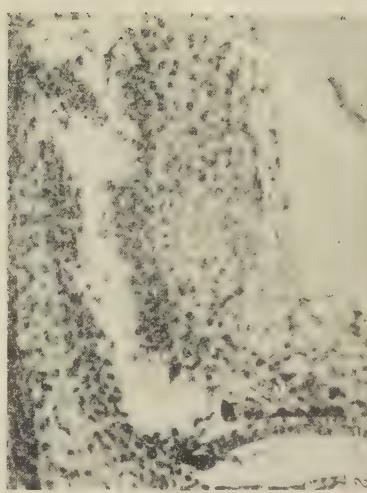


Рис. 2, а — Семяпочка (микропилярная часть). Содержимое пыльцевых трубок излилось между интегументами и проникает в нуделлярную ткань; б, в, г — семяпочки с полостями, образованными в нуделлярной ткани, после излияния содержимого пыльцевых трубок

ДАН, т. 116, № 2, Ключарева



Ядра нутцеллуса, оставшиеся вне клеток, претерпевают своеобразные преобразования. Содержание ядра и ядрышка сливаются, из ядра уходит часть кариоплазмы, оно уменьшается в размере. Меняется и форма ядер, они становятся вытянутыми, червеобразными или распадаются на массу мелких капелек. Очевидно, пыльцевые трубы содержат вещества типа ферментов, которые способны растворять клеточные перегородки. Этот вопрос тесно связан с вопросом питания зиготы во время развития ее в зародыш. Нутцеллярная ткань, из которой, как известно, строит свое тело зародыш и эндосперм, через некоторое время после оплодотворения поглощается ими. Как же происходит поглощение этой ткани?

До опыления нутцеллярная ткань состоит из хорошо выполненных жизнедеятельных клеток, с крупными ядрами. В наружных слоях этой ткани идет деление клеток, в слоях же, непосредственно прилегающих к зародышевому мешку, оболочки клеток начинают растворяться еще до опыления. Растворению и преобразованию клеток нутцеллуса в этих случаях способствуют антиподы — возле них и под ними всегда возникает наибольшее количество деструктивных ядер. Процесс этот идет медленно, и можно проследить все постепенные переходы от целых клеток до неклеточного вещества. Остатки ядер, имеющие самую разнообразную форму и величину, всегда окружают зародышевый мешок. В литературе эти ядра называются дегенерирующими. Термин этот не отражает сути происходящих в них изменений, так как процесс деструкции и растворения — это не просто дегенерация, а превращение живой ткани из неусвояемой в усвояемую пищу для зиготы, развивающейся в зародыш. Деструктивные ядра нутцеллуса хорошо окрашиваются ядерными красками и дают положительную реакцию по Фельгену. На определенной ступени дифференцировки они могут иметь форму, структуру и окраску такую же, как и спермии (рис. 1 б).

В недавно опубликованной статье К. Ю. Кострюковой (4) дана критика методики фиксации, которой пользовались некоторые авторы. Безусловно, фиксация спиртом не сохраняет прижизненного состояния тканей. Спирт сжимает и искажает клетки и их содержимое. Но дело в том, что структуры, которые находят при фиксации спиртом, могут быть найдены и при фиксации по Навашину, Карнуа и т. п. Поэтому ошибка заключается не только в том, что материал фиксировался спиртом, но и в том, что критикуемые авторы игнорировали все те преобразования, которые происходят в ткани.

Мы не отрицаем того, что в нутцеллярную ткань попадают спермии и что их можно найти в клетках и возле ядер, возможно и на ядрах и в любом другом месте, в зависимости от того, где изолируется содержимое пыльцевой трубы. Но это никак нельзя называть оплодотворением соматических ядер нутцеллуса хотя бы потому, что оплодотворение — это процесс, который дает жизнь, в результате которого возникают зародыши, зародыши нового. Между тем из тех нутцеллярных ядер, которые предположительно слились со спермием, не только не возникает ничего нового, но они являются тем материалом, из которого строит свое тело зародыш. Конечно, можно сослаться на примеры нутцеллярной полиэмбрионии. Но в этих случаях зародыши могут возникать и без участия пыльцы. Поэтому мы оставляем их пока в стороне и разбираем оплодотворение у тех растений, зародыши которых возникают из яйцеклетки и в результате оплодотворения.

Какова же роль содержимого тех пыльцевых трубок, которые поступают в зародышевый мешок после слияния яйцеклетки со спермием?

Слияние гамет обеспечивает диплоидизацию будущего зародыша и дает некоторый стимул к саморазвитию яйцеклетки в зародыш. Внешней средой для растущего зародыша и эндосперма является семяпочка. В ней зигота растет, строит свое тело из окружающей ее ткани и из пластических веществ, поступающих в семяпочку. По мере развития зародыша потребляется не только нутцеллярная ткань, но и находящееся в ней содержимое трубок. Следовательно, содержимое пыльцевых трубок, поступивших в нутцеллус, во время развития зиготы ассимилируется и может стать составной частью

тела зародыша, эндосперма. Но кроме того пыльцевые трубки вносят активные вещества типа ферментов, которые помогают зиготе при развитии ее в зародыш переводить неусвояемую клеточную ткань в усвояемую неклеточную массу.

Наконец, очень важная роль дополнительных спермий и плазмы трубок заключается еще в том, что они могут непосредственно входить в ткань эндосперма и 2-, 4-, 6-, 8-клеточного предзародыша. Нам встречались также спермии, лежащие не внутри, а на 4-, 6-, или 8-клеточном предзародыше — как бы прилипшие к нему. Эти спермии всегда бывают окрашены слабее обычных и более пористы, чем спермии, только что вышедшие из трубок. В дальнейшем они растворяются и рассасываются растущим зародышем, т. е. ассилируются.

Таким образом, изложенный нами фактический материал показывает, что слияние гамет еще не обеспечивает оплодотворения, понимая под оплодотворением акт, создающий жизнеспособность будущего организма. Слияние гамет восстанавливает диплоидный набор хромосом, образует зародыш тела нового организма и дает некоторый стимул к саморазвитию. Для диплоидизации, возможно, достаточно и одного спермия, но для создания жизнеспособности будущего организма необходимо все то большое количество содержимого пыльцевых трубок, которое изливается в семяпочку.

Оплодотворение осуществляется как путем непосредственного вхождения спермии в зиготу или 2-, 4-, 8-клеточный предзародыш, так и путем ассилиации содержимого пыльцевых трубок, подобно тому как это происходит при вегетативной гибридизации, когда привой строит свое тело из пластических веществ, поступающих из подвоя.

Исходя из того, что жизненность и наследственность — свойства разные, хотя и взаимосвязанные, Т. Д. Лысенко высказывает мысль о том, что при взаимодействии отцовского и материнского начала следует различать 1) оплодотворение, т. е. создание разнокачественности, противоречивости живого тела (зародыша нового организма), на основе которой возникает жизнеспособность тела, стимул к саморазвитию, и 2) идущее параллельно с этим наследование, т. е. смешение отцовских и материнских веществ с определенной наследственностью. Разделять же сам процесс оплодотворения на «оплодотворение яйцеклетки» и «оплодотворение соматических клеток», на оплодотворение и «менторальное действие» и т. д. мы считаем неправильным.

Оплодотворение — это единый биологический процесс, создающий жизнеспособность организма, начинающийся с момента прорастания пыльцевых трубок на рыльцах и включающий в себя кроме слияния яйцеклетки со спермием и все последующие процессы, связанные с поступлением содержимого пыльцевых трубок в семяпочку. Длительность оплодотворения в каждом отдельном случае определяется длительностью восприимчивости пыльцы, т. е. до тех пор пока пыльцевые трубки растут внутрь семяпочки, до тех пор они и оплодотворяют.

Поступило  
22 IV 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> О. М. Гаврилова, Изв. АН СССР, сер. биол., № 6 (1953). <sup>2</sup> Н. Э. Зайкова, Изв. АН СССР, сер. биол., № 4 (1952). <sup>3</sup> М. В. Ключарева, Тр. Инст. генетики АН СССР, № 21 (1954). <sup>4</sup> К. Ю. Кострюкова, Ф. С. Гурецкая, Журн. общ. биол., № 1 (1956). <sup>5</sup> Т. Д. Лысенко, Агробиология, № 5 (1952). <sup>6</sup> Я. С. Модилевский, Бот. журн. АН УССР, 10, № 2 (1953). <sup>7</sup> Я. С. Модилевский, Р. А. Бейлис, Журн. Инст. бот. АН УРСР, № 21—22 (1939). <sup>8</sup> П. Ф. Оксюк, Бот. журн. АН УРСР, 12, № 3 (1955). <sup>9</sup> П. Ф. Оксюк, М. И. Худяк, Бот. журн. АН УРСР, 9, № 4 (1952). <sup>10</sup> П. Ф. Оксюк, М. И. Худяк, ДАН, 105, № 4 (1955). <sup>11</sup> Я. Е. Элленгорн, В. В. Светозарова, Бот. журн., 34, № 6 (1949).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Р. А. БОРСУК

**О ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ РЕГЕНЕРИРУЮЩЕГО ХРУСТАЛИКА  
У ВЗРОСЛОГО ТРИТОНА К ДЕЙСТВИЮ ГАММА-ЛУЧЕЙ**

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 22 V 1957)

Известно, что в основе эмбрионального развития и восстановления органов лежат сходные закономерности. Как органогенезу, так и регенерации свойственны процессы дифференцирования. Однако условия, в которых происходит развитие органа в эмбриональном периоде, отличаются от условий во взрослом организме в случаях восстановления органов. Различны также и свойства клеточных элементов, участвующих в восстановительных процессах и дифференцировке эмбрионального зачатка.

Возможно, что в связи с этим и реакция развивающегося органа на повреждающие факторы в эмбриональном периоде и в условиях взрослого организма будет различна.

Известно также, что воздействие ионизирующей радиации на организм в эмбриональном периоде вызывает ряд нарушений в развитии, в частности в развитии глаза. Аномалии выражаются в неправильном расположении линзовых волокон хрусталика, в вакуолизации и дегенерации хрусталиковых клеток. Такие отклонения от типичного развития хрусталика наблюдались при воздействии лучистой энергией у птиц<sup>(2)</sup> и амфибий<sup>(1)</sup>.

Предметом данного сообщения является исследование чувствительности к действию  $\gamma$ -лучей хрусталика, развивающегося у взрослого тритона при так называемой вольфовской регенерации.

У взрослых прудовых и гребенчатых тритонов через разрез, сделанный в роговице, удалялся хрусталик, после чего тритоны подвергались тотальному действию  $\gamma$ -лучей  $CO^{60}$  при помощи установки ГУТ-400-1. Были проведены две серии опытов.

В I серии были использованы в качестве подопытных животных *Triton taeniatus* и *Triton cristatus*. Облучение производилось дозой от 700 до 1000 г.

Для установления наиболее чувствительных стадий развития хрусталика облучение производилось в день удаления хрусталика и на различных этапах развития регенерата — в период дегигментации радужки, в момент усиленного размножения клеток эпителия радужки и образования зачатка хрусталика и, наконец, на стадии дифференцировки волокнистой части вновь образующегося хрусталика.

Необходимо отметить, что вскоре после облучения тритоны начали проявлять симптомы лучевой болезни, — они плохо принимали пищу, становились вялыми, у некоторых наблюдалась изъязвления кожи. Начиная с 20 дня подопытные животные частично стали гибнуть.

1. Опыты с облучением в день операции по удалению хрусталика и через один день после нее должны были выяснить действие  $\gamma$ -лучей на начальный этап восстановления хрусталика, который выражается в утолщении зрачкового края радужки, разделении его на наружный в внутренний эпителиальные листки и дегигментации клеток. Все эти изменения происходят в течение 7—10 дней после удаления хрусталика. Фиксация животных производилась через 10, 12, 14, 18 и 19 дней после операции.

Как показали микроскопические исследования, тотальное облучение животного дозой 700—1000 г не тормозит наступления реакции радужки на

удаление хрусталика. Утолщение зрачкового края радужки, разделение его на эпителиальные листки и выход пигментных гранул из клеток происходит во всех случаях и в те же сроки. Однако не у всех подопытных животных все эти изменения протекают одинаково.

Характер дальнейшего восстановления хрусталика — размножение клеток эпителия дорсального края радужки и образование зачатка хрусталика — зависит от того, насколько normally прошли изменения в радужке. Образование зачатка не наступает в случаях очень сильного разрыхления зрачкового края радужки, сопровождающегося дезинтеграцией большого количества клеток (рис. 1).

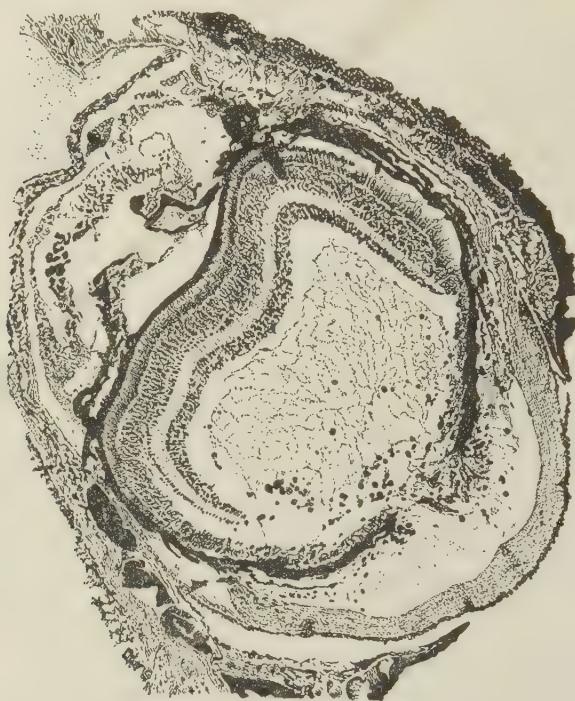


Рис. 1. Глаз тритона через 13 дней после операции.  
Регенерации нет. Доза 750 г

Отдельные случаи отсутствия регенерации обусловлены неполноценностью сетчатки, по-видимому, травмированной при операции.

2. Следующая группа животных была облучена через 12 дней после удаления хрусталика. При нормальном течении процесса регенерат на 12 день представляет собой зачаток хрусталика, связанный с верхним краем радужки и состоящий из эпителиальных клеток с небольшой полостью внутри, которая является продолжением щели, образовавшейся в результате разделения эпителиальных листков в радужке. Фиксация производилась на 19 день, а часть тритонов была зафиксирована на 53 день.

Этот вариант опытов дал неоднородные результаты. У контрольных животных на 19 день регенерат хрусталика уже был отшнурован от радужки и часто занимал центральное положение в задней камере глаза. В нем очень хорошо был выражен хрусталиковый эпителий, волокнистая часть.

У одной части подопытных животных восстановление хрусталика проходило нормально (по сравнению с контролем). У других рост и дифференцировка регенерирующего хрусталика были заторможены. Хрусталик на 19 день после операции был значительно меньшего размера, не отшнурован от радужки; в центральной части наблюдалось много ядер, волокнистое ядро хрусталика мало дифференцировано.

Интересно, что у некоторых тритонов, зафиксированных на 53 день после операции (после такого продолжительного времени), мы наблюдали хрусталики малого размера, не потерявшие связи с радужкой, в них не происходило образования волокнистого ядра (рис. 2). И, наконец, у части животных, находящихся под опытом 53 дня, хрусталики вовсе отсутствовали.

Ввиду того, что облучение производилось на 12 день после удаления

хрусталика и что у контрольных животных во всех случаях происходила регенерация, отсутствие регенерата при фиксации на 53 день можно объяснить не чем иным, как исчезновением зачатка хрусталика — его резорбцией. Такое объяснение согласуется с данными (3) о том, что при локальном облучении передней части головы молодых аксолотлей хрусталик уменьшается и затем полностью исчезает.

3. Третья группа тритонов этой серии опытов облучалась на 15 день после удаления хрусталика. Контрольный регенерат представлял собой хрусталик с хорошо выраженной полярностью, в котором началась усиленная дифференцировка волокон. В центральной части ядер стало меньше. В отдельных случаях хрусталик был связан с радужкой тонкой перемычкой.

В связи с довольно поздним облучением было желательно, чтобы эта группа животных находилась в опыте как можно дольше, и поэтому фиксация производилась в сроки от 25 до 45 дня.

Оказалось, что при облучении на 15 день после операции регенерирующий хрусталик почти всегда прекращает развитие, в нем происходит дегенерация центральной части, с образованием вакуолей (рис. 3).

У значительной части регенераты совсем не были обнаружены. Это подтверждает высказанное уже предположение о том, что регенераты, прекратив свое развитие, исчезают.

Во II серии опытов использовались только *Triton cristatus*. Животные были подвергнуты двухкратному облучению дозой по 2000 г, причем первое облучение было проведено на 12 день. Фиксация была произведена на 24 — 25 день после операции. Необходимо отметить, что эта серия опытов проводилась в зимних условиях, в связи с чем темп восстановления хрусталика был более медленным.

Исследования показали, что облучение дозой в 2000 г не влияет на процессы, происходящие в радужке и обязательно предшествующие началу регенерации хрусталика. Однако размножение клеток эпителия и образование зачатка очень заторможены. В результате развивается небольшой зачаток, который после второго облучения окончательно прекращает свой рост и в ряде случаев совсем исчезает.

Известно, что процесс восстановления хрусталика у взрослого тритона находится в непосредственной зависимости от формообразовательных свойств сетчатки (5).

Из опытов следует, что сетчатка глаза взрослого организма, состоящая из дифференцированных нервных элементов, обладает довольно большой устойчивостью к повреждающему действию лучистой энергии и сохраняет



Рис. 2. Регенерат хрусталика на 53 день. Облучение через 12 дней после операции. Доза 700 г

свои морфогенетические свойства в условиях организма, пораженного лучевой болезнью.

Весь процесс регенерации хрусталика у взрослого тритона складывается из нескольких этапов. Первый этап этого процесса проходит в радужке, обладающей дефинитивной структурой. В ней происходит ряд изменений, необходимых для последующей регенерации. Этот этап является наименее чувствительным к действию  $\gamma$ -лучей. Следующий этап — размножение кле-

ток эпителия радужки и образование зачатка хрусталика. Это, по существу, стадия размножения и накопления клеток, не имеющих еще специфической структуры. Чувствительность к повреждающим факторам на этом этапе повышается, что выражается в торможении развития хрусталика. И, наконец, этап, когда начинается усиленная дифференцировка специфических структур хрусталика — образование волокнистого ядра, — является наиболее чувствительным, что часто проявляется в полной остановке развития хрусталика и его резорбции.

Эти наблюдения согласуются с рядом данных, свидетельствующих о том, что дифференцирующиеся клетки более чувствительны к повреж-



Рис. 3. Регенерат хрусталика на 41 день. Облучение через 15 дней после операции. Доза 750 г

дающим факторам, чем молодые недифференцированные клетки и клетки, обладающие дефинитивной структурой (рис. 3).

В заключение можно сказать, что реакция хрусталика, развивающегося из клеток взрослого организма на повреждающее действие лучистой энергии сходна с тем, что наблюдается при типичном развитии в эмбриональном периоде.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
18 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. А. Б л и н о в, Вопросы радиобиологии, 1956. <sup>2</sup> А. А. З а в а р з и н, Г. В. Я с-  
в ои н, В. Я. А л е к с а н д р о в, Г. Е. С т р е л и н, Вестн. рентгенол. и радиол., 18  
(1936). <sup>3</sup> V. V. B r u n s t, J. Morphol., 95, 2 (1954). <sup>4</sup> R. R u g g, J. Cell. and Compar.  
Physiol., 43, Suppl. 1 (1954). <sup>5</sup> H. W a c h s, Arch. Entwicklungsmech. Org., 46 (1920).

ФИЗИОЛОГИЯ

Я. А. ВИННИКОВ и Л. К. ТИТОВА

**ПРИЖИЗНЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НАД ИЗОЛИРОВАННЫМ  
КОРТИЕВЫМ ОРГАНОМ В ОБЫЧНЫХ УСЛОВИЯХ  
И ПРИ ЗВУКОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

(Представлено академиком Л. А. Орбели 3 VI 1957)

Объектом исследования служили перепончатые улитки 20 морских свинок, 5 котят и 5 молодых кроликов—всего 30 животных. В одной, контрольной, части опытов звуковое воздействие не применялось. В другой части опытов звуковому воздействию (1500 или 300 гц, 95 дБ) подвергался только изолированный орган (в течение 1 часа). В третьей части опытов звуковому воздействию аналогичных частот в течение 1—3 час. подвергались животные, затем они были забиты, после чего воздействие продолжалось над изолированным органом в термостате при 37° в течение  $1\frac{1}{2}$ —1 часа. Изолированные перепончатые улитки переносились в рингеровский раствор без соды, при температуре 36—37°. Одна из них, обычно левая, являлась контролем, другая — правая — прижизненно окрашивалась нейтральным красным (1). Окрашенные и неокрашенные перепончатые улитки исследовались как при лупных увеличениях, так и при помощи светового микроскопа и фазово-контрастного устройства. Для микроскопического исследования, которое производилось при комнатной температуре, перепончатая улитка расчленялась на завитки, которые по очереди срезались и помещались в каплю физиологического раствора под покровное стекло. Таким образом, микроскопическое исследование производилось на живых плоскостных тотальных препаратах кортиева органа.

Наблюдения над неокрашенным живым кортиевым органом позволяют детально рассмотреть все его части в такой же степени, как и на фиксированном препарате (2). Закрывающая его сбоку сосудистая полоска имеет характер ленты правильной формы, изобилующей кровеносными сосудами. У морской свинки соединительнотканная часть сосудистой полоски содержит хроматофоры. Неотчетливо прослеживается эпителиальная часть полоски. Прижизненное окрашивание и воздействие звука мало отражались на ее структурных элементах.

Базилярная мембрана на всем своем протяжении радиально исчерчена темными, плохо преломляющими свет, тонкими, равномерной толщины фибрillами — «струнами». Фибрillы тесно прилежат друг к другу. Между ними располагается в виде правильных светлых промежутков основное вещество. На ее поверхности, обращенной к перилимфе барабанной лестнице, просвечивают отдельные капилляры; поверхность покрыта плоским эпителием эндотелиального типа. Прижизненное окрашивание сопровождается отложением мелких гранул в цитоплазме этого эндотелия. Сама базилярная мембрана не окрашивается. Звуковое воздействие как высокими, так и низкими частотами не меняло картины, разве только намечалось незначительное диффузное прокрашивание основного вещества базилярной мембраны. Но часто даже на самое незначительное механическое прикосновение к мембране препарovalной иглой, покровным стеклом и т. п. она отвечала характерным волнообразным трепетанием.

Поверхность кортиева органа, обращенная к вестибулярной лестнице, покрыта рейнеровой перепонкой. Нейтральный красный откладывается в виде мелких, а подчас и крупных гранул в цитоплазме ее эпителия и эндотелия. В особенности интенсивным бывает гранулоотложение в эпителии рейнеровой перепонки при звуковом воздействии. При этом гранулы могут заполнять почти целиком тело клетки, оставляя незанятой только область ядра и межклеточные границы. Соединительнотканная основа перепонки не видна.

Описание кортиева органа начнем с гензеновских клеток, примыкающих к наружным волосковым клеткам. Гензеновские клетки обычно видны в виде двух рядов тесно примыкающих друг к другу крупных квадратных элементов с округлым ядром. Во время микроскопирования в этих элементах буквально на глазах происходит отмешивание первоначально мелких вакуолей, которые постепенно сливаются в гигантские, правильной круглой или каплевидной формы. Эти вакуоли через 0,5—1,5 часа переполняют цитоплазму клетки, тело клетки значительно деформируется. Вакуоли заполнены каким-то жидким содержимым, сильно преломляющим свет. При использовании фазово-контрастного устройства оно по-прежнему выглядит прозрачным. При звуковых воздействиях вакуолизация гензеновских клеток резко усиливается. Прижизненное окрашивание обнаруживает исключительно интенсивное отложение красителя в виде крупных и мелких гранул, особенно значительное в апикальной части клеток. При звуковом воздействии отложение гранул делается еще более интенсивным и наблюдается также на базальной части клеток. Следует указать, что прижизненное окрашивание не отражается на процессе отмешивания бесцветных гигантских вакуолей гензеновских клеток. Эти вакуоли, несмотря на применение красителя, остаются бесцветными на всех сроках наблюдения, хотя цитоплазма местами может обнаруживать диффузное розовое окрашивание.

Наружные волосковые клетки, граничащие с гензеновскими элементами, располагаются на всем протяжении органа в виде совершенно правильной трехрядной шахматной мозаики. Они отделены друг от друга узкими проложками фаланг. Клетки имеют овальную форму. Их длинная ось расположена в радиальном направлении. Ряд крайних волосковых клеток, примыкающих к гензеновским элементам, отличается своей удлиненной формой. В центре каждой клетки располагается ядро. Цитоплазма представляется прозрачной. На апикальной поверхности, которая слегка выдвинута наподобие сферического купола, отчетливо прослеживаются чувствительные волоски. Волоски каждой клетки выстроены в одну полоску, которая имеет V-образную форму, обращенную своей вершиной в сторону наружных фаланг.

Под наружными волосковыми клетками хорошо прослеживаются цилиндрические клетки Дейтерса с небольшим округлым ядром в центре.

Наружные волосковые клетки примыкают к двойному ряду плоских фаланг и клеток-фаланг. В них упираются своими вершинами наружные и внутренние клетки столбов, ядра которых располагаются в базальной части. Имеющийся между столбами туннель обуславливает прозрачность наружных и внутренних фаланг. В совокупности фаланги образуют длинную прозрачную полоску, разделяющую препарат на две части. К внутренним фалангам примыкает ряд внутренних волосковых клеток. Внутренние волосковые клетки, отделяясь при помощи межклеточных границ, тесно примыкают друг к другу. Они имеют форму невысоких цилиндров, суженных в апикальной части. В центре клетки располагается небольшое круглое ядро. На своей апикальной поверхности клетки несут один ряд невысоких волосков, которые сливаются в одну сплошную полоску, обращенную в сторону внутренних фаланг.

За внутренними волосковыми клетками идет ряд опорных элементов. Располагающаяся на поверхности кортиева органа ретикулярная мембрана Келлика при прижизненных наблюдениях прослеживается с трудом.

то же относится и к кортиевой перепонке. Наличие этой последней, правда, дается установить по некоторому потемнению поля зрения на месте ее расположения.

Под воздействием звука картина кортиева органа резко меняется — независимо от того, применялось ли это воздействие на животное, еще перед влечением органа или только после изоляции, или в обоих случаях.

В кортиевом органе на уровне нижнего и отчасти среднего завитков при воздействии звуков высокой частоты наблюдаются значительные изменения наружных волосковых клетках. Они выражаются в вакуолизации цитоплазмы и набухании или, напротив, сжатии ядер у многих наружных волосковых клеток (3). При этом во время длительного звукового воздействия тело клетки округляется и, по-видимому, в результате своеобразного сокращения цитоплазмы приобретает шаровидную форму. Некоторые округлившиеся волосковые клетки могут выпадать из общей мозаики органа, в особенности на краях препарата. Что касается до внутренних волосковых клеток, то них также наблюдается вакуолизация цитоплазмы, хотя форма их тела ядер меняется в меньшей степени.

Аналогичные изменения, с теми или другими вариациями, наблюдаются верхнем завитке улитки под воздействием низких частот.

Прижизненное окрашивание нейтральным красным обнаруживает ряд весьма отчетливых картин, свидетельствующих о жизнедеятельности изолированного кортиева органа, отличающихся в зависимости от того, применялось ли воздействие звука или нет.

Если звуковое воздействие не применялось, то в таком случае наблюдается весьма характерное отложение гранул в наружных и внутренних волосковых клетках, строго в их апикальной области. Число гранул может колебаться от 10 до 15. Размеры гранул также колеблются, однако не превышают 4—8  $\mu$ . Распределение гранул весьма характерно: они располагаются в виде розетки или букета.

Во внутренних волосковых клетках гранулы также откладываются в апикальной области над ядром. Здесь гранулы отличаются несколько меньшими размерами. Следует указать, что отложение красителя во внутренних и наружных фалангах практически отсутствует. Весьма незначительное количество красителя откладывается в клетках Дейтерса и в клетках-столбах. Более интенсивные отложения имеются в опорных клетках, примыкающих к внутренним волосковым клеткам.

Под воздействием звуков высокой частоты в элементах кортиева органа, расположенных на нижнем и отчасти среднем завитках, наблюдается изменение характера отложения гранул или же прекращение этого процесса. Размеры гранул могут увеличиваться. Встречаются отдельные внутренние волосковые клетки или целые участки их, в которых отсутствует гранулообразование. Такие элементы не обнаруживаются при этом диффузной прокраски ядра и цитоплазмы.

В наружных волосковых клетках при воздействии звуков высокой частоты, несомненно, также можно отметить усиление процесса гранулообразования, в особенности в области нижнего и отчасти среднего завитков. Оно выражается в резком увеличении количества и размеров гранул. Их число может доходить до 20—25. Среди гранул мелких и средних размеров могут встречаться отдельные весьма крупные. Изменяется также и розеткообразное распределение гранул. Отдельные гранулы могут смещаться в более глубокие базальные части клетки. По-видимому, усиление гранулообразования в некоторой степени имеет место также и в наружных волосковых клетках верхних завитков. Но в отличие от этих последних в наружных волосковых клетках нижнего и отчасти среднего завитков при воздействии высоких частот попадаются значительные участки, в которых гранулообразование отсутствует, или же в клетке можно обнаружить не более 2 гранул. Участки с подавленным гранулообразованием, а в особенности с его полным отсутствием, могут образовывать отдельные, довольно

значительные ареалы ( $1/2$  поля зрения микроскопа при увеличении об. 400.  $7 \times$ ). Эти ареалы или располагаются изолированно друг от друга, или могут соединяться между собой. Они имеют неправильную форму. Например, таковой ареал может состоять из 6—7 наружных волосковых клеток внутреннего ряда и примыкающих к ним 2—3 волосковых клеток среднего и наружного рядов. Могут быть и противоположные отношения.

Аналогичные картины, правда в более ослабленном виде, наблюдаются при применении звуков низких частот в наружных волосковых клетках верхнего и среднего завитков. Это же относится и ко внутренним волосковым клеткам этих завитков. Но нужно подчеркнуть, что воздействие низких частот мало отражается на характере отложения красителя в волосковых клетках нижнего завитка. По-видимому, имеется только незначительное увеличение процесса гранулообразования.

Воздействие звуков как низких, так и высоких частот вызывает некоторое усиление процесса гранулообразования в клетках Дейтерса и в наружных и внутренних столбах. Фаланги, как правило, остаются бесцветными.

Наконец, мы также наблюдали прижизненно неврона спирального ганглия. В них прослеживается гранулообразование, которое резко усиливается под воздействием звуков. Такое усиление соответствует положению невронов в спирали и применяемой частоте. В этом отношении они оказываются сходными с волосковыми клетками прилегающего завитка.

Проделанные цито- и гистофизиологические наблюдения позволяют доказать некоторой степени улавливать специфическую реакцию волосковых клеток на звуковое воздействие, несколько иную для других объектов (<sup>4, 5</sup>). Она обнаруживается в органе как в составе целого организма, так и вне организма — *in vitro*. Более того, реакция волосковых клеток на звуки высоко или низкой частоты в большей или меньшей степени соответствует их расположению в кортиевом органе на уровне нижнего или, соответственно, верхнего завитков.

Институт эволюционной физиологии  
им. И. М. Сеченова  
Академии наук СССР

Поступило  
26 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. Я. Александров, Тр. АМН СССР, 3, 10 (1949). <sup>2</sup> V. Katsuki, P. Cowell, Laryngosc., 63, 1 (1953). <sup>3</sup> U. Merkle, Zs. Anat. u. Entwicklungsgesch., 112, 504 (1954). <sup>4</sup> L. Chambers, E. Flossdorf, J. Biol. Chem., 114, 75 (1936). <sup>5</sup> Д. Н. Насонов, К. С. Равдоник, Физиол. журн., 33, № 5, 569 (1947).

ФИЗИОЛОГИЯ

В. Б. МАЛКИН и Л. И. ФОГЕЛЬСОН

**О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО  
СТИМУЛА ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НОРМАЛЬНОЙ  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СЕРДЦА ПРИ МЕРЦАНИИ ПРЕДСЕРДИЙ**

(Представлено академиком Л. С. Штерн 18 III 1957)

Согласно представлениям многих исследователей (<sup>(1-4)</sup> и др.), мерцание предсердий и фибрилляция желудочков являются по своей природе весьма близкими процессами, имеющими единый патофизиологический механизм.

В связи с успехом применения сильного электрического стимула для восстановления нормальной сердечной деятельности при возникновении фибрилляции желудочков сердца естественно возник вопрос о возможности применения сильного электрического стимула и для прекращения мерцания предсердий, т. е. для восстановления нормальной сердечной деятельности в случаях развития мерцательной аритмии. Исследованию этого вопроса и посвящена настоящая работа.

В I серии опытов, проведенной на собаках, мерцание предсердий вызывалось непосредственным раздражением предсердий прерывистым индукционным током. Для проведения эксперимента под хлоралозным наркозом у животного вскрывалась грудная полость, после чего включалось искусственное дыхание. Производилось рассечение перикарда так, что обнажалась верхняя треть желудочков и оба сердечных ушка. Правое ушко захватывалось двумя маленькими серфингами-электродами, соединенными тонкой проволокой с индукционной катушкой—санным аппаратом Дюбуа-Реймона (вторичная катушка имела 10 000 витков, источником тока был аккумулятор (4 в)). Вторая пара электродов, через которую производился конденсаторный разряд, фиксировалась на верхней трети желудочков. В качестве электродов использовались металлические круглые пластинки, обвернутые марлей, смоченной солевым раствором. В различные моменты эксперимента у подопытных животных на струнном гальванометре регистрировалась электрокардиограмма. ЭКГ отводилась игольчатыми электродами от правой передней и левой задней лапы животного.

II серия опытов была проведена на кошках. Мерцание предсердий вызывалось у интактных животных посредством внутривенозного введения 10% раствора  $\text{CaCl}_2$  из расчета 0,7—1,0  $\text{cm}^3$  раствора на 1 кг веса животного (<sup>(8)</sup>). Через 1 мин. после введения раствора  $\text{CaCl}_2$ , когда на ЭКГ было отчетливо видно возникновение мерцания предсердий, через электроды, фиксированные по обеим сторонам грудной клетки, пропускался конденсаторный разряд (750 в, 11 мф), после чего вновь производилась регистрация ЭКГ.

I серия. В опыте было 10 собак. У 3 из них удалось вызвать относительно стойкое мерцание предсердий, у остальных животных мерцание предсердий наблюдалось только во время действия тока. После выключения индукционного тока мерцание предсердий сразу же прекращалось и восстанавливался нормальный синусовый ритм. В двух опытах, в которых с целью получения стойкого мерцания предсердий сила индукционного тока была значительно увеличена, одновременно с развитием мерцания предсердий

отмечалось и возникновение фибрилляции желудочков. В обоих экспериментах действием конденсаторного разряда удалось восстановить нормальную деятельность сердца.

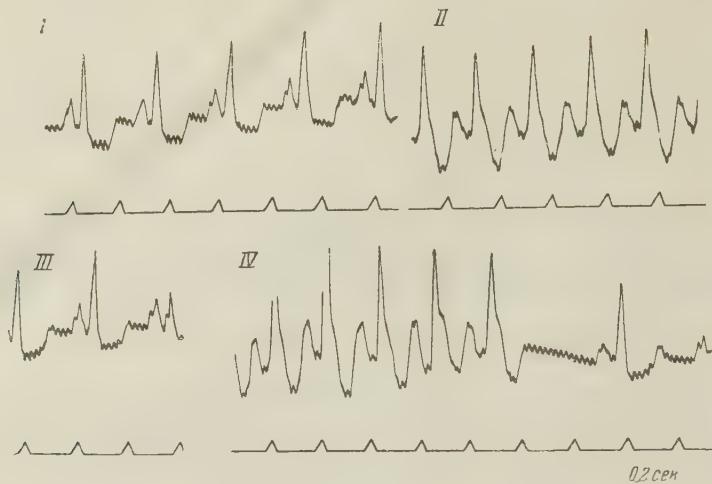


Рис. 1. Электрокардиограмма собаки (мерцание предсердий после раздражения индукционным током)

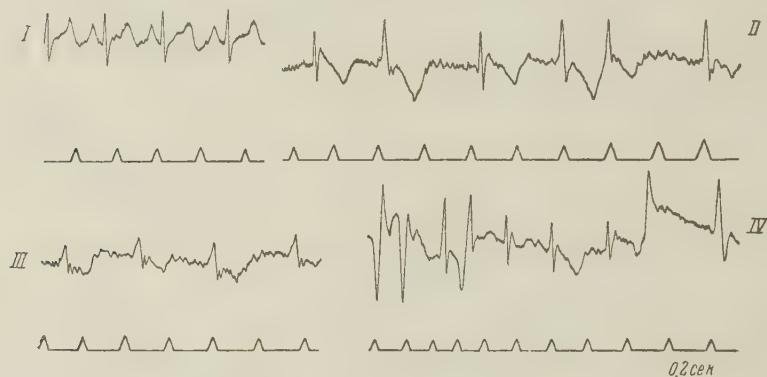


Рис. 2. Электрокардиограмма кошки (мерцание предсердий после введения 10%  $\text{CaCl}_2$ ). I — норма, II — через 40 сек. после введения  $\text{CaCl}_2$  (мерцание предсердий), III — через 50 сек. после введения (мерцание предсердий продолжается), IV — через 5 сек. после действия конденсаторного разряда

Особого внимания заслуживают результаты опытов, в которых после прекращения раздражения предсердий индукционным током мерцание предсердий сохранялось в течение некоторого времени. Действием конденсаторного разряда 2000 в, 6 мф в этих экспериментах оказалось возможным прекратить мерцание предсердий и восстановить нормальный ритм сердца. Следует заметить, что в случае, если через сердце не пропускался конденсаторный разряд, мерцание предсердий в этих опытах через несколько минут спонтанно прекращалось.

На рис. 1 представлена ЭКГ, записанная в одном из этих опытов. Как видно из ЭКГ (II), раздражение индукционным током вызвало мерцание предсердий. Действие конденсаторного разряда — сильного электрического стимула — привело к прекращению мерцания предсердий (III). Раздражение индукционным током снова вызвало мерцание предсердий, которое через некоторое время спонтанно прекратилось (IV).

II серия. В опыте было 25 кошек, у 20 из них после внутривенозного введения 10%  $\text{CaCl}_2$  отмечалось возникновение мерцания предсердий и желу-

дочковой экстрасистолии. 5 животных погибли после введения раствора в результате прекращения сердечной деятельности, очевидно в связи с чрезмерно быстрым введением раствора.

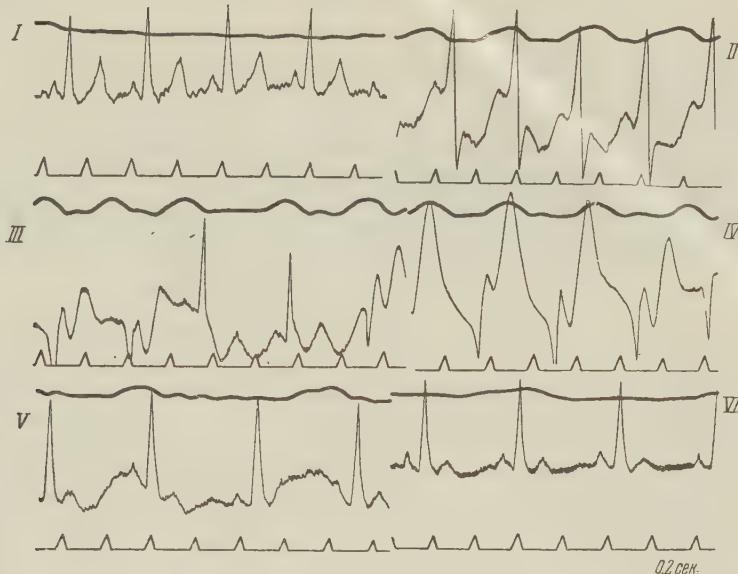


Рис. 3. Электрокардиограмма кошки через различные сроки после введения 10%  $\text{CaCl}_2$ . I — норма, II — через 40 сек. после введения (желудочковый ритм и мерцание предсердий), III — через 10 сек. после действия конденсаторного разряда (периодическое появление зубца Р), IV — через 30 сек. после действия конденсаторного разряда (желудочковый ритм, мерцание предсердий), V-VI — через 4 мин. после действия конденсаторного разряда (восстановление синусового ритма).  
Верхняя кривая — запись дыхания

Как показал анализ ЭКГ, снятых в различные промежутки времени после введения животным раствора, действие  $\text{CaCl}_2$  приводило к значительному снижению скорости проведения возбуждения по миокарду, в связи с чем на большинстве ЭКГ желудочковый комплекс был резко деформирован. Через 20—40 сек. после введения  $\text{CaCl}_2$ , как правило, возникало мерцание предсердий, которое сохранялось в течение 5—10 мин., после чего отмечалось восстановление нормального синусового ритма.

Действие конденсаторного разряда, произведенного через грудную клетку животного на фоне мерцания предсердий, как правило, вызывало у подопытных животных кратковременное усиление желудочковой экстрасистолии, при этом в некоторых экспериментах в течение 10—20 сек. после действия разряда на ЭКГ отмечалось появление зубца Р, свидетельствующее о прекращении мерцания предсердий, однако этот эффект был нестойким, и мерцание предсердий вскоре вновь возобновлялось.

На рис. 2 и 3 представлены ЭКГ, снятые в этих опытах.

Результаты проведенной работы показывают принципиальную возможность использования сильного электрического стимула для прекращения мерцания предсердий у теплокровных животных.

Отсутствие стойкого положительного эффекта после действия конденсаторного разряда в исследованиях, в которых мерцание предсердий вызывалось у кошек введением 10% раствора  $\text{CaCl}_2$ , обусловлено, очевидно, тем, что в этих опытах электрический стимул действовал на сердце в условиях непрерывного влияния на него фактора, вызывающего мерцание предсердий.

Однако не исключена вероятность и того, что величина применявшегося в этих экспериментах электрического стимула была недостаточно велика для получения стойкого положительного эффекта.

Поступило  
6 III 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> T. Lewis, The Mechanism and Graphic Registration of the Heart Beat, London, 1925. <sup>2</sup> А. Ф. Самойлов, Кольцевой ритм возбуждения, в кн. Избранные статьи и речи А. Ф. Самойлова, М., 1946. <sup>3</sup> C. I. Wiggers, Am. J. Physiol., 116, 161 (1936). <sup>4</sup> Л. И. Фогельсон, Болезни сердца и сосудов, М., 1936. <sup>5</sup> L. Prevost, F. Battelli, J. de Physiol. et de Pathol. génér., № 1, 399 (1899). <sup>6</sup> D. R. Hooker, Am. J. Physiol., 91, 305 (1929). <sup>7</sup> Н. Л. Гурвич, Г. С. Юньев, Бюлл. эксп. биол. и мед., 7, 55 (1939). <sup>8</sup> H. E. Hoff, L. H. Nahum, J. Pharmacol. and Exp. Therap., 60, 425 (1947).

ФИЗИОЛОГИЯ

Б. И. ПАКОВИЧ

О МИНИМАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ ПРЕДШЕСТВОВАНИЯ  
ЗВУКОВЫХ РАЗДРАЖИТЕЛЕЙ БОЛЕВОМУ, НЕОБХОДИМОМ  
ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ОБОРОНИТЕЛЬНО-ДВИГАТЕЛЬНЫХ  
УСЛОВНЫХ РЕФЛЕКСОВ У СОБАК

■ (Представлено академиком А. Д. Сперанским 7 VI 1957)

Как уже ранее сообщалось<sup>(4)</sup>, было установлено, что при строгом совпадении во времени действия индифферентного и безусловного раздражителей оборонительно-двигательные условные рефлексы у собак не образуются.

В настоящем исследовании производились поиски того минимального времени предшествования звуковых раздражителей болевому, которое является необходимым для образования оборонительно-двигательных условных рефлексов.

Исследование проводилось на шести собаках, не использовавшихся ранее в опытах по условным рефлексам. В качестве индифферентных раздражителей применялись чистые тоны 200, 700 и 1000 гц, громкостью от 50 до 80 дб. Безусловным раздражителем служил импульсный ток 100 гц, раздражавший кожу передней конечности в области пясти. Пороговым считалось то минимальное раздражение, которое вызывало подъем только раздражавшейся конечности. Определение порога производилось в начале каждого опыта. При сочетаниях раздражителей громкость звуков поддерживалась постоянной, а сила безусловного раздражения варьировалась от одного до трех порогов. Сочетание звуков с импульсным током осуществлялось с помощью электронного селектора времени, позволявшего наносить раздражения как строго одновременно, так и с предшествованием одного другому, дозируемым в сотых долях секунды.

Было поставлено семь серий опытов. В первой серии применялось строгое совпадение раздражителей, в последующих сериях звуковые раздражения предшествовали болевому на 100, 150, 200, 300, 400 и 500 мсек\*. Во всех опытах совместное действие раздражителей продолжалось 1—2 сек. и заканчивалось одновременно. Сочетанные раздражения применялись по 10—30 раз в опытный день с интервалами от 1 до 5 мин. Общее количество сочетаний в каждой серии опытов колебалось от 100 до 300. Для наблюдения за ходом выработки условных рефлексов звуковые раздражители после каждого 5—10 сочетаний с током в течение 1—4 сек. применялись изолированно.

Результаты первой серии опытов полностью совпали с полученными ранее<sup>(4)</sup>: при строгом совпадении звуков с импульсным током ни у одной из собак оборонительно-двигательные условные рефлексы выработать не удалось.

После того как в первой, контрольной, серии опытов были получены отрицательные результаты, мы приступили к поискам того минимального времени предшествования звуковых раздражителей болевому, которое окажется достаточным для образования оборонительно-двигательных условных рефлексов. Для этого в последующих сериях опытов мы применяли звуки на 100—500 мсек раньше болевого раздражения.

\* Погрешности методики не превышали 10 мсек.

Оказалось, что при отставлении в 100 мсек, несмотря на большое число сочетаний и значительную силу применявшегося тока (до 3 порогов), по-разному вызывавшего общую оборонительную реакцию и визг животных, условные рефлексы ни у одной из собак не образовались. При изолированном действии звуков можно было наблюдать лишь ориентировочную реакцию разной степени выраженности.

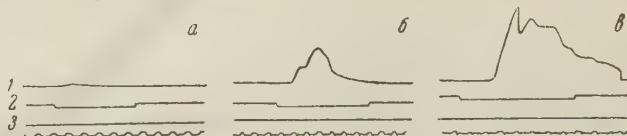


Рис. 1. Типы оборонительно-двигательных рефлексов на тон 200 гц при различном времени предшествования тона болевому раздражению (собака Серый): *a* — на 150 мсек, *b* — на 200 мсек, *c* — на 500 мсек; 1 — запись движений лапы, 2 — отметка действия звука, 3 — отметка времени (1/5 сек.)

При увеличении отставления звуков до 150 мсек. условные рефлексы выработались уже удалось. После 30—60 сочетаний с током звуки начали вызывать локальную двигательную реакцию. Величина и продолжительность этой реакции были чрезвычайно малы: на включение звука собаки отвечали лишь вздрагиванием конечности, как правило не отрывая ее от станка.

В то же время тот факт, что реакция впервые появилась только при переходе на отставление в 150 мсек, и постоянство, с которым она вызывалась, не оставляют сомнения в том, что мы имели дело с условным рефлексом.

При переходе к отставлению звуков на 200 мсек условные рефлексы, образовавшиеся в предыдущей серии опытов, значительно возросли в величине: изолированное применение звуков вызывало у собак уже сгибание конечности во всех трех суставах.

В последующих сериях опытов, при отставлении звуков на 300, 400, 500 мсек, наряду с дальнейшим увеличением условно-рефлекторных рефлексов можно было наблюдать заметное удлинение их скрытых периодов.

В качестве иллюстрации приводим кимограммы опытов, поставленных на собаке Сером (рис. 1).

Далее возник вопрос — сохраняются ли условные рефлексы, выработанные и упроченные при предшествовании звуков болевому раздражению на 200—500 мсек, при переходе к совпадению раздражителей или отставлению звуков на 100 мсек, т. е. при таком взаиморасположении раздражителей во времени, при котором выработки новых оборонительно-двигательных рефлексов не происходит. Оказалось, что при таком переходе уже через несколько десятков сочетаний условные рефлексы уменьшаются в величине и становятся непостоянными и исчезают.

Таким образом, полученные факты позволяют сделать вывод, что для образования и длительного существования оборонительно-двигательных условных рефлексов у собак на звуковые раздражители средней громкости на базе болевого раздражения, варьирующего в своей силе от одного до трех порогов, минимальное отставление звуков должно составлять величину порядка 150 мсек.

Приведенные в настоящем сообщении данные согласуются с результатами работ ряда авторов (1—3), определявших минимальное время предшествования индифферентного раздражения безусловному, необходимое для образования мигательного условного рефлекса у человека.

Физиологическая лаборатория  
Академии наук СССР

Поступило  
10 V 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> A. L. Bernstein, J. Gener. Physiol., 10, 173 (1934). <sup>2</sup> W. R. McAllister, J. Exp. Psychol., 45, 6, 417 (1953). <sup>3</sup> W. R. McAllister, J. Exp. Psychol., 45, 6, 417 (1953). <sup>4</sup> Б. И. Паковиц, ДАН, 111, № 1, 225 (1956).

ЭМБРИОЛОГИЯ

Т. Б. АЙЗЕНШТАДТ

**О КРОВЕТВОРЕНИИ В ЖЕЛТОЧНОМ МЕШКЕ ЗАРОДЫША  
КАРАКУЛЬСКОЙ ОВЦЫ**

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 15 VI 1957)

У млекопитающих, несмотря на вторичную утрату яйцеклеткой желтка, на ранних стадиях эмбриогенеза формируется желточный мешок. Известно, что у птиц и рептилий (5, 6) желточный мешок является важным органом эмбрионального кроветворения. Для некоторых млекопитающих и человека также изучалось эмбриональное кроветворение (1, 2, 8, 9), но желточный мешок с этой стороны изучен у них недостаточно.

У различных млекопитающих описана различная степень интенсивности желточного кроветворения, что говорит о меньшей по сравнению с птицами и рептилиями (5, 6) устойчивости кроветворной функции желточного мешка. Так, у эмбрионов кролика, кошки и морской свинки в стенке желточного мешка образуется огромное количество дефинитивных клеток красной крови, у эмбрионов человека их гораздо меньше, а в желточном мешке эмбрионов крысы и мыши дефинитивные эритроциты не образуются совсем (2, 9).

Такая неустойчивость кроветворной функции желточного мешка, очевидно, связана с общимrudиментарным характером этого органа.

Материалом для данной работы послужили эмбрионы каракульской овцы, начиная с 14 суток и кончая 37 сутками развития, в среднем по несколько экземпляров на каждые сутки: относительная кратковременность желточного кроветворения у млекопитающих требовала изучения как можно более последовательного ряда эмбрионов на различных стадиях развития, в противном случае могли быть выпущены из поля зрения отдельные быстро протекающие процессы гемопоэза.

Формирование желточного мешка у каракульской овцы происходит на 15 сутки развития. К концу 16 суток в стенке желточного мешка отчетливо видны закладки сосудов в виде щелей в мезодермальной мезенхиме (см. также (3, 7)), которые в областях, близких к эмбриону, первоначально лишены свободных клеточных элементов. Если энтодерма в это время и составляет часть первичной сосудистой щели (рис. 1, А), то затем она становится изолированным от просвета сосуда слоем, резко отличным от мезодермы (рис. 1, Б). Плоский энтодермальный эпителий желточного мешка 15—16-суточного эмбриона через 2—3 дня принимает вид кубического, а затем (к 21—22 суткам развития)—цилиндрического эпителия.

Первые так называемые «кровяные островки», представляющие собой скопления мезенхимных клеток, появляются у 16—17-суточного эмбриона в дистальных по отношению к зародышу частях желточного мешка и дают за сравнительно короткий промежуток времени (1—2 суток) огромное количество свободных клеток — первых клеток крови, которые сразу же вступают на путь эритробластического развития.

Довольно длительно (вплоть до 24—26 суток развития) в стенке желточного мешка имеет место главным образом интраваскулярный эритропоэз. На срезах видны как фигуры многочисленных митозов, так и картины амито-

тического деления. Можно было бы думать, что эндотелий ранних эмбриональных сосудов также обладает кроветворной способностью, так как на срезах нередки картины округления эндотелиальных клеток. Однако способность последних округляться просто при митотическом делении (без последующего отделения) заставляет отнестись с осторожностью к возможности активного участия эндотелия в кроветворении.

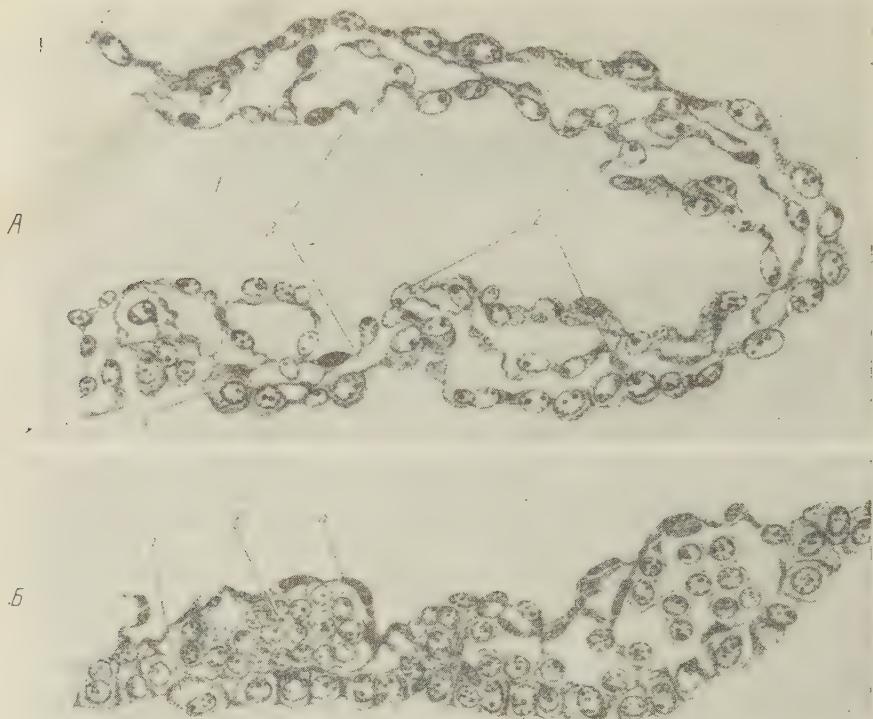


Рис. 1. Разрезы через стенку желточного мешка эмбриона овцы: *А* — в возрасте 16 суток, *Б* — 18 суток, *В* — 19 суток. 1 — энтодерма, 2 — мезодерма, 3 — закладка первых кровеносных сосудов, 4 — эндотелий сформированных сосудов, 5 — первичные кровяные клетки. Ок. 7, об. 40 ×

Наблюдения над развитием желточного мешка овцы позволяют установить, что первые клетки крови и эндотелий сосудов имеют мезодермальное происхождение. На более поздних стадиях (22—24 сутки развития) среди клеток энтодермального эпителия часто встречаются свободные клетки типа гемоцитобластов. Они имеют гомогенную резко базофильную цитоплазму, светлое пузырчатое ядро с двумя или несколькими ядрышками. Некоторые клетки имеют выросты типа псевдоподий и поле вокруг клеточного тела, что говорит об их способности к амебоидному движению (рис. 2, *А*). Нередко можно наблюдать эти клетки зафиксированными в момент прохождения их через эндотелий в просвет сосудов, где имеется некоторое количество подобных блуждающих клеток различного размера.

На еще более поздних стадиях (24—26 сутки развития), когда энтодермальный слой представляет собой цилиндрический эпителий и образует волнообразные складки, внутри него легко заметить многочисленные скопления эритробластоподобных клеток (рис. 2, *Б*). Особенно много подобных «вторичных» кровяных островков в желточном мешке эмбриона овцы в возрасте 25 суток; границы клеток, составляющих островок, хорошо различимы,

дра мельче и богаче хроматином по сравнению с ядрами энтодермальных клеток, цитоплазма имеет гомогенное строение.

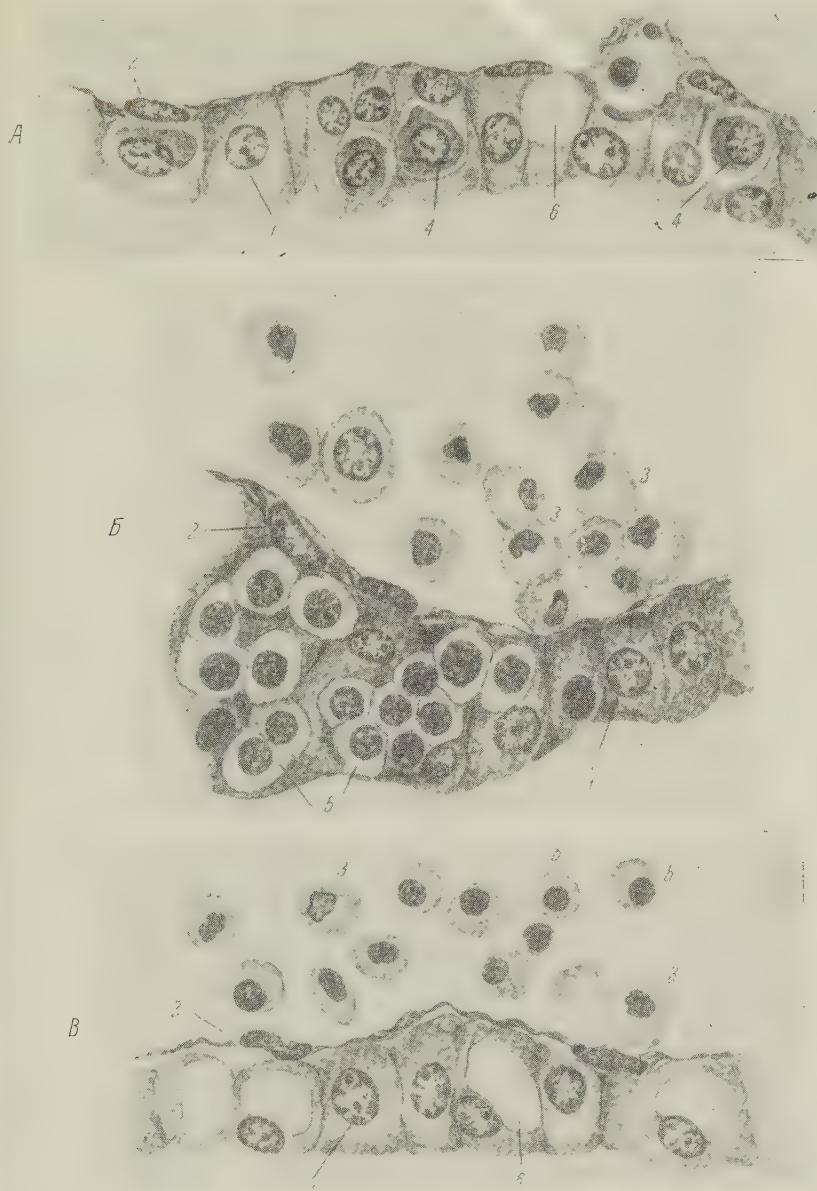


Рис. 2. Разрезы через стенку желточного мешка эмбриона овцы: A — в возрасте 22 суток, B — 26 суток, C — 29 суток. 1 — ядро клетки энтодермального эпителия, 2 — эндотелий, 3 — эритробласти (мегалобласти) I генерации, 4 — гемоцитобласти, 5 — эритробласти II генерации, 6 — полости в энтодермальном эпителии. Ок. 7, об. 90×

На этих стадиях подобные клеточные скопления лежат и в соединительно-тканном слое желточного мешка — поблизости от сосудов, но вне их.

Вопрос о происхождении блуждающих клеток и островков кроветворения в энтодерме не раз обсуждался в литературе (1, 2, 5, 11); близость кроветворной ткани к энтодерме привела многих исследователей к признанию

непосредственного участия энтодермальных клеток в кроветворении (2, 4, 11). Напротив, другие авторы (5, 9, 10) полагают, что сосудистые и кровяные элементы возникают исключительно из мезодермы.

Гемоцитобласти и эритробласти, размножаясь в энтодермальном эпителии, образуют углубления, как бы ниши, в клетках энтодермы, находясь при существу между ними. На срезах, естественно, получаются картины (рис. 2), которые ошибочно толкуются некоторыми авторами (2), как нахождение клеток крови внутри энтодермальных клеток. Очевидно, гемоцитобласти и эритробласти внутри энтодермального эпителия — потомки мезенхимных клеток, проникающих в энтодермальный слой желточного мешка.

Эритробласти II генерации выходят в просвет сосудов (26—28 суток развития), оставляя в энтодермальном слое многочисленные обширные полости, исчезающие на более поздних стадиях.

Заполняющие сосуды эритробласти I генерации — крупные клетки с неправильными контурами, зернистой цитоплазмой и сморщенным пикнотическим ядром (рис., 2, Б) — замещаются эритробластами II генерации; последние имеют меньшие размеры и гомогенную цитоплазму, что является одним из показателей дифференцировки в ряду гемоглобинсодержащих элементов крови.

Таким образом, у эмбриона каракульской овцы в период «собственно зародышевого развития» (12) имеются три следующих фазы желточного кроветворения.

1. Образование огромного количества свободных клеток крови из кровяных островков в стенке желточного мешка за сравнительно короткий промежуток времени (16—17 сутки развития).

2. Быстрое преобразование первичных клеток крови, гемоцитобластов в эритробласти (мегалобласти) I генерации. Регенерация крови в это время (17—24 сутки развития) идет в основном за счет митотического и амитотического деления уже имеющихся внутри сосудов кровяных клеток. В этой фазе интраваскулярного гемопоэза, однако, имеются уже элементы экстраваскулярного кроветворения (см. выше и рис. 2, А).

3. К концу собственно зародышевого периода развития в желточном мешке 25—26-суточного эмбриона образуются многочисленные кровяные островки внутри энтодермального эпителия и в соединительнотканном слое желточного мешка. Следовательно, в этот промежуток времени в желточном мешке происходит главным образом экстраваскулярный гемопоэз, который имеет место в печени и костном мозгу на более поздних стадиях развития.

Образование множества вторичных эритробластов за короткий промежуток времени, может, вероятно, иллюстрировать факт более быстрой смены генераций клеточных элементов крови в эмбриональном периоде млекопитающих (9) по сравнению с птицами и рептилиями (5, 6).

По-видимому, можно говорить о своеобразной вспышке желточного кроветворения к концу собственно зародышевого периода развития. Вместе с тем такая «вспышка» является завершением этого кроветворения, так как в это время начинается гемопоэтическая деятельность печени.

Институт морфологии животных им. А. Н. Северцова  
Академии наук СССР

Поступило  
11 VI 1957

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> M. Block, Anat. Rec., 96, 3 (1946). <sup>2</sup> W. Bloom, G. Bartelmez, Am. J. Anat., 67, 1 (1940). <sup>3</sup> Р. Боннэ, Основания эмбриологии домашних животных, 1890. <sup>4</sup> H. K. Corning, Arch. f. mikr. Anat., 36 (1890). <sup>5</sup> W. Dantschakoff, Anat. Hefte, 1, 113 (1908). <sup>6</sup> W. Dantschakoff, Arch. f. mikr. Anat., 87, 4 (1916). <sup>7</sup> E. Y. Field, J. Anat., 80 (1946). <sup>8</sup> H. E. Jordan, Am. J. Anat., 19, 2 (1916). <sup>9</sup> A. Maximow, Arch. f. mikr. Anat., 73 (1909). <sup>10</sup> A. Maximow, Handbuch d. mikr. Anat. v. Möllendorff, 2, 1927. <sup>11</sup> I. Rückert, S. Möllieг, Handbuch d. vergl. u. exper. Entwicklungsgesch., 1906. <sup>12</sup> Г. А. Шмидт, Тр. Инст. морфологии им. А. Н. Северцова АН СССР, 12 (1954).

ЭМБРИОЛОГИЯ

Т. А. ДЕТЛАФ

**КОРТИКАЛЬНЫЕ ГРАНУЛЫ И ВЕЩЕСТВА, ВЫДЕЛЯЮЩИЕСЯ  
ИЗ АНИМАЛЬНОЙ ЧАСТИ ЯЙЦА В ПЕРИОД АКТИВАЦИИ  
У ОСЕТРОВЫХ РЫБ**

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузеном 26 IV 1957)

Вопрос о природе веществ, выделяющихся из яйца в период активации, и их значении для изменения свойств как самого яйца, так и яйцевых оболочек, является предметом активного изучения.

Основное внимание в этой связи привлекают кортикальные гранулы, или альвеолы, обнаруженные в яйцах морских ежей<sup>(1-3)</sup>, *Saccoglossus*<sup>(4)</sup>, костистых рыб<sup>(5, 6, 14, 25)</sup>, амфибий<sup>(7)</sup> и некоторых других, и гораздо меньшее— вещества, выделяющиеся из анидальной части яйца и известные у морского ежа под названием гиалинового слоя<sup>(2, 8)</sup>. У осетровых вещества, выделяющиеся из анидальной части яйца, были описаны В. В. Заленским<sup>(9)</sup>, а потом А. С. Гинзбург и мной<sup>(10)</sup>. В процессе дальнейшего изучения в яйцах осетровых рыб были обнаружены также и кортикальные гранулы. В настоящей работе дается описание этих гранул, изучается природа кортикальных гранул и веществ, выделяющихся из анидальной части яйца, и делается попытка на основании разницы в их химических свойствах распознать их в перивителлиновой жидкости активированных яиц.

Поскольку для яиц морских ежей<sup>(11)</sup> и костистых рыб<sup>(6, 12-14)</sup> показано присутствие в кортикальных гранулах кислых мукополисахаридов, были применены специальные методы для выявления и более точной идентификации полисахаридов в яйце осетровых рыб. Последнее представляло специальный интерес в связи с теорией Рунистрема<sup>(15, 16)</sup> о тормозящем взаимии кислых мукополисахаридов кортикального слоя зрелого яйца на процесс клеточного деления. Материалом служили яйца севрюги (*Acipenserstellatus* Pall.), осетра (*Ac. güldenstädti colchicus* v. Marti) и белуги (*Huso huso*). Были изучены овоциты IV стадии зрелости, неоплодотворенные зрелые яйца и яйца в период оплодотворения. Яйца были фиксированы жидкостями Санфеличе, Гелли, Буэна, формалином (1 : 9) и окрашены азаном по Гейденгайну и железным гематоксилином с докраской светлым зеленым. Кроме того, для выявления полисахаридов яйца фиксировались жидкостями Шабадаша, Карнуа, Буэн-Аллена и уксуснокислым свинцом с формалином по Сильвену; на препаратах проводили реакцию Хотчкисса (Шифф-йодная кислота (ШИК)) в модификации Шабадаша с предварительной обработкой контрольных препаратов диастазой, приготовленной из проросших семян ячменя по прописи Иванова<sup>(17)</sup>, и тестикулярной гиалуронидазой из семенника быка (препарат Л. Г. Смирновой<sup>(18)</sup>), а также окрашивали их толуидиновым киним и очень старым раствором пиронина с предварительной обработкой контрольных препаратов кристаллической рибонуклеазой.

Кортикальные гранулы имеются в яйцах всех исследованных видов осетровых рыб. В овоците IV стадии зрелости и в зрелом яйце они находятся в кортикальном слое цитоплазмы над гранулами пигmenta и образуют ряд плотно прилегающих друг к другу овальных, реже округлых телец (рис. 1). В анидальной части яйца осетра и севрюги наиболее крупные гранулы

имеют размеры  $2,2 \times 3,8 \mu$ . В неоплодотворенном яйце кортикальный слой яйца, в котором находятся гранулы, плотно примыкает к оболочкам.

Кортикальные гранулы окрашиваются анилиновым синим, светлым зеленым, пиронином, метиленовым синим. Железным гематоксилином, в отличие от кортикальных гранул в яйцах *Saccoglossus*<sup>(4)</sup>, они совсем не окрашиваются. Кортикальные гранулы дают четкую ШИК-положительную реакцию, которая сохраняется и при предварительной обработке препарата в течение 3 и 20 час. при 37—38° растворами диастазы и гиалуронидазы (в контрольных препаратах печени и пупочного канатика за этот же срок специфическое для гликогена и гиалуроновой кислоты окрашивание полностью исчезает; точно так же на самих изучаемых препаратах перестает выявляться гликоген, находящийся в большом количестве в аниальной части яйца). При окрашивании 0,5% водным раствором толуидинового синего в течение суток и рассматривании в воде кортикальные гранулы обнаруживают четкую  $\gamma$ -метахромазию, однако в некоторых случаях даже при очень длительном пребывании в красителе метахромазия отсутствует. При окрашивании в течение 2—5 суток старым раствором пиронина (по Унна) кортикальные гранулы имеют красновато-розовый цвет, который сохраняется и после предварительной обработки срезов в течение 3 и 20 час. при 37° раствором кристаллической рибонуклеазы (1 мг на 1 мл боратного буфера, при pH 7,5). Последнее, как и метахроматическое окрашивание толуидиновым синим, свидетельствует о присутствии в кортикальных гранулах кислых полисахаридов, причем, поскольку специфическое их окрашивание сохраняется и после действия гиалуронидазы, расщепляющей гиалуроновую и хондроитинсерную кислоты, можно считать<sup>(19)</sup>, что они содержат кислые полисахариды типа гепаринов.

Внутри яйца структур, сходных по гистохимическим свойствам с веществом кортикальных гранул, не выявлено. При примененных методах исследования у осетровых не удается обнаружить в кортикальном слое неоплодотворенного яйца диффузно распределенных кислых полисахаридов. Наиболее близки к кортикальным гранулам по химическим свойствам, как и у морских ежей<sup>(3), (11), (20)</sup>, оболочки яйца, которые содержат, однако, не кислые, а нейтральные мукополисахариды. Как и кортикальные гранулы, оболочки дают ШИК-положительную реакцию, сохраняющуюся при предварительной обработке срезов растворами диастазы и гиалуронидазы (рис. 1 и 2, Б), но они не дают метахроматического окрашивания с толуидиновым синим; пиронином желточные оболочки окрашиваются в слабофиолетовый тон, а студенистая почти совсем не окрашивается. Следует отметить, что как гранулы, так и оболочки обнаруживают ШИК-положительную реакцию не только при специфических фиксаторах, сохраняющих полисахариды, но также и при фиксации жидкостями Санфеличе, Буэна, Гелли, формалином и при нагревании срезов в воде. Это свидетельствует о том, что полисахариды в них прочно связаны с белками. Присутствие белков в оболочках доказывается и тем, что под действием трипсина их прочность снижается (данные Г. М. Игнатьевой).

Липидной оболочки кортикальных гранул, описанной у морских ежей<sup>(3)</sup> и у *Oryzias*<sup>(14), (21)</sup>, у осетровых, как и у других изученных в этом отношении видов костистых рыб<sup>(25)</sup>, обнаружить не удается. На препаратах А. С. Гинзбург<sup>(22)</sup>, специально изучавшей липиды в яйцах осетровых рыб (фиксация формолкальцием, заливка в желатину, резка на замораживающем микротоме и окраска суданом черным В), можно видеть, что кортикальный слой цитоплазмы содержит диффузно рассеянные липиды, а кортикальные гранулы лишены их. Благодаря этому гранулы четко видны, однако какой-либо концентрации липидов на их поверхности не удается заметить.

При активации кортикальные гранулы выделяются из яйца; процесс этот начинается в аниальной части яйца и волнообразно распространяется

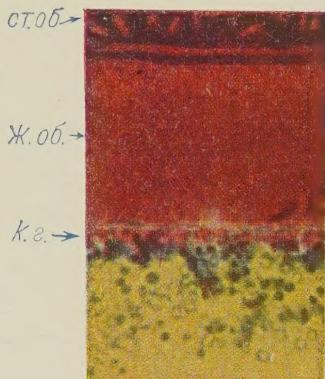


Рис.1

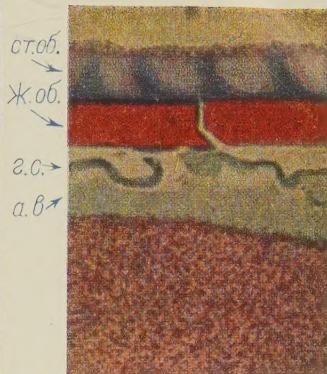
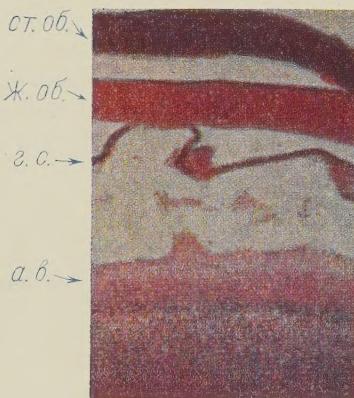


Рис.3



А

Рис.2



Б

Рис. 1. Участок кортикального слоя зрелого неоплодотворенного яйца осетра. Фиксация по Шабадашу, реакция Хотчкисса (ШИК) при предварительной обработке среза тестикулярной гиалуронидазой. к. г. — кортикальные гранулы; ж. об. — I и II желточные оболочки; ст. об. — студенистая оболочка. Об. 120, ок. 10×

Рис. 2. Участок аниимальной части яйца осетра через 30 мин. после осеменения. Фиксация по Шабадашу. А — реакция ШИК, Б — реакция ШИК при предварительной обработке среза тестикулярной гиалуронидазой. г. с. — гранулярный слой; а. в. — вещества, выделяющиеся из аниимальной части яйца; остальные обозначения те же, что на рис. 1. Об. 40, ок. 10×

Рис. 3. Такой же участок, окраска азаном по Гейденгайну. Обозначения те же, что на рис. 1 и 2. Об. 40, ок. 10×



по его поверхности. Первые изменения кортикальных гранул могут начинаться в анимальной части яйца уже через 2 сек. после прибавления спермы, а выделение — через 5—10 секунд; в интервале от 1 до 3 мин. при 20° изменения распространяются по всей поверхности яйца.

В результате выделения кортикальных гранул на нижней поверхности внутренней желточной оболочки образуется тонкий, местами вакуолизированный слой, имеющий неправильный фестончатый контур и вначале сохраняющий следы гранулярности. Этот слой вместе с внутренней желточной оболочкой, по-видимому, соответствует оболочке оплодотворения морских ежей. При более поздних сроках фиксации он, однако, часто имеет вид обособленного от желточной оболочки волнообразно изогнутого слоя (рис. 2 и 3) и вполне соответствует оболочке, образующейся из материала кортикальных гранул, как она описана в яйцах *Saccoglossus* (4). Для краткости будем его называть гранулярным слоем. Анилиновым синим он окрашивается, как и кортикальные гранулы, в зеленовато-голубой цвет.

В химическом отношении этот слой имеет те же свойства, что и кортикальные гранулы: дает ШИК-положительную реакцию, сохраняющуюся при предварительной обработке срезов диастазой и гиалуронидазой (рис. 2, Б), обнаруживает метахромазию при применении толуидинового синего и окрашивается пиронином в красновато-розовый цвет. Таким образом, кислые мукополисахариды кортикальных гранул в процессе активации выделяются из яйца, не деполимеризуясь.

Через 30—60 мин. после осеменения у осетровых рыб в перивителлиновое пространство выделяется большое количество веществ из анимальной части яйца (10). При фиксации яиц на этих стадиях формалином все перивителлиновое пространство оказывается заполненным более или менее гомогенным веществом. При фиксации другими методами, в частности по Шабадашу, происходит более сильное сжатие, и, вероятно, вследствие этого гранулярный слой и вещества, выделяющиеся из анимальной части яйца, четко разграничены (рис. 2 и 3). Гранулярный слой (г. с.) обособлен и располагается ближе к оболочкам. Вещества, выделяющиеся из анимальной части яйца (а, в.), наоборот, пространственно не отделены от яйца и являются как бы продолжением его кортикального слоя; они выдаются в перивителлиновое пространство и не имеют также и четкого наружного контура: образуют неправильной формы выступы и углубления, а местами имеют размытые края. При окраске железным гематоксилином контуры их также четко не выявляются. В таком виде эти вещества очень похожи на то, что описано у морского ежа под названием гиалинового слоя, а у *Saccoglossus* под названием оболочки III.

Для морских ежей показано (23), что несмотря на кажущийся непрерывный переход от гиалинового слоя к цитоплазме яйца он может быть удален без повреждения яйца, что свидетельствует о его обособленности от последнего.

В яйце осетровых рыб — при окраске анилиновым синим — вещества, выделяющиеся из анимальной части, в отличие от гранулярного слоя, окрашиваются не в зеленый, а в голубой цвет. Они дают ШИК-положительную реакцию, которая, однако, исчезает, если срезы предварительно обработать диастазой, а с толуидиновым синим не дают метахроматического окрашивания. Таким образом, вещества, выделяющиеся из анимальной части яйца, не содержат кислых мукополисахаридов, выявляющихся методом Хотчкисса и толуидиновым синим, но включают гликоген, крупные гранулы которого равномерно распределены в основном веществе, и отличаются от мелкогранулярного гликогена, остающегося в анимальной части яйца и образующего там неправильную сеть скоплений.

Кроме того, они, по-видимому, содержат следы РНК, поскольку при окрашивании пиронином приобретают бледно-розовый оттенок (сравнимый с наименее окрашенными частями цитоплазмы анимальной части яйца), отсутствующий при предварительной обработке среза раствором рибонукле-

азы. Что представляют собой вещества, окрашивающиеся анилиновым синим и сохраняющиеся после действия всех изученных ферментов — сказать трудно. Кузя (13) и Монне и Харде (14) предполагают, что после формалиновой фиксации анилиновым синим выявляются аминосахара. Таким образом, вещества, выделяющиеся из аниальной части яйца, включают комплекс различных соединений, природа которых не вполне раскрыта.

Институт морфологии животных им. А. Н. Северцова  
Академии наук СССР

Поступило  
26 IV 1957

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> F. Moser, J. Exp. Zool., 80, 447 (1939). <sup>2</sup> J. Runnström, L. Monné, E. Wicklund, J. Coll. Sci., 1, 421 (1946). <sup>3</sup> Дж. Руннстрём, Современные проблемы цитологии, ИЛ, 1957. <sup>4</sup> L. Colwin, A. Colwin, J. Morphol., 95, 1 (1954). <sup>5</sup> T. Yamamoto, Annot. Zool. Japan, 22, 109 (1944). <sup>6</sup> A. Thompson, Bull. Soc. Zool. France, 78, 106 (1953). <sup>7</sup> J. Motomura, Zool. Japon., 25, 238 (1952). <sup>8</sup> A. Moor, Scientia, 86, 195 (1951). <sup>9</sup> В. В. Заленский, Тр. Общ. естествоиспыт. при Казанск. унив., 7, 1 (1878). <sup>10</sup> Т. А. Детлаф, А. С. Гинзбург, Зародышевое развитие осетровых рыб (севрюги, осетра и белуги) в связи с вопросами их разведения, Изд. АН СССР, 1954. <sup>11</sup> L. Monné, S. Hågde, Akr. f. Zool., 1, 487 (1951). <sup>12</sup> M. Kusa, Annot. Zool. Japon., 26, 138 (1953). <sup>13</sup> M. Kusa, Annot. Zool. Japon., 27, 1 (1954). <sup>14</sup> K. Aketa, Embryologia, 2, 12 (1954). <sup>15</sup> J. Runnström, Adv. in Enzymol., 9, 241 (1949). <sup>16</sup> J. Runnström, J. Immers, Exp. Cell. Res., 10, 354 (1955). <sup>17</sup> Н. Н. Иванов, Методы физиологии и биохимии растений, М., 1946. <sup>18</sup> Л. Г. Смирнова, В. И. Щутцер, Хирургия, 11, 5 (1946). <sup>19</sup> Э. Пирс, Гистохимия, ИЛ, 1956. <sup>20</sup> E. Vasseur, Acta Chem. Scand., 2, 900 (1948). <sup>21</sup> T. Yamamoto, Annot. Zool. Japon., 24, 74 (1951). <sup>22</sup> A. С. Гинзбург, ДАН, 111, 236 (1956). <sup>23</sup> Lord Rothschild, Fertilization, N. Y., 1956. <sup>24</sup> С. Г. Крыжановский, Вопр. ихтиол., 1, 37 (1953). <sup>25</sup> M. Kusa, Embryologia, 3, 105 (1956).